

ماشین‌های الکتریکی

۱- در خصوص تلفات هسته در مدارات مغناطیسی کدام گزینه زیر صحیح‌تر است؟

(۱) اگر فقط فرکانس تغذیه زیاد شود تلفات کل هسته زیاد می‌شود.

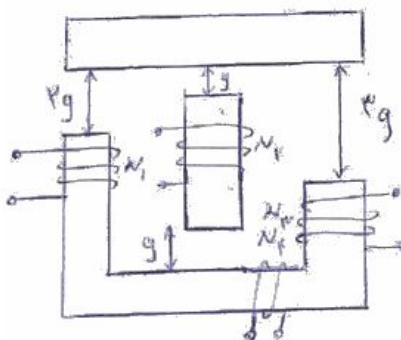
(۲) اگر فقط ولتاژ تغذیه زیاد شود فقط تلفات فوکو زیاد می‌شود.

(۳) افزایش تعداد دور سیم‌بندی تحریک مدار سبب کاهش تلفات هسته می‌شود.

(۴) افزایش سطح مقطع هسته سبب افزایش تلفات هسته می‌شود.

۲- در مدار مغناطیسی شکل زیر سطح مقطع هسته در همه جا یکسان و برابر A بوده و ضریب نفوذ مغناطیسی آن بی‌نهایت فرض

می‌شود اندوکتانس متقابل بین سیم‌بندی‌های (۲) و (۳) در این مدار توسط کدام گزینه زیر صحیح‌تر بیان شده‌اند؟



$$(1) \frac{N_1 N_2 \mu_0 A}{2g}$$

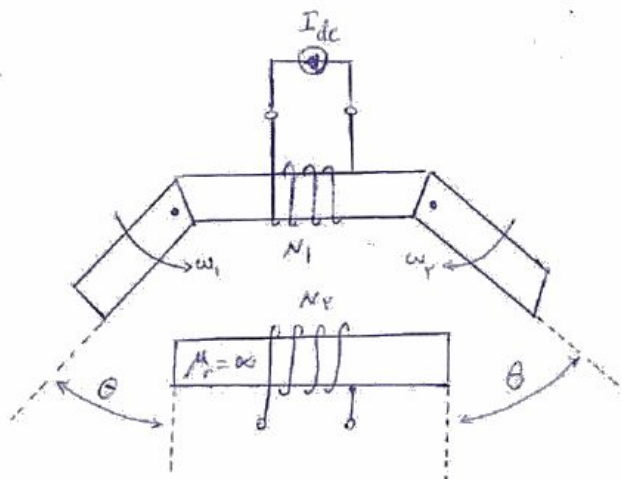
$$(2) \frac{N_1 N_2 \mu_0 A}{\Delta g}$$

$$(3) \frac{N_1 N_2 \mu_0 A}{3g}$$

$$(4) \frac{N_1 N_2 \mu_0 A}{g}$$

۳- در مدار مغناطیسی زیر بازوهای عمودی با سرعت زاویه‌ای ω_1 و ω_2 بسته می‌شوند، معادله ولتاژ القایی در سیم‌بندی N_2

دوری کدام است. $(R(\theta) = R_1 \theta)$



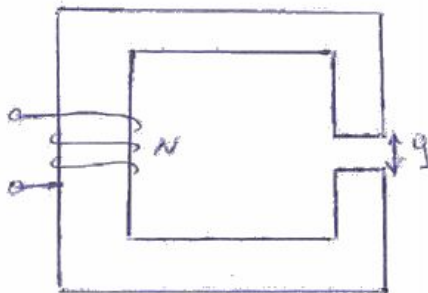
$$(1) \frac{N_1 N_2 I_{dc}}{R_1 \theta^2} (w_1 - w_2)$$

$$(2) \frac{N_1 N_2 I_{dc}}{R_1 \theta^2} (w_1 + w_2)$$

$$(3) \frac{N_1 N_2 I_{dc}}{4 R_1 \theta^2} (w_1 - w_2)$$

$$(4) \frac{N_1 N_2 I_{dc}}{4 R_1 \theta^2} (w_1 + w_2)$$

۴- در مدار مغناطیسی شکل زیر اگر دامنه ولتاژ تغذیه ۲ برابر، فرکانس تغذیه نصف و تعداد دور سیم‌بندی تحریک کننده ۳ برابر گردد چگالی شار حداکثر، شدت میدان حداکثر در فاصله هوایی و دامنه جریان عبوری از سیم‌بندی چه تغییری می‌کنند؟



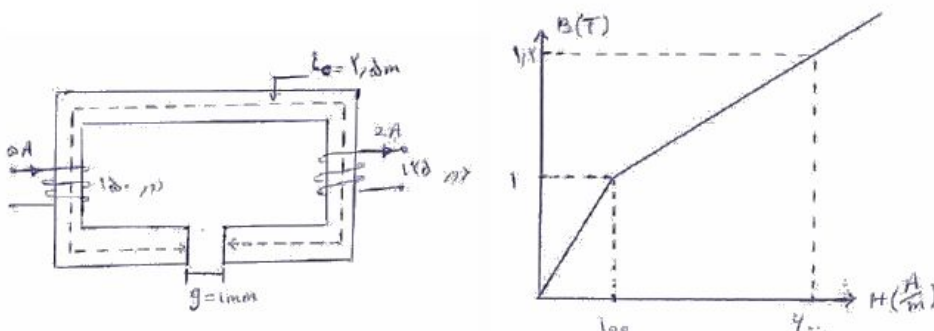
(۱) چگالی $\frac{4}{3}$ برابر، شدت میدان $\frac{4}{3}$ برابر، جریان $\frac{4}{9}$ برابر

(۲) چگالی $\frac{4}{3}$ برابر، شدت میدان $\frac{3}{4}$ برابر، جریان $\frac{4}{9}$ برابر

(۳) چگالی ثابت، شدت میدان ثابت، جریان $\frac{4}{3}$ برابر

(۴) چگالی $\frac{2}{3}$ برابر، شدت میدان $\frac{2}{3}$ برابر، شدت جریان $\frac{4}{3}$ برابر

۵- در مدار مغناطیسی شکل زیر هسته دارای مشخصه مغناطیسی داده شده است. اگر جریان عبوری از سیم‌بندی‌های تحریک کننده مدار به ترتیب $5A$ و $2A$ باشند چگالی شار در فاصله هوایی چند تسلا می‌گردد؟ ($\mu_0 \approx 10^{-6}$)



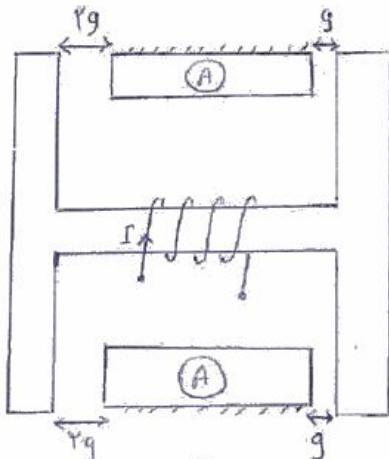
(۱) $0.2 T$

(۲) $0.8 T$

(۳) $0.4 T$

(۴) $1 T$

۶- در مدار سیستم الکترومغناطیسی شکل زیر هسته (A) در جای خود محکم شده و قابلیت حرکت ندارد، اما هسته H شکل وسطی قادر است در جهت افقی حرکت کند، با اعمال جریان به سیم‌بندی تحریک این سیستم در خصوص نیروی پدید آمده کدام گزینه صحیح‌تر است؟



(۱) هسته H شکل با نیرویی متناسب با $\frac{I^2}{g}$ است به سمت راست حرکت می‌کند.

(۲) هسته H شکل با نیرویی که متناسب با $\frac{I}{g}$ است به سمت چپ حرکت می‌کند.

(۳) هسته H شکل با نیرویی که متناسب با $\frac{I^2}{g}$ است به سمت چپ حرکت می‌کند.

(۴) هسته H شکل حرکت نکرده و ساکن می‌ماند.

۷- در یک مدار مغناطیسی با دو تحریک معادله شبه انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی به صورت $W_{\text{fld}} = \frac{x+0.1}{2x+0.1} i_1 i_2$ بیان می‌گردد. مقدار انرژی ذخیره شده در میدان در هنگامی که $x=0.2m$ ، $i_1 = i_2 = 2A$ است چند ژول است؟

(۴) $7/2$

(۳) $9/6$

(۲) $4/8$

(۱) $2/4$

۸- در یک ماشین الکتریکی دوار معادلات اندوکتانس‌های خودی رتور و استاتور به صورت زیر داده شده‌اند، در خصوص نوع ماشین کدام گزینه صحیح است؟

$$L_{ss} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 4\theta \text{ H}$$

$$L_{rr} = \frac{1}{2} \text{ H}$$

(۱) رتور قطب پرچسته - استاتور قطب صاف - ۴ قطب

(۲) رتور قطب صاف - استاتور قطب پرچسته - ۲ قطب

(۳) رتور و استاتور هر دو قطب پرچسته - ۴ قطب

(۴) رتور و استاتور هر دو قطب صاف - ۲ قطب

۹- در یک مبدل الکترومکانیکی دو تحریکه مقادیر اندوکتانس‌های خودی و متقابل دو سیم‌پیچی به صورت زیر داده شده‌اند:

$$L_{11} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 4\theta_r$$

$$L_{22} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cos 4\theta_r$$

$$L_{12} = \frac{1}{4} \cos 2\theta_r$$

سیم‌پیچی اول به جریان سینوسی با معادله $i_1(t) = \sqrt{2} \cos 50t$ و سیم‌بندی دوم به جریان DC با دامنه ۴A متصل شده است. حداکثر گشتاور متوسط تولیدی در این ماشین در $\theta_r = 60^\circ$ چند N.m است؟

(۴) $4/\sqrt{3}$

(۳) $3/9\sqrt{3}$

(۲) $2/6\sqrt{3}$

(۱) $9/6\sqrt{3}$

۱۰- در یک موتور رلوکتانسی تک‌فاز اندوکتانس سیم‌بندی تحریک توسط معادله زیر بیان می‌گردد:

$$L(\theta) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cos 2\theta - \frac{1}{10} \cos 4\theta$$

اگر جریان عبوری از سیم‌بندی تحریک این ماشین ۱۰A مؤثر و فرکانس آن ۵۰ Hz باشد حداقل سرعتی که ماشین قادر است در آن گشتاور پایدار ایجاد کند چند $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ است؟

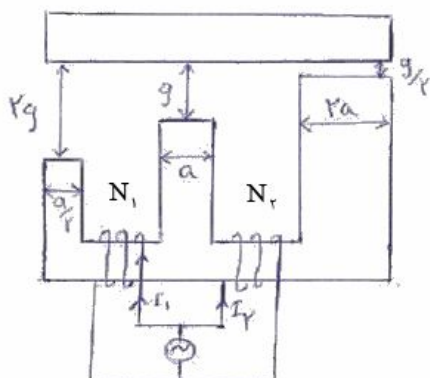
(۴) ± 1056

(۳) ± 628

(۲) ± 157

(۱) ± 314

۱۱- در مدار مغناطیسی شکل زیر ضریب نفوذ مغناطیسی هسته بی‌نهایت فرض می‌شود اگر مقاومت اهمی سیم‌پیچ‌ها ناچیز باشند



$$\left| \frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1} \right| \text{ کدام است؟ } (N_1 = 2N_2)$$

(۲) $\frac{1}{5}$

(۱) $\frac{5}{8}$

(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{1}{4}$

۱۲ - در یک سیستم الکترومغناطیسی یک تحرّیکه معادله انرژی ذخیره شده در سیستم به صورت $W_{fld}(\mathbf{i}, \mathbf{x}) = \mathbf{x} \mathbf{i}^T$ داده شده است معادله نیروی وارد بر قسمت متحرک کدام است؟

(۱) $2\mathbf{x} \mathbf{i}^T$

(۲) $2\mathbf{i}^T$

(۳) $\frac{1}{2} \mathbf{i}^T$

(۴) $2\mathbf{i}^T$

ماشین‌های الکتریکی

۱- گزینه «۳» صحیح است.

جهت بررسی تأثیر عوامل مختلف روی تلفات‌ها بهتر است روابط مربوطه را به صورت زیر بازنویسی کنیم (جهت سادگی ثابت اشتاین متز برابر (۲) فرض می‌شود)

$$\begin{cases} P_{fe} = P_f + P_h = K_f B^2 f^2 + K_h B^2 f \\ B = \frac{\rho}{A} = \frac{V}{\frac{4}{\pi} N f A} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_{fe} = K_f \left(\frac{V}{\frac{4}{\pi} N f A} \right)^2 f^2 + K_h \left(\frac{V}{\frac{4}{\pi} N f A} \right)^2 f$$

$$P_{fe} = K_f \frac{V^2}{N^2 A^2} + K_h \frac{V^2}{N^2 A^2 f}$$

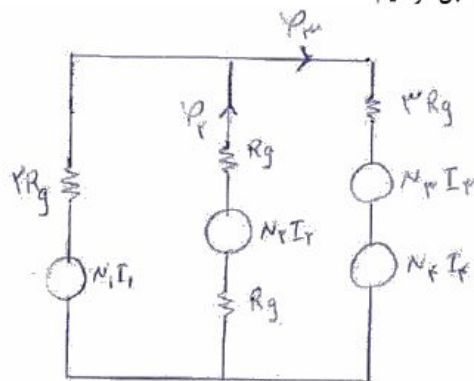
تلفات فوکو تلفات هیستریزیس

طبق این رابطه:

- اگر فقط f زیاد شود (V و A و N ثابت) تلفات فوکو ثابت مانده اما تلفات هیستریزیس کم می‌شود پس تلفات کل کاهش می‌یابد لذا گزینه (۱) صحیح نیست.
- اگر فقط V زیاد شود (f و A و N ثابت) هر دو تلفات فوکو و هیستریزیس زیاد می‌شوند لذا گزینه (۲) صحیح نیست.
- اگر فقط N زیاد شود (f و A و V ثابت) هر دو تلفات فوکو و هیستریزیس و در نتیجه تلفات کل هسته کاهش می‌یابند.
- اگر فقط A زیاد شود (f و N و V ثابت) نیز هر دو تلفات کاهش می‌یابند.

۲- گزینه «۲» صحیح است.

مدار معمول (مشابه) الکتریکی این شکل به صورت زیر قابل ترسیم است:



$$\phi_r = \frac{N_r I_r}{2R_g} \Rightarrow \phi_{rr} = \frac{2f_g}{\Delta f_g} \times \frac{N_r I_r}{2R_g}$$

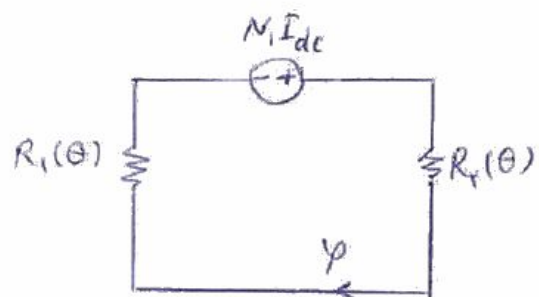
$$\lambda_r = \frac{N_r N_r I_r}{\Delta R_g} \Rightarrow L_{rr} = \frac{N_r N_r}{\Delta R_g}$$

با توجه به اینکه $R_g = \frac{g}{\mu A}$ است داریم:

$$L_{rr} = \frac{N_r N_r \mu A}{\Delta g}$$

۳- گزینه «۴» صحیح است.

مدار معادل / مشابه الکتریکی به صورت زیر قابل ترسیم است.



$$\phi = \frac{N_i I_{dc}}{R_1(\theta) + R_r(\theta)} = \frac{N_i I_{dc}}{R_1 \theta_1 + R_1 \theta_r}$$

$$e_r(t) = -N_r \frac{d\phi(t)}{dt} = -N_r \left(\frac{d\phi}{d\theta_1} \frac{d\theta_1}{dt} + \frac{d\phi}{d\theta_r} \frac{d\theta_r}{dt} \right)$$

$$e_r(t) = -N_r \left(\frac{-R_1 N_i I_{dc}}{(R_1 \theta_1 + R_1 \theta_r)^2} \cdot \omega_1 + \frac{-R_1 N_i I_{dc}}{(R_1 \theta_1 + R_1 \theta_r)^2} \cdot \omega_r \right)$$

$$e_r(t) = \frac{N_i N_r R_1 I_{dc}}{(R_1 \theta_1 + R_1 \theta_r)^2} (\omega_1 + \omega_r) = \frac{N_i N_r I_{dc}}{4 R_1 \theta_r} (\omega_1 + \omega_r)$$

۴- گزینه «۱» صحیح است.

$$V_{ms} = \frac{4}{44} N f B_{max} A \Rightarrow B_{max} \sim \frac{V_{ms}}{N f}$$

چون V_{ms} در برابر f نصف و N نیز ۳ برابر شده پس B_{max} نسبت به حالت قبل $\frac{4}{3}$ برابر می‌گردد. همچنین چون $H_{max} = \frac{B_{max}}{\mu_0}$ پس شدت میدان نیز $\frac{4}{3}$ برابر می‌گردد.

$$I_{ms} = \frac{V_{ms}}{j\omega L} = \frac{V_{ms}}{j\omega \frac{N^2}{R_g}} \Rightarrow I_{ms} \sim \frac{V_{ms}}{f \cdot N^2}$$

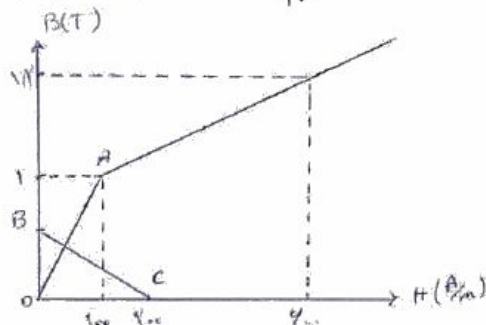
چون V_{ms} دو برابر f نصف و N نیز ۳ برابر شده پس I_{ms} (و یا I_{max}) نسبت به حالت قبل $\frac{4}{9}$ برابر می‌گردد.

۵- گزینه «۳» صحیح است.

در این گونه مسائل رابطه بین B_c و H_c را از روی قانون آمپر (KVL مغناطیسی) به دست آورده و با مشخصه مغناطیسی داده شده برای هسته قطع داد.

$$\sum_{k=1}^r N_k I_k = \sum_{j=1}^r H_j L_j \Rightarrow N_1 I_1 - N_2 I_2 = H_c L_c + H_{ag} L_{ag}$$

$$(150 \times 5) - (125 \times 2) = 2 / \Delta H_c + \frac{B_c}{10^{-7}} \times 10^{-2} \Rightarrow 500 = 2 / \Delta H_c + 1000 \cdot B_c$$



با قطع دادن این معادله با مشخصه $B-H$ داده شده داریم:

$$OA \text{ خط : } B_c = \frac{1}{1000} H_c$$

$$BC \text{ خط : } B_c = \frac{1}{1000} (500 - 2 / \Delta H_c)$$

$$\frac{1}{1000} H_c = 0.5 - 0.002 \Delta H_c \Rightarrow H_c = 400 \frac{A}{m} \Rightarrow B_c = 0.4 T$$

۶- گزینه «۴» صحیح است.

به دلیل ثابت بودن مجموع رلوکتانس هر یک از شاخه‌ها نیرویی در شکل پدید نمی‌آید زیرا در صورتی که هسته H شکل به هر سمتی حرکت کند رلوکتانس کل بدون تغییر باقی می‌ماند پس هسته حرکت نمی‌کند (زیرا هسته در جهتی حرکت می‌کند که رلوکتانس کل دیده شده از دو سر سیم‌بندی کاهش یابد).

۷- گزینه «۳» صحیح است.

$$\lambda_1 = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial i_1} = \frac{x + 0.1}{2x + 0.1} i_1 \times i_1 \bigg|_{\substack{i_1 = i_2 = 2A \\ x = 0.2m}} = 4/8 \quad \text{Wb.Turn}$$

$$\lambda_2 = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial i_2} = \frac{x + 0.1}{2x + 0.1} i_2 \bigg|_{\substack{i_1 = 2A \\ x = 0.2}} = 2/4 \quad \text{Wb.Turn}$$

$$W'_{fld} \bigg|_{\substack{i_1 = i_2 = 2A \\ x = 0.2m}} = \frac{0.2 + 0.1}{0.2 + 0.1} \times 2^2 \times 2 = 4/8 \quad \text{J}$$

$$W_{fld} + W'_{fld} = \lambda_1 i_1 + \lambda_2 i_2 \Rightarrow W_{fld} + 4/8 = 4/8 \times 2 + 2/4 \times 2 \Rightarrow W_{fld} = 9/6 \quad \text{J}$$

۸- گزینه «۱» صحیح است.

چون با تغییر θ (چرخش رتور) اندوکتانس استاتور (L_{ss}) تغییر می‌کند پس رتور از نوع برجسته بوده و چون اندوکتانس رتور (L_{rr}) مستقل از θ داده شده، پس استاتور قطب صاف است. ضمناً ضریب θ نیز همواره تعداد قطب‌های ماشین را نشان داده پس ماشین ۴ قطب است.

۹- گزینه «۴» صحیح است.

$$\begin{aligned} T_{ev} &= \frac{1}{2} I_{mv} \frac{dL_{11}}{d\theta_r} + \frac{1}{2} I_{dc} \frac{dL_{22}}{d\theta_r} + I_{mv} I_{dc} \frac{dL_{12}}{d\theta_r} \\ &= \frac{1}{2} \times (\Delta)^2 \times (0.4 \sin 4\theta_r) \bigg|_{\theta_r = 60^\circ} + \frac{1}{2} (4)^2 (-2/4 \sin 4\theta_r) \bigg|_{\theta_r = 60^\circ} \\ &+ \Delta \times 4 (-0.4 \sin 2\theta_r) \bigg|_{\theta_r = 60^\circ} = 4/1 \sqrt{3} \quad \text{N.m} \end{aligned}$$

۱۰- گزینه «۲» صحیح است.

چون توزیع اندوکتانس دارای هارمونیک است سرعت‌های پایدار ماشین عبارتند از:

$$\omega_m = \pm \frac{\omega_s}{\frac{1}{2} n_1}, \quad \pm \frac{\omega_s}{\frac{1}{2} n_2}$$

که در این روابط $\omega_s = 2\pi f_s$ بوده و n_1 و n_2 ضرایب آرگومان کسینوس در معادله اندوکتانس هستند لذا:

$$\omega_m = \pm \frac{2\pi \times 50}{\frac{1}{2} \times 2}, \quad \frac{2\pi \times 50}{\frac{1}{2} \times 4} \Rightarrow \omega_m = \pm 314, \quad \pm 157 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

چون حداقل سرعت مورد سؤال است پس $\omega_{\min} = \pm 157 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ است.

۱۱- گزینه «۱» صحیح است.

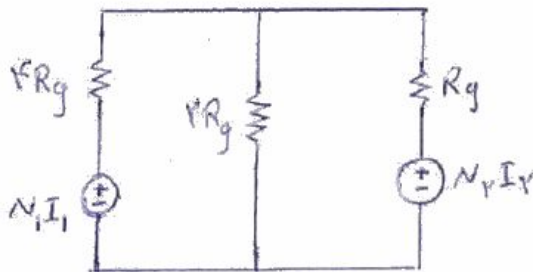
مدار معادل به صورت زیر قابل رسم است:

با توجه به توزیع منفی بین سیم پیچ ها داریم:

$$\begin{cases} j\omega L_{11}I_1 - j\omega L_{1r}I_r = V_1 \\ j\omega L_{r1}I_1 - j\omega L_{rr}I_r = V_r \end{cases} \xrightarrow{V_1=V_r} L_{11}I_1 - L_{1r}I_r = L_{r1}I_1 - L_{rr}I_r$$

$$\Rightarrow (L_{11} + L_{1r})I_1 = (L_{rr} + L_{1r})I_r \Rightarrow \frac{I_1}{I_r} = \frac{L_{rr} + L_{1r}}{L_{11} + L_{1r}}$$

$$\left. \begin{aligned} L_{11} &= \frac{rN_1^2}{14R_g} \\ L_{rr} &= \frac{rN_r^2}{rR_g} \\ L_{1r} &= \frac{N_1N_r}{rR_g} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{I_1}{I_r} = \frac{\frac{rN_r^2}{rR_g} + \frac{N_1N_r}{rR_g}}{\frac{rN_1^2}{14R_g} + \frac{N_1N_r}{rR_g}} = \frac{rN_r^2 + N_1N_r}{\frac{r}{14}N_1^2 + N_1N_r} \xrightarrow{N_1=rN_r} \frac{I_1}{I_r} = \frac{rN_r^2 + rN_rN_r}{\frac{r}{14}(rN_r)^2 + rN_rN_r} = \frac{5N_r^2}{8N_r^2} = \frac{5}{8}$$



۱۲- گزینه «۳» صحیح است.

معادله W_{fld} داده شده برحسب i و x است لذا نمی توان به طور مستقیم از آن استفاده نمود پس ابتدا از روی آن W'_{fld} را محاسبه می کنیم:

$$i = \frac{dW_{fld}}{di} \frac{di}{d\lambda} \Rightarrow i = rxi^r \frac{di}{d\lambda} \Rightarrow d\lambda = rxi^r di$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{r}{r}xi^r \Rightarrow W'_{fld} = \int \lambda di = \int \frac{r}{r}xi^r di = \frac{r}{r}xi^r$$

$$F_e = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial x} = \frac{r}{r}i^r = \frac{i^r}{r}$$