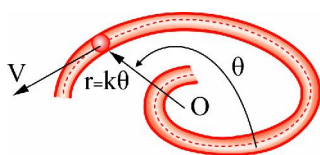


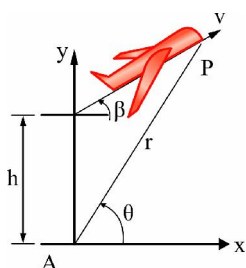
دینامیک و ارتعاشات

۱. یک شیار ثابت حلزونی $r = k\theta$ ، در صفحه افقی قرار گرفته است. ذره‌ای به جرم m آزادانه با سرعت ثابت v در این شیار با اصطکاک اندک حرکت می‌کند. نیروی عکس‌العمل قائم شیار در صفحه افقی که بر ذره وارد می‌شود کدام است؟



$$\begin{aligned} (1) \quad & mv^2 \frac{(r^2 + 2k^2)}{\sqrt{(k^2 + r^2)^3}} \quad (2) \quad \frac{3}{2}mv^2 \frac{(r^2 + k^2)}{\sqrt{(k^2 + r^2)^3}} \\ (3) \quad & \frac{1}{2}mv^2 \frac{(r^2 + k^2)}{\sqrt{(k^2 + r^2)^3}} \quad (4) \quad mv^2 \frac{(2r^2 + k^2)}{\sqrt{(k^2 + r^2)^3}} \end{aligned}$$

۲. هواپیمایی با سرعت ثابت v به نحوی حرکت می‌کند که با افق زاویه β می‌سازد. ایستگاه رادار A ، آن را تعقیب می‌کند. سرعت شعاعی \dot{r} بر حسب پارامترهای داده شده کدام است؟



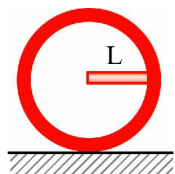
$$(1) \quad \dot{r} = v \sin(\theta - \beta)$$

$$(2) \quad \dot{r} = v \cos^2 \beta$$

$$(3) \quad \dot{r} = v \sin(\theta + \beta)$$

$$(4) \quad \dot{r} = v \cos(\theta - \beta)$$

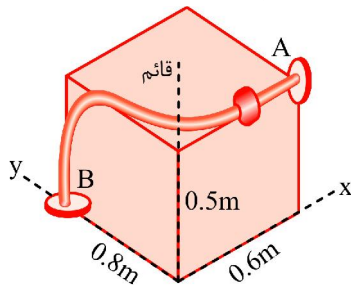
۳. میله‌ای با توزیع جرم یکنواخت به طول L و جرم m در داخل حلقه بدون جرمی به شعاع L جوش داده شده است. اگر این سیستم در لحظه نشان داده شده از حال سکون رها گردد، اندازه شتاب زاویه‌ای و عکس‌العمل قائم بر سطح آن در همین لحظه کدامند؟ (حلقه دارای تماس بدون لغزش با زمین می‌باشد).



$$(1) \quad N = \frac{2g}{5L}, \alpha = 0 \quad (2) \quad N = \frac{13}{16}mg, \alpha = \frac{3g}{8L}$$

$$(3) \quad N = \frac{7}{8}mg, \alpha = \frac{2g}{3L} \quad (4) \quad N = \frac{13}{8}mg, \alpha = \frac{g}{3L}$$

۴. لغزنده 2 کیلوگرمی در طول یک میله ثابت صیقلی تحت اثر نیروی وزن خود و نیروی خارجی ثابت $F = -15\vec{i} + 10\vec{j} + 15\vec{k}$ حرکت می‌کند. اگر لغزنده از نقطه A از حالت سکون شروع به حرکت کند، اندازه سرعت آن وقتی که به نقطه B می‌رسد، چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ $\left(\vec{g} = -9.8\vec{k} \frac{m}{s^2}\right)$



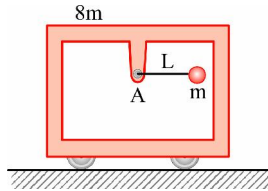
(۱) 0.35

(۲) 2.25

(۳) 1.78

(۴) 4.39

۵. قابی به جرم 6m در حال ایست می‌باشد. اگر آونگ به جرم m از ایست در حالت افقی رها شود. سرعت نسبی جرم آونگ نسبت به قاب هنگامی که آونگ عمودی می‌شود، کدام است؟



(۱) $9\sqrt{\frac{gL}{21}}$

(۲) $9\sqrt{\frac{gL}{23}}$

(۳) $7\sqrt{\frac{gL}{21}}$

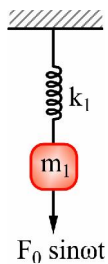
(۴) $7\sqrt{\frac{gL}{23}}$

۶. سیستم جرم (m_1) و فنر (k_1) شکل زیر تحت نیروی هارمونیک $F_0 \sin \omega t$ قرار دارد. می‌خواهیم با اضافه کردن جرم و فنر دیگری (k_2, m_2) به این سیستم دامنه ارتعاش جرم m_1 را صفر نماییم. در صورتی که چهار حالت زیر از نظر اجرایی امکان‌پذیر باشد، مناسب‌ترین و بهترین پاسخ کدام است؟

$$k_1 = 25000 \frac{N}{m}$$

$$m_1 = 250 \text{ kg}$$

$$\omega = 10 \frac{\text{rad}}{s}$$



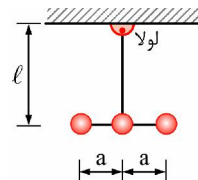
(۱) $m_2 = 50 \text{ kg}, k_2 = 10000 \frac{N}{m}$

(۲) $m_2 = 150 \text{ kg}, k_2 = 30000 \frac{N}{m}$

(۳) $m_2 = 150 \text{ kg}, k_2 = 15000 \frac{N}{m}$

(۴) $m_2 = 50 \text{ kg}, k_2 = 5000 \frac{N}{m}$

۷. در آونگ زیر، دو میله صلب و بدون جرم به هم جوش داده شده‌اند. مطابق شکل، سه جرم m به فواصل مساوی به یکی از میله‌ها متصل شده است. فرکانس طبیعی سیستم کدام است؟



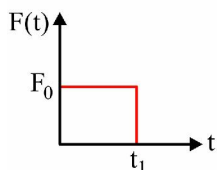
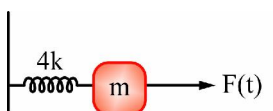
(۱) $\sqrt{\frac{3gl}{3l^2 + 2a^2}}$

(۲) $\sqrt{\frac{gl}{l^2 + a^2}}$

(۳) $\sqrt{\frac{g}{l}}$

(۴) $\sqrt{\frac{2gl}{3l^2 + 2a^2}}$

۸. در سیستم زیر، نیرویی مطابق شکل وارد می‌شود. با فرض شرایط اولیه صفر، پاسخ سیستم برای $t > t_1$ ، کدام است؟



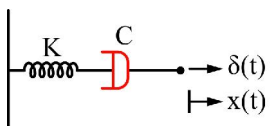
$$\frac{F_0}{k} [\cos \omega_n (t - t_1) + \cos \omega_n t] \quad (۱)$$

$$\frac{F_0}{4k} \cos \omega_n (t - t_1) \quad (۲)$$

$$\frac{F_0}{4k} [\cos \omega_n (t - t_1) - \cos \omega_n t] \quad (۳)$$

$$\frac{F_0}{k} [\cos \omega_n (t - t_1) + \cos \omega_n t] \quad (۴)$$

۹. سیستم زیر از یک فنر و دمپر که به طور سری به هم متصل شده‌اند تشکیل شده است. چنانچه نیروی $F(t) = \delta(t)$ سیستم را تحریک کند، پاسخ سیستم کدام است؟



$$\frac{1}{c} \delta(t) + \frac{1}{k} u(t) \quad (۲) \quad \frac{1}{k} \delta(t) + \frac{1}{c} u(t) \quad (۱)$$

$$\frac{1}{c} \delta(t) - \frac{1}{k} u(t) \quad (۴) \quad \frac{1}{k} \delta(t) - \frac{1}{c} u(t) \quad (۳)$$

۱۰. اگر دامنه یک نوسان میرا در دوره تناوب اول و دوم 1.5 و 2.5 سانتی‌متر باشد، در دوره تناوب سوم، دامنه نوسان آن کدام است؟

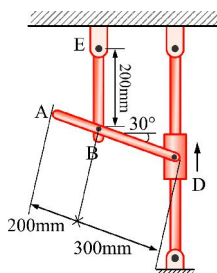
$$\ln(1.5) \quad (۴)$$

$$e^{2.5} \quad (۳)$$

$$\ln(2.5) \quad (۲)$$

$$0.4 \quad (۱)$$

۱۱. در شکل روبه‌رو، میله AD در نقاط D, B لولا شده است. در لحظه نشان داده شده، لغزنده D دارای سرعت $1.2 \frac{m}{s}$ به سمت بالا می‌باشد. سرعت نقطه A در این لحظه چند متر بر ثانیه است.



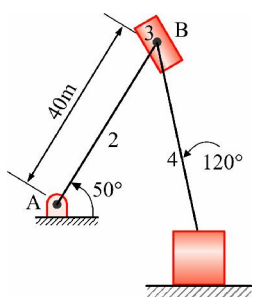
$$0.8 \quad (۱)$$

$$14 \quad (۲)$$

$$1.2 \quad (۳)$$

$$18 \quad (۴)$$

۱۲. در مکانیزم زیر، لینک 4 با سرعت $8 \frac{m}{s}$ و شتاب $80 \frac{m}{s^2}$ به سمت چپ حرکت می‌کند. پس از تکمیل دیاگرام سرعت، برای رسم دیاگرام شتاب از کدام فرمول می‌توان استفاده کرد؟



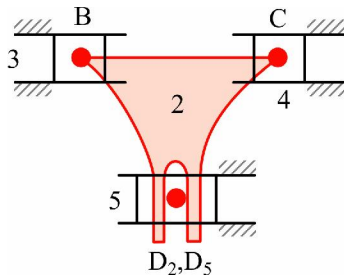
$$a_{B_2} = a_{B_4} + a_{B_2, B_4}^c + a_{B_2, B_4}^n \quad (۱)$$

$$a_{B_4} = a_{B_2}^n + a_{B_2}^t + a_{B_2, B_4}^c \quad (۲)$$

$$a_{B_2}^n + a_{B_2}^t = a_{B_4} + a_{B_2, B_4}^t \quad (۳)$$

$$a_{B_4} = a_{B_2}^n + a_{B_2}^t + a_{B_2, B_4}^t + a_{B_2, B_4}^n + a_{B_2, B_4}^c \quad (۴)$$

۱۳. در اهرم‌بندی پنج میله‌ای با اتصال چنگالی، در مفصل D کدام عبارت مصداق دارد؟



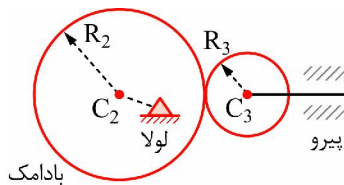
$$V_{D_5} \neq V_{D_2} = V_C \quad (1)$$

$$V_{D_5} \neq V_{D_2} + V_{D_5 D_2} \quad (2)$$

$$V_{D_5} \neq V_{D_2} \neq V_C \quad (3)$$

$$V_{D_5} = V_{D_2} = V_B = V_C \quad (4)$$

۱۴. شعاع دایره مبنا در بادامک روبه رو کدام است؟ (لولا در فاصله e از مرکز بادامک (C₂) قرار دارد).



$$2e \quad (1)$$

$$R_3 + R_2 - e \quad (2)$$

$$R_3 + R_2 + e \quad (3)$$

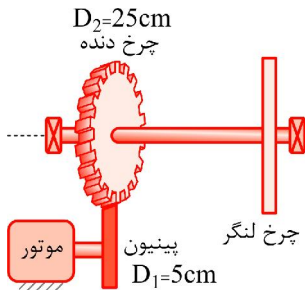
$$R_2 + R_3 \quad (4)$$

۱۵. مطابق شکل زیر، الکتروموتوری از طریق یک پینیون و چرخ دنده، محوری حامل چرخ لنگر را به حرکت

درمی‌آورد. اگر ممان اینرسی قطعات برحسب kgm^2 به صورت زیر باشند:

چرخ لنگر 4 محور چرخ لنگر 0.02، چرخ دنده 0.98، موتور 0.15 و پینیون 0.05 همچنین گشتاور موتور در شروع حرکت برابر 10 نیوتن متر باشد، شتاب زاویه‌ای محور چرخ لنگر بالافاصله پس از روشن شدن موتور چند

رادیان بر مجذور ثانیه می‌باشد؟



$$5 \quad (1)$$

$$25 \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

$$10 \quad (4)$$

۱۶. دو سیستم خطی را در نظر بگیرید. سیستم اولی ثابت زمانی‌اش بسیار کوچک سیستم دومی ثابت زمانی‌اش در

مقایسه با اولی بسیار بزرگ است. برای شناسایی (System Identification) این سیستم‌ها، دو روش عکس‌العمل

سیستم‌ها را در نظر می‌گیریم.

روش اول: عکس‌العمل حالت گذرا به ورودی پله‌ای واحد

روش دوم: عکس‌العمل حالت ماندگار به ورودی فرکانسی

هر کدام از این سیستم‌ها باید با کدام روش شناسایی شود؟

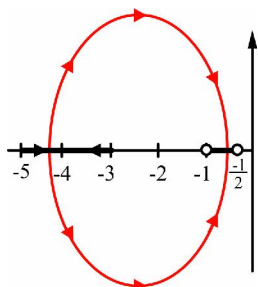
(۱) سیستم اولی با روش اول و سیستم دومی با روش دوم

(۲) هر دو سیستم با هر دو روش قابل انجام است.

(۳) سیستم اولی با روش دوم و سیستم دومی با روش اول

(۴) هر دو سیستم با روش دوم

۱۷. تحت تاثیر ورودی پله‌ای واحد و ورودی سرعت واحد، قدرمطلق خطای پایای سیستمی که مکان هندسی ریشه‌های آن در شکل ترسیم شده به ترتیب کدامند؟



$$e_{ss} = 0, |e_{ss}| = \frac{K}{15} \quad (۱)$$

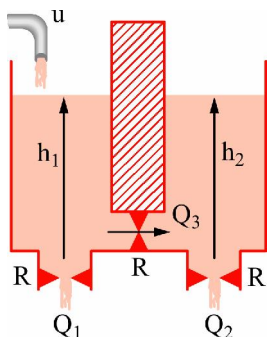
$$|c_{ss}| = \frac{30}{K}, c_{ss} = 0 \quad (۲)$$

$$e_{ss} = 0, |e_{ss}| = \frac{K}{30} \quad (۳)$$

$$|c_{ss}| = \frac{15}{K}, e_{ss} = 0 \quad (۴)$$

۱۸. سیستم شکل زیر شامل دو مخزن است. اگر سطح مقطع مخازن مساوی هم و برابر $A = 1$ و مقاومت شیرها همه مساوی $R = 1$ باشد، با فرض آن که $h_2(t), h_1(t)$ ارتفاع سیال در دو ظرف، u دبی ورودی به ظرف اول و Q_1, Q_2 به ترتیب دبی خروجی از ظرف اول و دوم و Q_3 دبی عبوری بین دو ظرف باشد، با فرض خطی بودن

سیستم یعنی $Q_1 = \frac{h_1}{R}$, $Q_2 = \frac{h_2}{R}$, $Q_3 = \frac{h_1 - h_2}{R}$ ، تابع تبدیل بین ورودی u و خروجی Q_3 کدام است؟



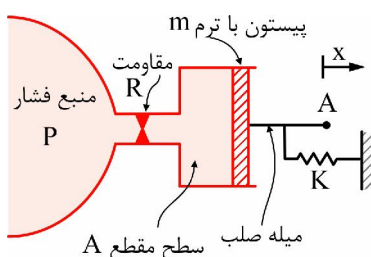
$$\frac{s+2}{(s+1)(s+3)} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{(s+1)(s+3)} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{(s+1)^2} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{s+3} \quad (۴)$$

۱۹. سیستم شکل زیر، یک دستگاه اندازه‌گیری فشار را نشان می‌دهد. این دستگاه فشار P (کمیت مورد اندازه‌گیری) را به تغییر مکان x (کمیت مورد اندازه‌گیری) تبدیل می‌کند. برای سیستم با پارامترهای نشان داده شده، تابع تبدیل بین ورودی $P(s)$ و خروجی $X(s)$ کدام است؟



$$\frac{\frac{A}{R}}{s^2 + ms + K} \quad (۱)$$

$$\frac{A}{ms^2 + RA^2s + K} \quad (۲)$$

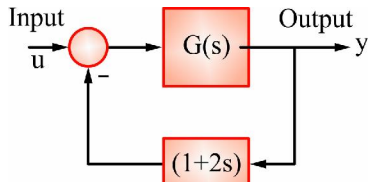
$$\frac{\frac{A}{K}}{ms + R + 1} \quad (۳)$$

$$\frac{\frac{A}{m}}{s^2 + Rs + k} \quad (۴)$$

۲۰. یک سیستم کنترلی توسط بلوک دیاگرام زیر، نمایش داده شده است. بیشتر $G(s)$ مرتبه دو است. زمان نشست

۲٪ آن تحت تاثیر ورودی پله، یک ثانیه است. زمان ماکزیمم (Peak time) آن تحت تاثیر ورودی پله، $\frac{\pi}{3}$ ثانیه

است. خطای ماندگار تحت تاثیر ورودی پله، صفر است. تابع تبدیل $G(s)$ کدام است؟



$$\frac{25}{(s+1)(s+25)} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{(s+1)(s+5)} \quad (۱)$$

$$\frac{25}{s(s-42)} \quad (۴)$$

$$\frac{25}{(s-1)(s+25)} \quad (۳)$$

پاسخ تشریحی

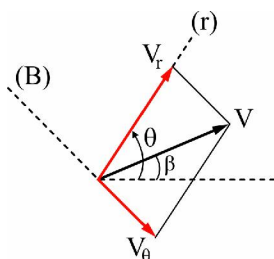
۱. گزینه ۱ درست است.

$$\rho = \frac{1}{k} \quad , \quad k = \frac{r^2 + 2r'^2 - rr''}{(r^2 + r'^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$k = \frac{k^2 \theta^2 + 2k^2 - 0}{(k^2 \theta^2 + k^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{r^2 + 2k^2}{(r^2 + k^2)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{r^2 + 2k^2}{(r^2 + k^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\sum F_n = \frac{mV^2}{\rho} = mV^2 \left(\frac{r^2 + 2k^2}{(r^2 + k^2)^{\frac{3}{2}}} \right)$$

۲. گزینه ۴ درست است.

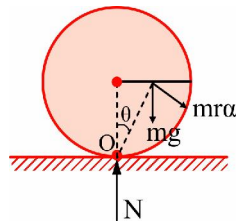
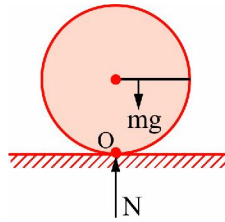


$$\vec{V} = V_r \hat{e}_r + V_\theta \hat{e}_\theta = \dot{r} \hat{e}_r + r \dot{\theta} \hat{e}_\theta$$

$$\vec{V} = |V| \cos(\theta - \beta) \hat{e}_r + |V| \sin(\theta - \beta) \hat{e}_\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{r} = V \cos(\theta - \beta)}$$

۳. گزینه ۲ درست است.



$$\sum M_O = I\ddot{\theta} \Rightarrow Mg \frac{L}{2} = I_O \ddot{\theta}$$

$$I_O = \frac{1}{12}ML^2 + m\left(L^2 + \frac{L^2}{4}\right) = \frac{16}{12}ML^2 = \frac{4}{3}ML^2$$

$$\Rightarrow mg \frac{L}{2} = \frac{4}{3}mL^2\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{\frac{gL}{2}}{\frac{4}{3}L^2} = \frac{3g}{8L}$$

$$\sum F_y = -mr\alpha \cos(90 - \theta) = mr\alpha \sin \theta$$

$$N - mg = -m\left(\sqrt{L^2 + \frac{L^2}{4}}\right) \times \frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{L^2 + \frac{L^2}{4}}} \times \frac{3g}{8L}$$

$$N = mg - \frac{mg}{16} = \frac{15}{16}mg$$

۴. گزینه ۴ درست است.

$$E_A + W_{A-B} = E_B \quad ①$$

$$E_A = mgh_A = 2 \times 9.8 \times 0.5 = 9.8 \quad ②$$

$$\begin{cases} W_{A-B} = \vec{F} \cdot (\overline{AB}) \\ \overline{AB} = B - A = (0, 0.8, 0) - (0.6, 0, 0.5) = (-0.6, 0.8, -0.5) \end{cases}$$

$$W_{A-B} = (-15, 10, 15) \cdot (-0.6, 0.8, -0.5) = 15 \times 0.6 + 10 \times 0.8 - 15 \times 0.5$$

$$W_{A-B} = 9.5 \quad ③$$

$$E_B = \frac{1}{2}MV_B^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times V_B^2 = V_B^2$$

$$①, ②, ③, ④ \Rightarrow 9.8 + 9.5 = V_B^2 \Rightarrow V_B = \sqrt{19.3} = 4.39$$

۵. گزینه ۳ درست است.

تکانه خطی در سیستم نشان داده شده ثابت است:

$$D_1 = D_2 \Rightarrow 0 = m_1v_1 + m_2v_2 \Rightarrow mv_1 + 6mv_2 = 0 \Rightarrow \boxed{v_1 = -6v_2}$$

قانون پایستگی انرژی:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgL = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \Rightarrow mgL = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}6mv_2^2$$

$$\Rightarrow v_1^2 + 6v_2^2 = 2gL \Rightarrow 36v_2^2 + 6v_2^2 = 2gL \Rightarrow 42v_2^2 = 2gL \Rightarrow$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{gL}{21}}$$

$$v_1 = -6v_2 = -6\sqrt{\frac{gL}{21}}$$

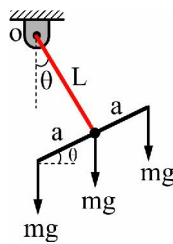
$$v_{\frac{2}{1}} = v_2 - v_1 = \sqrt{\frac{gL}{21}} + 6\sqrt{\frac{gL}{21}} = 7\sqrt{\frac{gL}{21}}$$

۶. گزینه ۴ درست است.

فرکانس طبیعی سیستم جرم و فنر اضافه شده باید با فرکانس تحریک سیستم برابر باشد. چون فرکانس تحریک $10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ است،

بنابراین باید $\sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = 10$ باشد بنابراین یا گزینه ۳ یا ۴ صحیح است. برای کاهش ارتعاشات با روش افزودن جرم باید جرم اضافه شده تا حد ممکن از جرم سیستم اصلی کمتر باشد. بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

۷. گزینه ۱ درست است.



$$\begin{aligned} \sum M_0 &= I\ddot{\theta} \\ -mg(L \sin \theta) - mg(L \sin \theta + a \cos \theta) - mg(L \sin \theta - a \cos \theta) \\ &= (mL^2 + m(L^2 + a^2) + m(L^2 + a^2))\ddot{\theta} \\ \Rightarrow m(3L^2 + 2a^2)\ddot{\theta} + 3mgL \sin \theta &= 0 \end{aligned}$$

$$\theta \ll 6^\circ \Rightarrow \sin \theta \approx \theta \Rightarrow m(3L^2 + 2a^2)\ddot{\theta} + 3mgL \theta = 0$$

$$\left. \begin{aligned} m^* &= m(3L^2 + 2a^2) \\ k^* &= 3mgL \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_n^2 = \frac{k^*}{m^*} = \frac{3mgL}{m(3L^2 + 2a^2)} \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{3gL}{3L^2 + 2a^2}}$$

۸. گزینه ۳ درست است.

$$F(t) = F_0(u(t) - u(t - t_1))$$

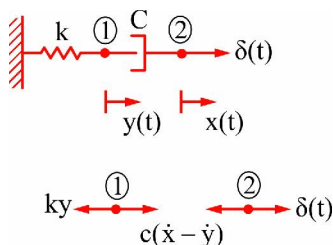
$$m\ddot{x} + kx = u(t - t_0) \xrightarrow{\text{پاسخ}} x(t) = \frac{1}{m\omega_n^2}(1 - \cos \omega_n(t - t_0))$$

$$m\ddot{x} + 4kx = F_0(u(t) - u(t - t_1)) \rightarrow \omega_n^2 = \frac{4k}{m}$$

$$\rightarrow x(t) = \frac{1}{m \times \frac{4k}{m}} \times F_0(1 - \cos \omega_n t - (1 - \cos \omega_n(t - t_1)))$$

$$= \frac{F_0}{4k}(\cos(\omega_n(t - t_1)) - \cos \omega_n t)$$

۹. گزینه ۱ درست است.



$$\begin{cases} \sum F_1 = m_1 \ddot{y} \\ \sum F_2 = m_2 \ddot{x} \\ c(\dot{x} - \dot{y}) - ky = 0 \\ \delta(t) - ((\dot{x} - \dot{y})) = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{Laplace}} \begin{cases} cs(x-y) - ky = 0 & ① \\ 1 - cs(x-y) = 0 & ② \end{cases}$$

$$① \rightarrow y = \frac{cs}{cs+k} x$$

$$② \rightarrow cs \left(x - \frac{cs}{cs+k} x \right) = 1 \Rightarrow cs \times \left(\frac{k}{cs+k} \right) = 1$$

$$\Rightarrow x(s) = \frac{cs+k}{csk} = \frac{1}{k} + \frac{1}{cs} \Rightarrow x(t) = L^{-1}[x(s)] = \frac{1}{k} \delta(t) + \frac{1}{c} u(t)$$

۱۰. گزینه ۱ درست است.

$$\ln \frac{A_1}{A_2} = \ln \frac{A_2}{A_3} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} \Rightarrow \frac{2.5}{1} = \frac{1}{A_3}$$

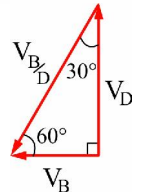
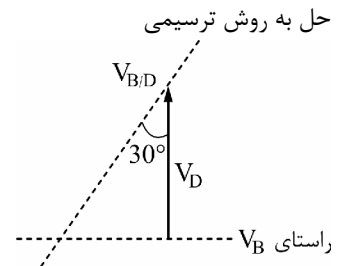
$$\Rightarrow A_3 = \frac{1}{2.5} = 0.4$$

۱۱. گزینه ۲ درست است.

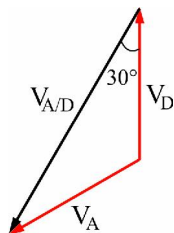
حل به روش ترسیمی

$$\frac{x\checkmark}{V_B} = \frac{\checkmark\checkmark}{V_D} + \frac{x\checkmark}{V_{B/D}}$$

$$\text{قانون سینوسها: } \frac{1.2}{\sin 60} = \frac{V_B}{\sin 30} = \frac{V_{B/D}}{\sin 90}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} V_B = 1.2 \frac{\sin 30}{\sin 60} = 1.2 \times \frac{\sin 30}{\sin 60} = 1.2 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1.2}{\sqrt{3}} \\ V_{B/D} = 1.2 \frac{\sin 90}{\sin 60} = \frac{1.2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2.4}{\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow \left| V_{B/D} \right| = |BD| \theta_{AD} \Rightarrow \theta_{AD} = \frac{\frac{2.4}{\sqrt{3}}}{0.3} = \frac{8}{\sqrt{3}}$$



$$\vec{V}_A = \vec{V}_D + \vec{V}_{A/D} = 1.2 \hat{j} + |AD| \dot{\theta}_{AD} (-\sin 30 \hat{i} - \cos 30 \hat{j})$$

$$= 1.2 \hat{j} + 0.5 \times \frac{8}{\sqrt{3}} \left(-\frac{1}{2} \hat{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{j} \right) = \frac{-2}{\sqrt{3}} \hat{i} - 0.8 \hat{j}$$

$$|V_A| = \sqrt{\frac{4}{3} + 0.64} \approx \underline{1.4}$$

۱۲. گزینه ۲ درست است.

در حالت کلی داریم:

$$a_{B_4} = a_{B_2}^n + a_{B_2}^t + a_{B_4}^n + a_{B_4}^t + a_{B_4}^c$$

چون: $r_{B_4} = 0$ بنابراین $a_{B_4}^n = r_{B_4} \dot{\theta}^2 = 0$ ، $a_{B_4}^t = r_{B_4} \ddot{\theta} = 0$ بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۱۳. گزینه ۴ درست است.

نقطه B و C تنها در راستای x حرکت دارند بنابراین $V_B = 0$ یعنی لینک 2 دوران ندارد بنابراین $V_D = 0$ یعنی نقطه

D نیز در صفحه افقی حرکت می کند. بنابراین $V_B = V_C = V_{D_2} = V_D$

۱۴. گزینه ۲ درست است.

دایره مبنا کوچکترین دایره ای است که بر سطح لبه بادامک مماس و یا بر قسمتی از منحنی آن منطبق باشد و اندازه آن تعیین کننده اندازه بادامک است.

با توجه به شکل به وضوح شعاع کوچک ترین دایره مماس برابر است با:

$$R_2 + R_3 - e$$

۱۵. گزینه ۱ درست است.

روتور $R \rightarrow$ و پینیون $P \rightarrow$

$$T - F \times 0.05 = I_P \ddot{\theta}_P \Rightarrow 10 - 0.05F = (0.05 + 0.15) \ddot{\theta}_P \Rightarrow 0.05F = 10 - 0.2 \ddot{\theta}_P \quad ①$$

$$F \times 0.25 = I_R \ddot{\theta}_R \Rightarrow 0.25F = (4 + 0.02 + 0.98) \ddot{\theta}_R \Rightarrow 0.25F = 5 \ddot{\theta}_R \quad ②$$

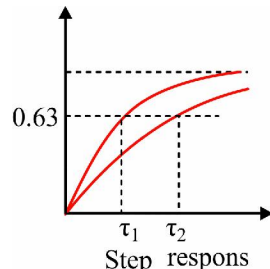
$$\frac{\ddot{\theta}_R}{\ddot{\theta}_P} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} \Rightarrow \ddot{\theta}_P = 5 \ddot{\theta}_R \quad ③$$

$$①, ② \Rightarrow 5(10 - 0.2 \ddot{\theta}_P) \Rightarrow 10 - 0.2 \ddot{\theta}_P = \ddot{\theta}_R$$

$$③ \rightarrow 10 - 0.2 \times 5 \ddot{\theta}_R = \ddot{\theta}_R \Rightarrow 10 = 2 \ddot{\theta}_R \Rightarrow \boxed{\ddot{\theta}_R = 5}$$

۱۶. گزینه ۲ درست است.

$$\tau_1 \ll \tau_2$$

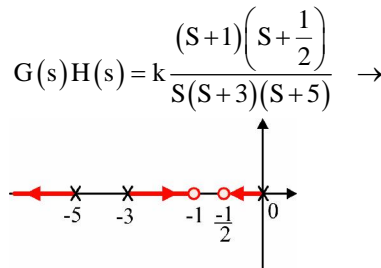


با توجه به آنکه در پاسخ به ورودی پله پس از گذشت یک ثابت زمانی به 0.63% پاسخ نهایی می رسد بنابراین سیستم با ثابت زمانی کمتر زودتر به این مقدار می رسد.

با توجه به آنکه زمان نشست برای خطای 5٪، 3τ می باشد با توجه به زمان رسیدن به حالت ماندگار سیستم را می توان با مقایسه پاسخ های زمانی در سیستم تشخیص داد.

۱۷. سوال غلط است.

با توجه به قطب‌ها و صفرهای سیستم در مکان هندسی ریشه‌ها داریم:
مکان هندسی ریشه‌های این سیستم به شکل زیر خواهد بود.



اگر منظور تابع تبدیل ① باشد:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{SR(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

\swarrow ورودی پله $R(s) = \frac{1}{s}$ \searrow ورودی سرعت $R(s) = \frac{1}{s^2}$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \times \frac{1}{s}}{1 + \frac{k(s+1)(s+0.5)}{s(s+3)(s+5)}} = 0$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \times \frac{1}{s^2}}{1 + \frac{k(s+1)(s+0.5)}{s(s+3)(s+5)}} = \frac{1}{\frac{K(0.5)}{15}} = \frac{30}{k}$$

نمودار رسم شده در صورت سوال شبیه به سیستم ② است.

$$G(s)H(s) = k \frac{(s+1)\left(s+\frac{1}{2}\right)}{(s+3)(s+5)} \quad ②$$

که در آن قطب $s = 0$ در نظر گرفته نشده است.

۱۸. گزینه ۴ درست است.

$$① \quad U - Q_1 - Q_3 = SH_1 \Rightarrow U = (S+1)Q_1 + Q_3$$

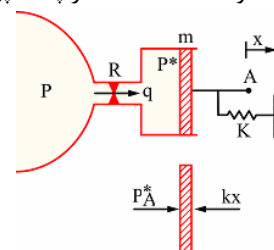
$$② \quad Q_3 - Q_2 = SH_2 \Rightarrow Q_3 = (S+1)Q_2 = (S+1)(Q_1 - Q_3) \Rightarrow Q_1 = \frac{S+2}{S+1}Q_3$$

$$H_1 = Q_1, \quad H_2 = Q_2, \quad H_1 - H_2 = Q_3 \Rightarrow Q_1 - Q_2 = Q_3 \Rightarrow Q_2 = Q_1 - Q_3$$

$$\Rightarrow U = (S+2)Q_3 + Q_3 = (S+3)Q_3 \Rightarrow \frac{Q_3}{u} = \frac{1}{S+3}$$

۱۹. گزینه ۲ درست است.

q: دبی عبوری از مقاومت R, P*: فشار پشت پیستون



$$\begin{cases} P - P^* = Rq & ① \\ q = A\dot{x} & ② \\ P^*A - kx = m\ddot{x} & ③ \end{cases}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \Rightarrow P - P^* = RA\dot{x} \Rightarrow P - P^* = RASX \Rightarrow P^* = P - RASX$$

$$\textcircled{3} \Rightarrow (P - RASx)A - kx = mS^2X \Rightarrow PA = (ms^2 + RA^2S + k)X$$

$$\Rightarrow \frac{X}{P} = \frac{A}{mS^2 + RA^2S + k}$$

۲۰. گزینه ۴ درست است.

$$e_{ss} = 0 \Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} \frac{S \times \frac{1}{S}}{1 + G(s)(1 + 2s)} = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} G(s)(1 + 2s) = \infty \Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \infty \Rightarrow \text{گزینه ۴}$$