

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

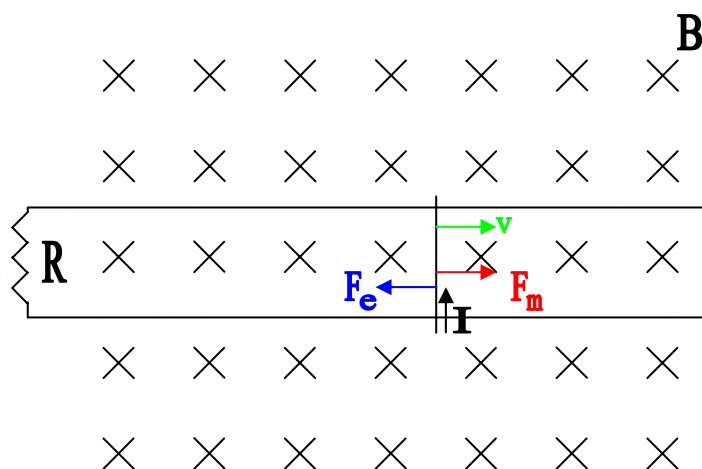
# ماشینهای الکتریکی ۱

استاد : مهندس نبوی

# فصل اول : مدارهای مغناطیسی

یک ضرورت اجتناب ناپذیر در مدارهای مغناطیسی ایجاد میدان مغناطیسی در مکان خاص و کنترل آن است.

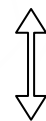
## ژنراتور الکتریکی



$$F_m, v \longrightarrow e, I$$

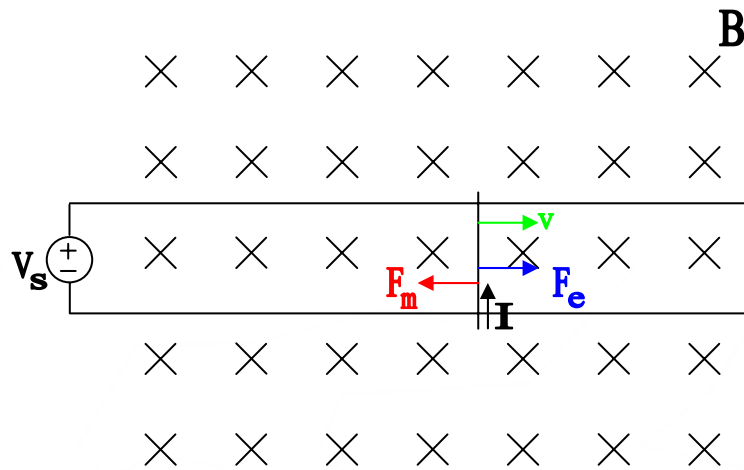
$$\varphi = BLX$$

$$e = -\frac{d\varphi}{dt} = -BL\frac{dX}{dt}$$



$$F_e$$

## موتور الکتریکی



$$F_e = ILB$$



$$e_b$$

$$V_s, I \longrightarrow F_m, V$$

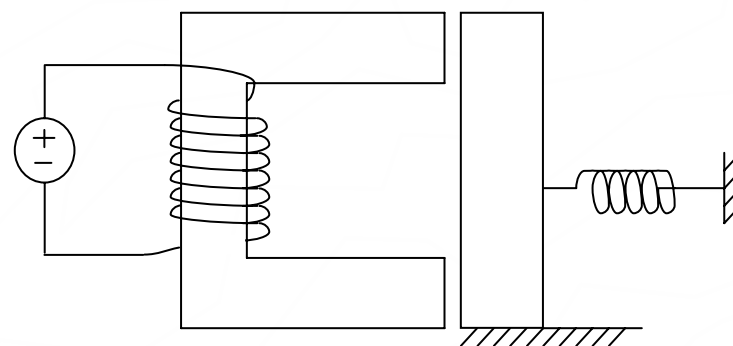
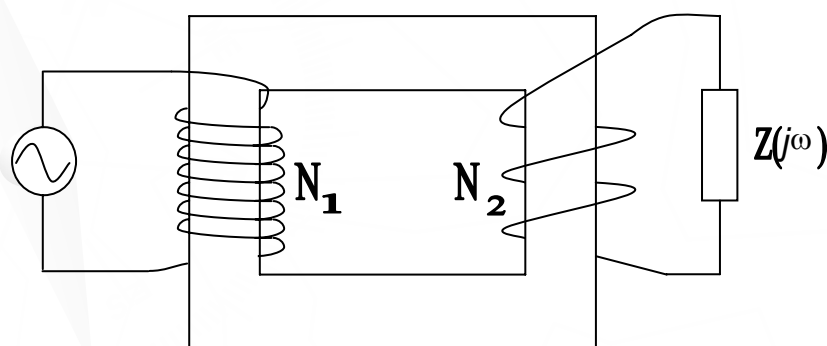
بدین ترتیب در هر دو مبدل‌های بالا میدان مغناطیسی مناسب ایجاد و کنترل می شود.

هدف اصلی از بحث مدارهای مغناطیسی این است که بتوان به راحتی وبا تقریب خوبی میدان مغناطیسی را محاسبه کرد.

بدین ترتیب در هر دو مدل‌های بالا میدان مغناطیسی مناسب ایجاد و کند  
اجزای اصلی یک مدار مغناطیسی:  
(۱) یک پیکره یا ساختمان از مواد مغناطیسی  
(۲) یک یا چند سیم پیچ حامل جریان

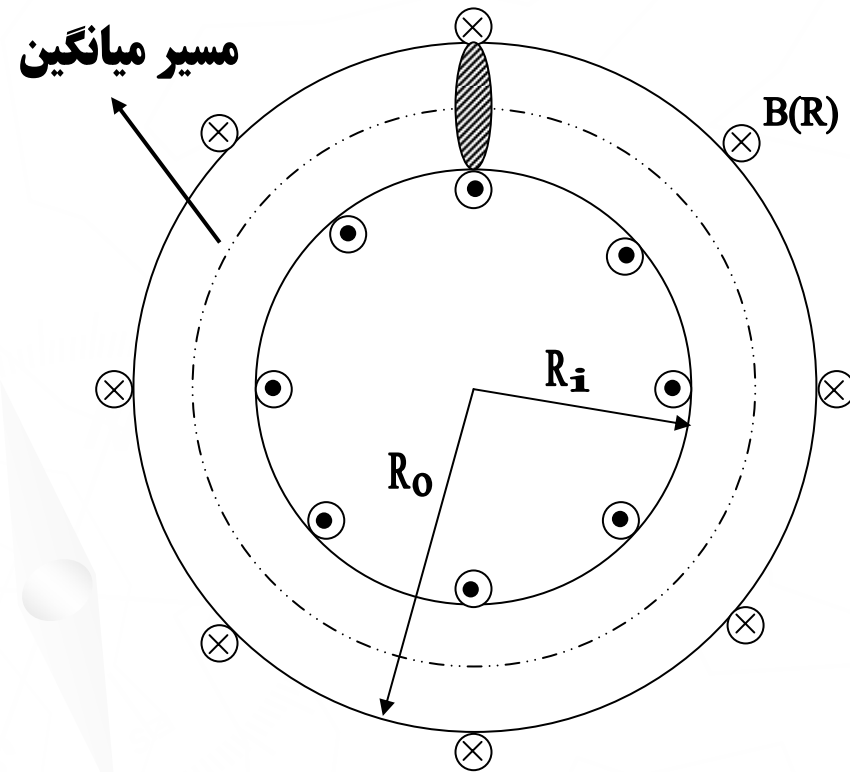
## مدارهای مغناطیسی:

جریان مستقیم: که سیم پیچ‌های آن فقط حاوی جریان مستقیم هست  
جریان متناوب: که سیم پیچ‌های آن حاوی جریان متناوب هستند.



( = r ) .

:



$N, I$

$R_o, R_i, \mu$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

$$2\pi R H(R) = NI$$

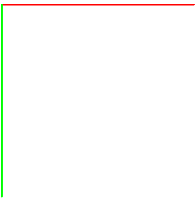
$$\oint H . dl = \int J . ds \quad :$$

$$2\pi R H (R) = NI$$

$$H(R) = \begin{cases} NI/2\pi R & \text{if } R_i \leq R \leq R_o \\ 0 & \text{if } R > R_o \text{ or } R \leq R_i \end{cases}$$

$$B = \mu H \quad :$$

$$B(R) = \begin{cases} \mu NI/2\pi R & \text{if } R_i \leq R \leq R_o \\ 0 & \text{if } R > R_o \text{ or } R \leq R_i \end{cases}$$



:

(

)

(

.

.

(

:

.

:  
:  
:

.

(Hav)

(r  $\longrightarrow$  0)

.

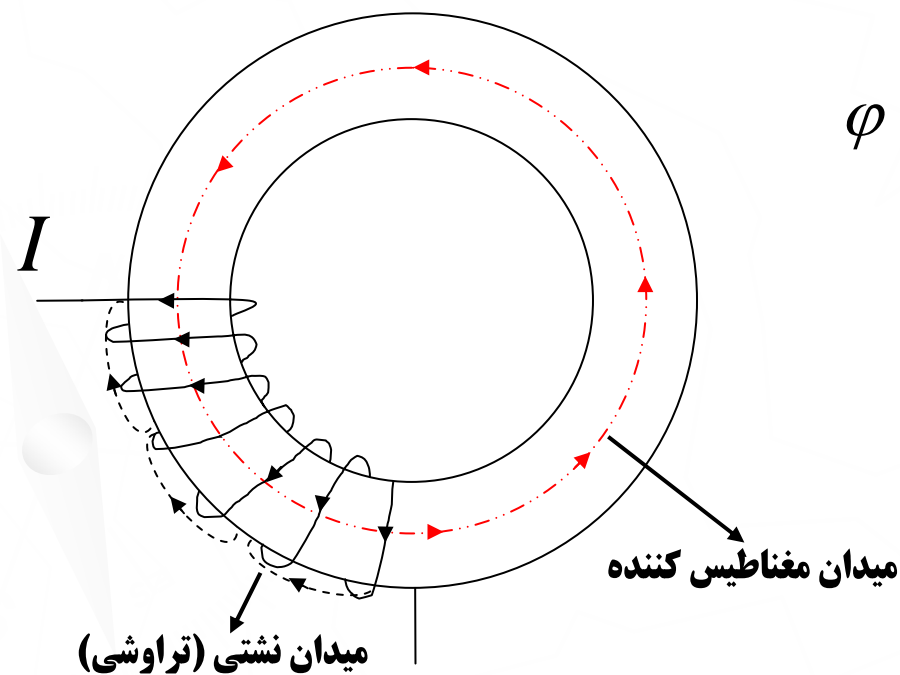


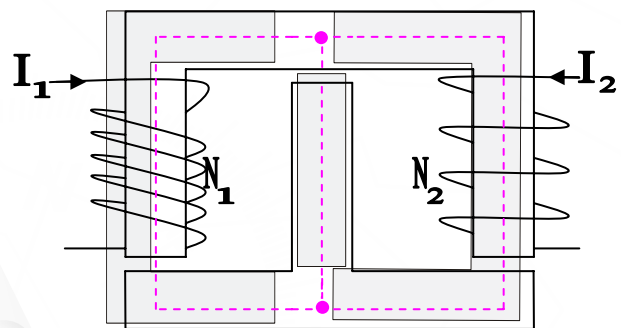
$$\frac{NI}{2\pi R_o} \leq H(R) \leq \frac{NI}{2\pi R_i}$$

$$\frac{NI}{2\pi(R_{av} + r)} \leq H(R) \leq \frac{NI}{2\pi(R_{av} - r)}$$

$$\text{if } R_{av} \ll r \longrightarrow H(R) \approx H(R_{av}) = \frac{NI}{2\pi R_{av}}$$

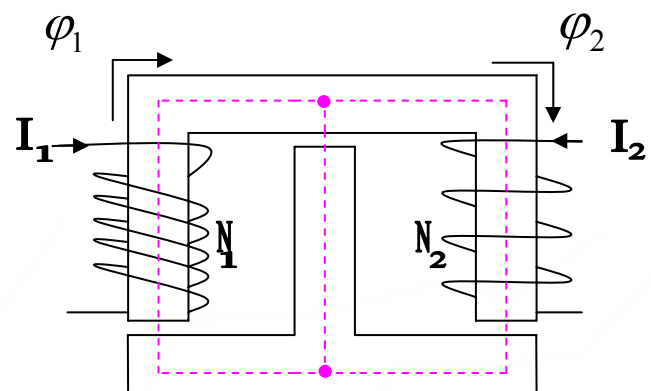
$$\varphi = \int B \cdot ds \approx \int B_{av} \cdot ds = AB_{av}$$





$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \longrightarrow \oint_{A1} \vec{B} \cdot d\vec{s} + \oint_{A2} \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\left| \oint_{A1} \vec{B} \cdot d\vec{s} \right| = \left| \oint_{A2} \vec{B} \cdot d\vec{s} \right|$$

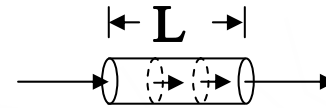


( kcl )



$$\varphi = AB_{av}$$

$$B_{av} = \frac{\phi}{A} = \text{const}$$



$$B_{av} = \text{cons} \xrightarrow{B-H} H_{av} = \text{cons}$$

$$V_{mag_{ab}} = \int_a^b \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_a^b H_{av} dl = H_{av} L$$

$$V_{mag_{ab}} = H_{av} L$$

:

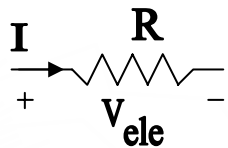
$$B_{av} = \mu H_{av}$$

$$V_{mag} = \frac{L}{\mu} B_{av}$$

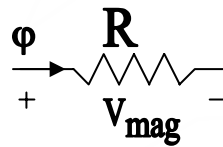
$$V_{mag} = \frac{L}{\mu A} \varphi$$

$$R \equiv \frac{L}{\mu A} \quad \leftarrow$$

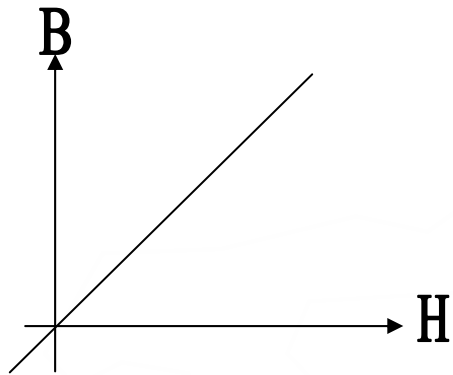
$$V_{ele} = RI = \left( \frac{L}{\delta A} \right) I \quad ( \quad V_{mag} \quad )$$



$$V_{ele} = RI$$

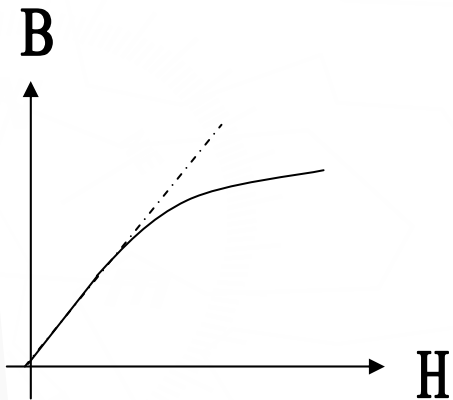


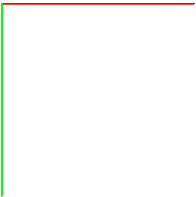
$$V_{mag} = R\varphi$$



$$B = \mu H$$

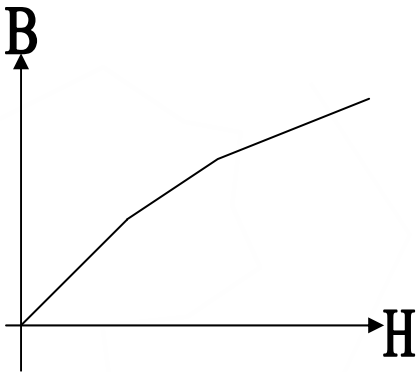
$$\mu = \mu_0 \mu_r$$



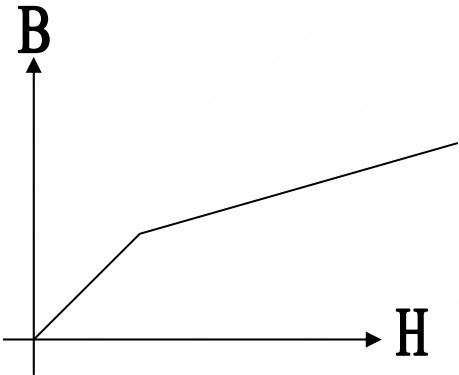


:

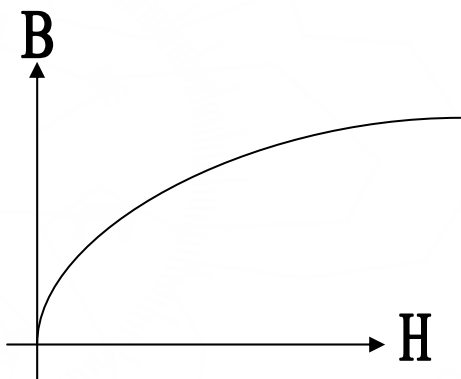
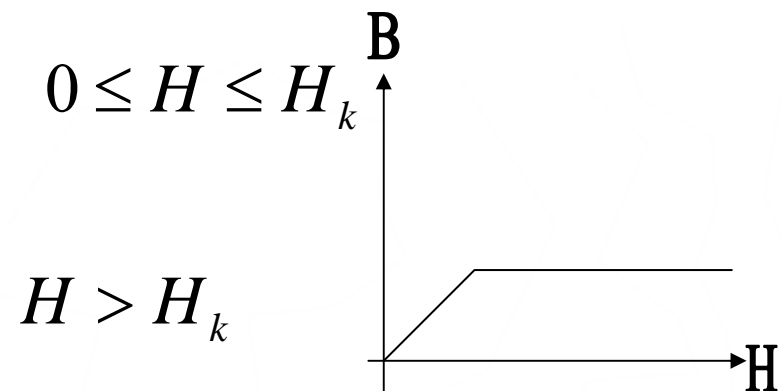
B	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	....	X <sub>n</sub>
H	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	....	Y <sub>n</sub>



$$B = \begin{cases} \mu H & \text{if } 0 \leq H \leq H_k \\ \mu' H + B' & \text{if } H > H_k \end{cases}$$

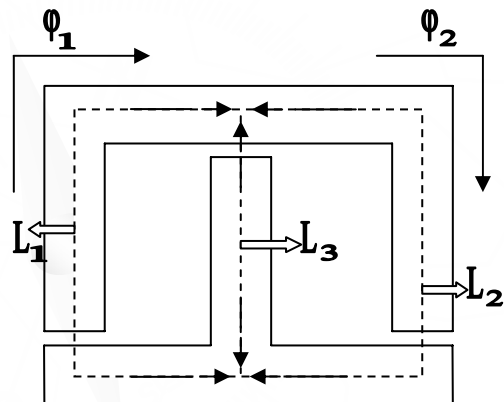
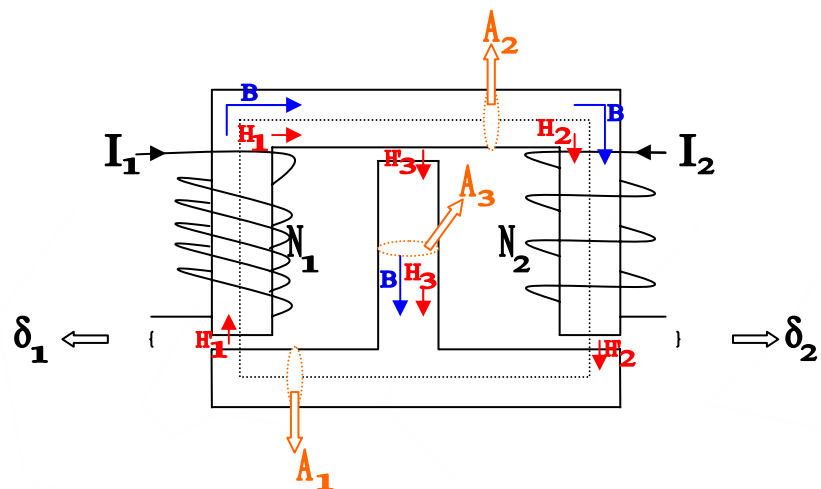


$$B = \begin{cases} \mu H & \text{if} \\ B_k & \text{if} \end{cases}$$



$$B(H) = \frac{aH}{H + b}$$





$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint \vec{J} \cdot d\vec{s}$$

$$(L_1 - \delta_1)H_1 + \delta_1 H'_1 + (L_3 - \delta_3)H_3 + \delta_3 H'_3 = N_1 I_1$$

⋮

$$(L_2 - \delta_2)H_2 + \delta_2 H'_2 - (L_3 - \delta_3)H_3 - \delta_3 H'_3 = N_2 I_2$$

⋮

⋮

$$R_{m1}\varphi_1 + R_{\delta1}\varphi_1 + R_{m3}\varphi_3 + R_{\delta3}\varphi_3 = N_1 I_1$$

⋮

$$R_{m2}\varphi_2 + R_{\delta2}\varphi_2 - R_{m3}\varphi_3 - R_{\delta3}\varphi_3 = N_2 I_2$$

$$R_{m2} = \frac{L_2 - \delta_2}{A_2 \mu_2}, \dots, R_{\delta 2} = \frac{\delta_2}{A_2 \mu_0}$$

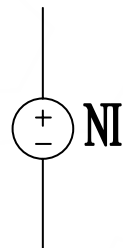
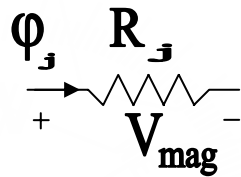
$$R_{m3} = \frac{L_3 - \delta_3}{A_3 \mu_3}, \dots, R_{\delta 3} = \frac{\delta_3}{A_3 \mu_0}$$

$$B_1 = f_1(H_1), \dots, B_1 = \mu_0 H'_1$$

$$B_2 = f_2(H_2), \dots, B_2 = \mu_0 H'_2$$

$$B_3 = f_3(H_3), \dots, B_3 = \mu_0 H'_3$$

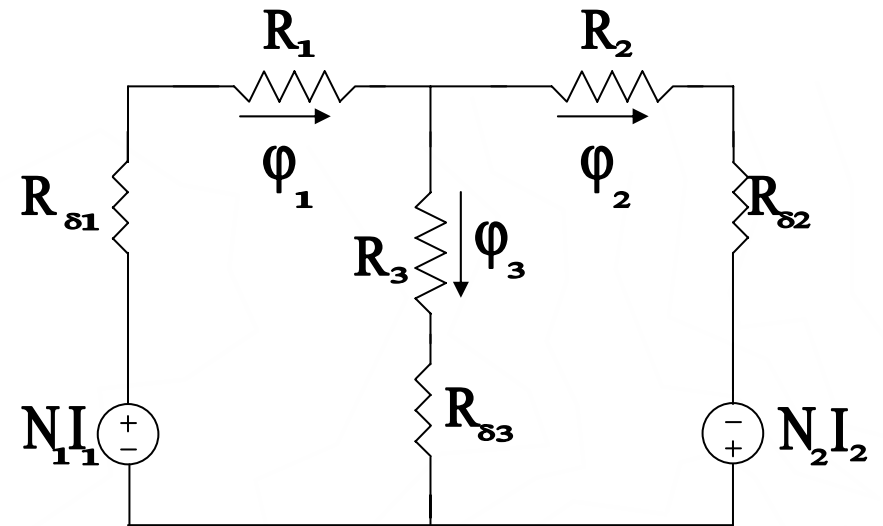
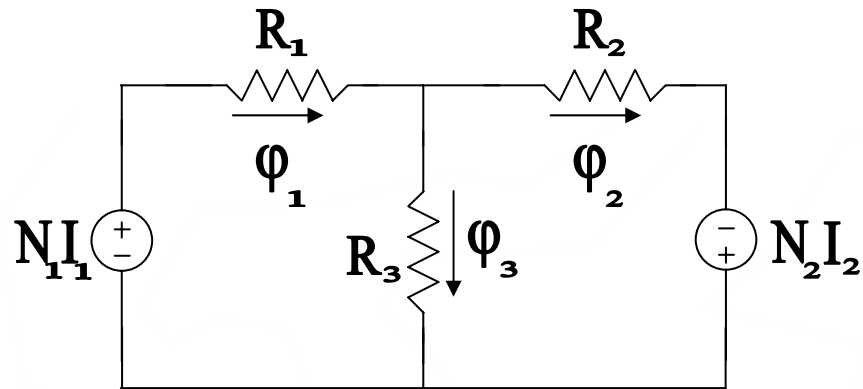
$F = NI$  Mmf (magneto motive force)



Emf

$V_s$

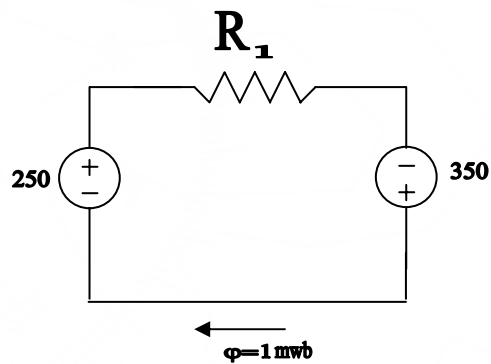
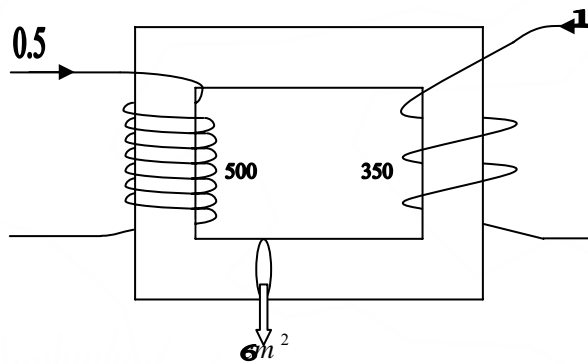
$E_s$



$$R_1 = R_{m1} + R_{\delta 1}$$

$$R_2 = R_{m2} + R_{\delta 2}$$

$$R_3 = R_{m3} + R_{\delta 3}$$



$$R\phi = V$$

$$R * 1 * 0.001 = 600$$

$$R = 600000 = \frac{L}{\mu A} = \frac{30 \times 10^{-2}}{\mu \times 6 \times 10^{-4}}$$

$$\mu = \frac{30 \times 10^{-2}}{6 \times 10^5 \times 6 \times 10^{-4}}$$

( L و H )

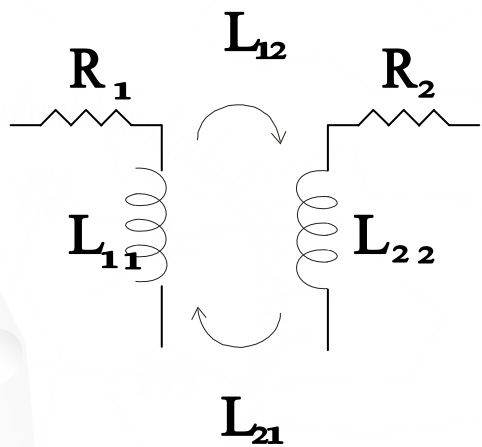
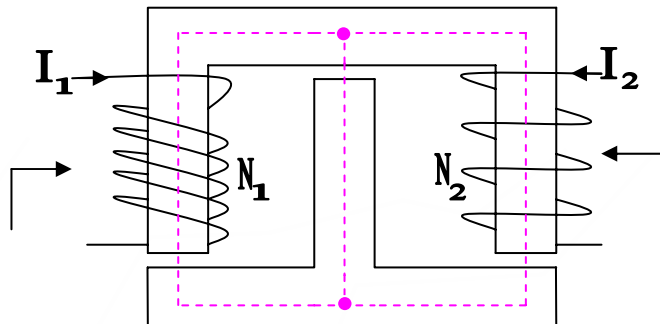
B و H

(B)

(i)

$$i_{\max} \rightarrow B_{\max}$$

$$i_{\min} \rightarrow B_{\min}$$



j

n

:

:

(



$$L_{jj} = \frac{\lambda_{jj}}{I_j} \bigg|_{I_m = 0}^{I_j \neq 0}$$

$$m = 1, 2, \dots, n \qquad , m \neq j$$

$$\lambda_{jj} = \sum_{L=1}^{Nj} \int_{AL} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

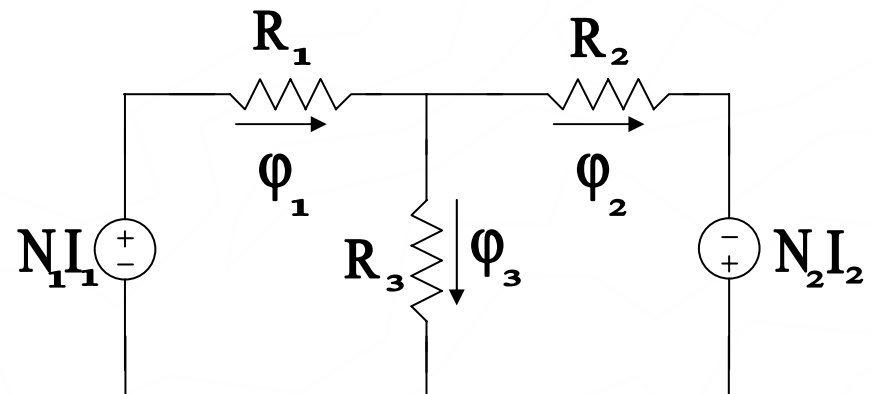
$$\lambda_{jj} = N_j \varphi_j$$

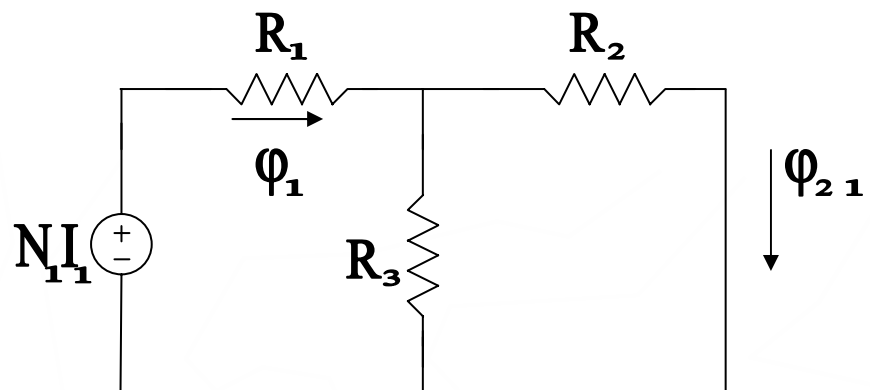
$$\left( \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right)_{Nj} \quad L \quad : \lambda_{jj} \quad : AL$$

$$R_1 = R_{m1} + R_{\delta 1}$$

$$R_2 = R_{m2} + R_{\delta 2}$$

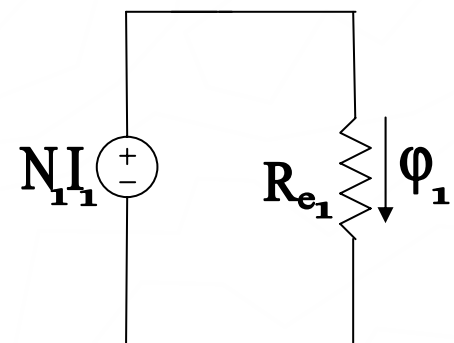
$$R_3 = R_{m3} + R_{\delta 3}$$





$$I_2 = \frac{N_1 I_1}{N_2}$$

$$R_{e1} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$



$$\lambda_{11} = N_1 \varphi_1 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{N_1 I_1}{R_{e1}} \Rightarrow \lambda_{11} = \frac{N_1^2 I_1}{R_{e1}}$$

$$L_{11} = \frac{\lambda_{11}}{I_1} \Rightarrow L_{11} = \frac{N_1^2}{R_{e1}} = \rho_{e1} N_1^2$$

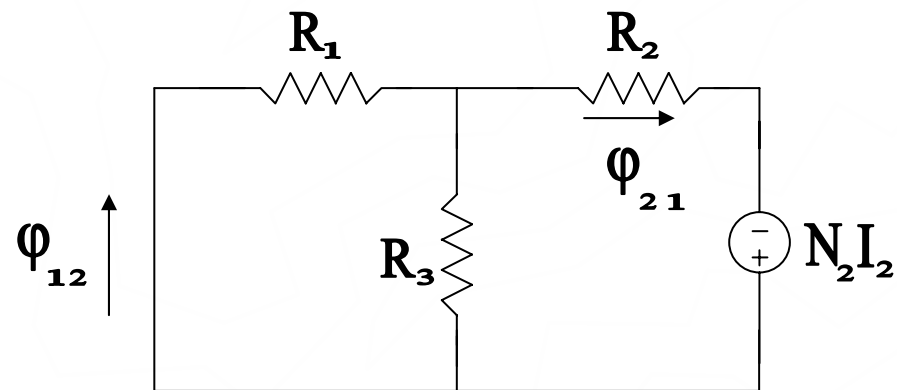
$$: (I_1 = 0) \quad L_{22}$$

$$R_{e2} = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}$$

$$\varphi_2 = \frac{N_2 I_2}{R_{e2}}$$

$$\lambda_{22} = N_2 \varphi_2$$

$$L_{22} = \frac{N_2^2}{R_{e2}}$$



:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI \quad \Rightarrow \quad H 2\pi r_{av} = NI \quad \Rightarrow \quad H = \frac{NI}{2\pi r_{av}} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{NI}{2\pi r_{av} \mu}$$

$$\varphi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad \Rightarrow \quad \lambda = N\varphi \quad \Rightarrow \quad L = \frac{\lambda}{I}$$

)

(

(

) .

.

$$R_1=\frac{L_1}{\mu_1A_1}$$

)

) Rm

μ ( (

.

:

n

:

k j

( )

$$L_{kj}=\frac{\lambda_{kj}}{I_j}\left| \begin{array}{l} I_j\neq 0 \\ I_m=0 \end{array} \right. ,m=1,2,3,...,n \qquad ,m\neq j$$

$$\lambda_{kj}=\sum_{L=1}^{N_K}\int_{AL}\vec{B}.d\vec{s}$$

$$.\qquad\qquad\qquad\text{K}\qquad\qquad\qquad\text{Nk}\qquad\qquad\qquad L\qquad\qquad\qquad:\text{AL}$$

$$R_1=R_{m1}+R_{\delta1}$$

$$R_2=R_{m2}+R_{\delta2}$$

$$R_3=R_{m3}+R_{\delta3}$$

$$\varphi_{21}=\varphi_1\frac{R_3}{R_2+R_3}=\frac{N_1I_1}{\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}{R_3+R_2}}\cdot\frac{R_3}{R_3+R_2}$$

$$L_{21}=\frac{\lambda_{21}}{I_1}=\frac{N_2\varphi_{21}}{I_1}=\frac{R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$$

$$\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_3}\equiv R_{21}$$

$$L_{jj}=\frac{N_j^2}{R_{ej}}L_{kj}$$

$$L_{kj}=\frac{N_jN_k}{R_{kj}}$$

j

K

$$\varphi_2 = \frac{N_2 I_2}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} N_2 I_2$$

$$\varphi_{12} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \varphi_2 = \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} N_2 I_2$$

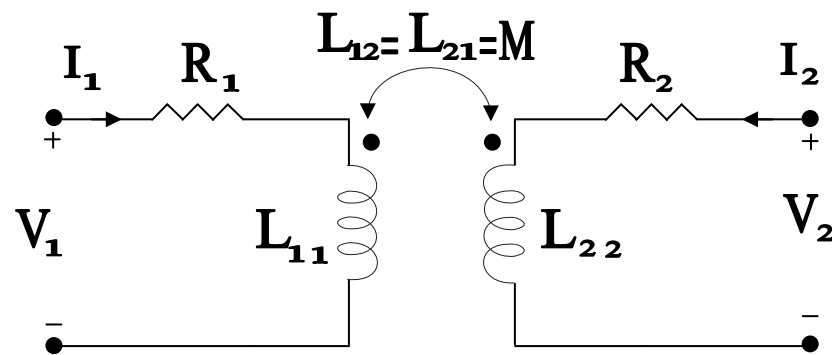
$$\lambda_{12} = N_1 \varphi_{12} = \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} N_2 N_1 I_2$$

$$L_{12} = \frac{\lambda_{12}}{I_2} = \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} N_1 N_2 = \frac{N_1 N_2}{\frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}}$$

: R12

$$R_{12} \equiv \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$





$$\lambda_{12} = N_1 \varphi_{12} = \frac{N_1 N_2 I_2}{R_{12}}$$

$$L_{12} = \frac{N_1 N_2}{R_{12}}$$

$$L_{21} = \frac{N_1 N_2}{R_{21}}$$

$$R_{12} = R_{21}$$

$$\Rightarrow$$

$$L_{12} = L_{21} = M$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cc}
 & \text{N} \\
 \text{L2 1} & \text{L1 2} \\
 & \text{(R1 2, R2 1)}
 \end{array} \\
 \cdot \\
 \text{L2 1} & \text{L1 2} \\
 ( & ) \\
 \text{L2 1} & \text{L1 2} \\
 : & \text{L2 1} \quad \text{L1 2}
 \end{array}$$

$$V_1 = R_1 I_1 + \frac{d}{dt}(L_{11} I_1) + \frac{d}{dt}(L_{12} I_2)$$

$$V_2 = R_2 I_2 + \frac{d}{dt}(L_{21} I_1) + \frac{d}{dt}(L_{22} I_2)$$

$$V_1 = R_1 I_1 + \frac{d}{dt}(L_{11} I_1 + L_{12} I_2)$$

$$V_2 = R_2 I_2 + \frac{d}{dt}(L_{21} I_1 + L_{22} I_2)$$

$$\lambda_1 \equiv L_{11} I_1 + L_{12} I_2$$

$$\lambda_2 \equiv L_{21} I_1 + L_{22} I_2$$

$$V_1 = R_1 I_1 + \frac{d}{dt} \lambda_1$$

$$V_2 = R_2 I_2 + \frac{d}{dt} \lambda_2$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{V} = \underline{R}\underline{I} + \frac{d}{dt}(\underline{L}\underline{I})$$

$$\underline{V} = (V_1, \dots, V_{2n})^t$$

$$\underline{I} = (I_1, \dots, I_{2n})^t$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} R_1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \\ 0 & \dots & R_{2n} \end{bmatrix} = \text{diag}(R_1, \dots, R_{2n})$$

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & \dots & L_{1n} \\ \vdots & & \\ L_{n1} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix}$$

$$. \qquad \text{n=2}$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} \dots L_{12} \\ L_{21} \dots L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

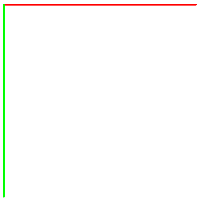
$$\underline{V} = \underline{R} \underline{I} + \frac{d}{dt} \underline{\Lambda}$$

$$\underline{\Lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_{2n})$$

$$\underline{\Lambda} = \underline{L} \underline{I}$$

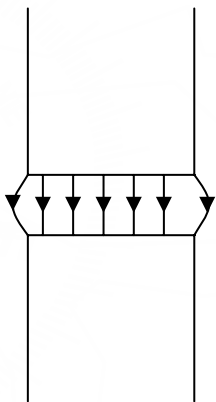
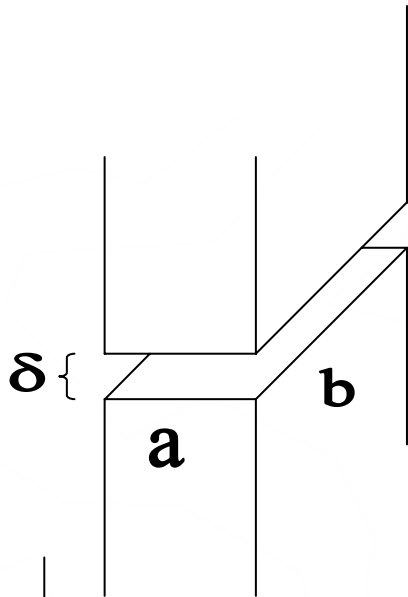
$$V_j = R_j I_j + \frac{d}{dt}(\lambda_j)$$

$$\lambda_j = \sum_{\alpha=1}^n L_{j\alpha} I_{\alpha}$$



:

( )



.

$$B_{mm} = \frac{\varphi}{ab}$$

$$B_{ag} = \frac{\varphi}{ab}$$

$$S_{mm} = S_{ag} = a.b$$

$$S_{ag} \approx (a + \delta)(b + \delta)$$



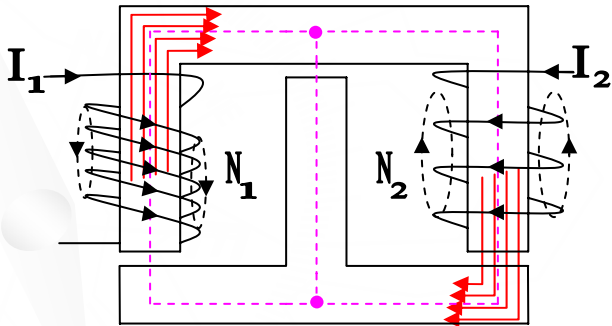
:

$$B_{ag} = \frac{\varphi}{(a + \delta)(b + \delta)}$$

(

:

)

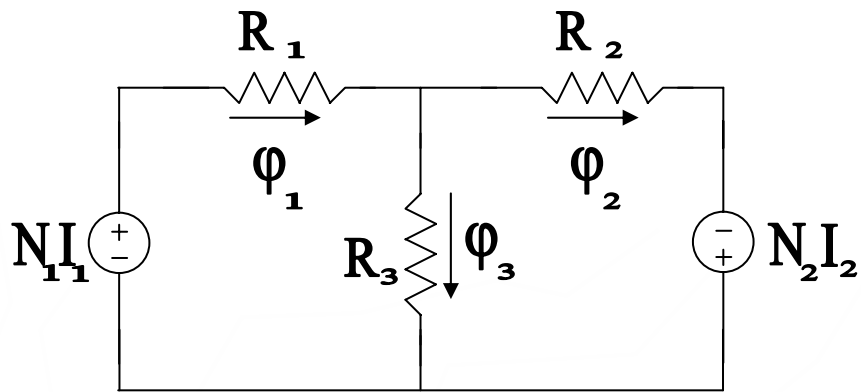


$$L_{jj} = \frac{\lambda_{jj}}{I_j} \left| \begin{array}{l} I_j \neq 0 \\ I_k = 0 \end{array} \right.$$

$$, k = 1, 2, \dots, n$$

$$, k \neq j$$





$$\lambda_{11} = \sum_{m=1}^{N_1} \int_{A_m} \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad I_1 \neq 0, I_2 = 0$$

$$\lambda_{jj} = \sum_{m=1}^{N_j} \int_{A_m} \vec{B}_{mag} \cdot d\vec{s} + \sum_{m=1}^{N_j} \int_{A_m} \vec{B}_{lj} \cdot d\vec{s}$$

$$\lambda_{jj} = \lambda_{magj} + \lambda_{lj}$$

$$\begin{matrix} j \\ j \end{matrix} \quad \begin{matrix} : \lambda_{magj} \\ : \lambda_{lj} \end{matrix}$$

$$L_{jj} = \frac{\lambda_{jj}}{I_j} = \frac{\lambda_{magj}}{I_j} + \frac{\lambda_{lj}}{I_j} = L_{magj} + l_j$$

$$: L_{jj}$$

$$: L_{magj}$$

$$: l_j$$

$$:$$

$$L_{jj} = L_{magj}$$

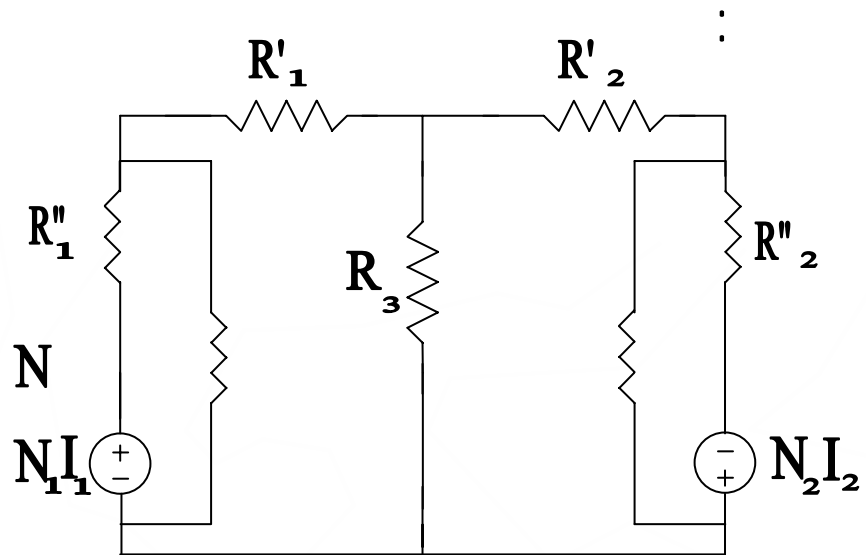
$$l_j = 0$$

$$\lambda_{jj} = \lambda_{magj}$$

$$:$$

$$L_{jj} = L_{magj} = \frac{N_j^2}{R_{ej}}$$

$$\Rightarrow L_{magj} \approx \frac{N_j^2}{R_{ej}}$$

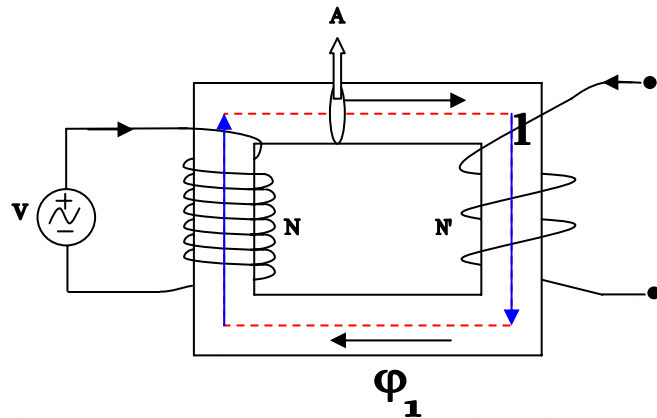


$$R'_1 + R''_1 = R_1$$

$$R'_2 + R''_2 = R_2$$

$$: R_{l1}, R_{l2}$$

$$L_{12} \neq L_{21}$$



:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_s = V_m \cos(\omega t) \\ \lambda_l = 0 \Rightarrow l = 0 \\ R = 0 \\ V_s = Ri + \frac{d\lambda}{dt} \end{array} \right.$$

$$V_s = Ri + \frac{d\lambda_l}{dt} + \frac{d\lambda_m}{dt}$$

$$\lambda_l = 0, \quad R = 0$$

$$V_s = \frac{d\lambda_m}{dt} = N \frac{d\varphi_m}{dt}$$

$$d\varphi_m = \frac{V_m \cos(\omega t)}{N_t} dt$$

$$\int_0^t d\varphi_m = \int_0^t \frac{V_m \cos(\omega t')}{N_t} dt'$$

$$\varphi_m(t) - \varphi(0) = \frac{V_m}{N\omega} \sin(\omega t)$$

$$\varphi_m(t) = \frac{V_m}{N\omega} \sin(\omega t) + \varphi(0)$$

$$B(t) = \frac{\varphi_m(t)}{A} = \frac{V_m}{N\omega A} \sin(\omega t) + \frac{\varphi(0)}{A}$$

$$\frac{V_m}{N\omega} = \varphi_{\max}$$

$$V_m = N\omega \varphi_{\max}$$

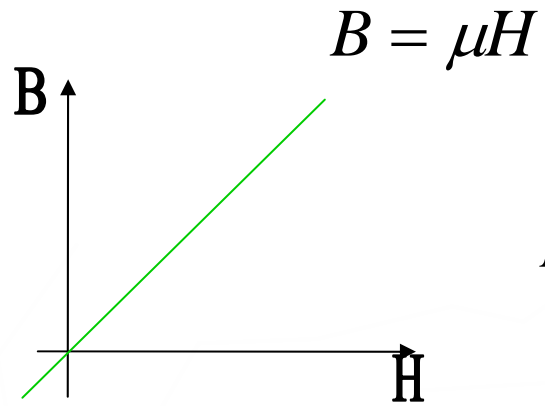
$$V_m = N\omega \varphi_{\max}$$

$$\sqrt{2} V_{\text{eff}} = 2\pi f N \varphi_{\max}$$

$$V_{\text{eff}} = \pi\sqrt{2} f N \varphi_{\max} \approx 4.44 f N \varphi_{\max}$$

$$B_{\max} = \frac{V_{\text{eff}}}{\pi\sqrt{2} f N A} \approx \frac{1}{4.44} \frac{V_{\text{eff}}}{A f N}$$

$$B(t) = B_{\max} \sin(\omega t) + B(0) \quad , \quad B(0) = 0$$



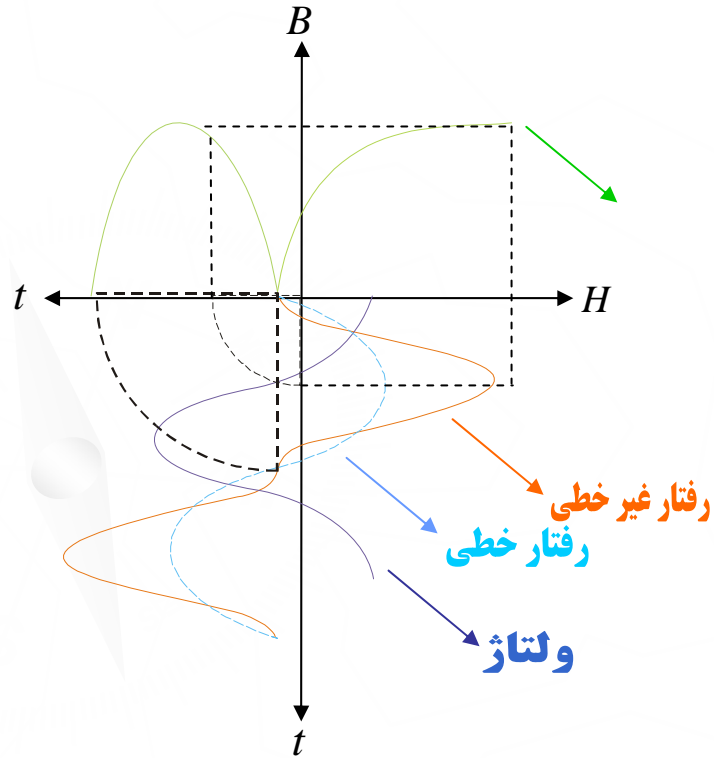
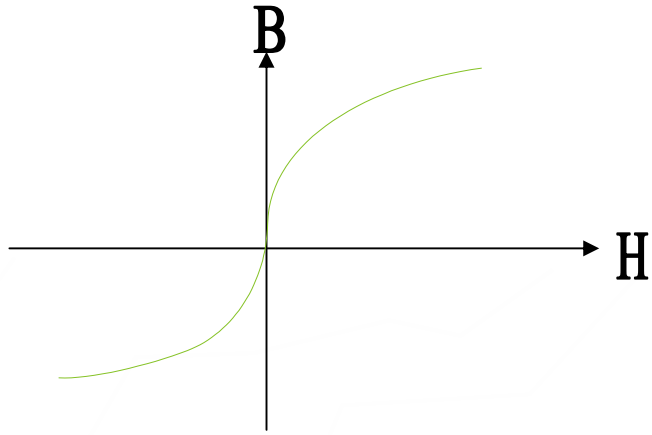
$$H(t) = \frac{B_{\max}}{\mu} \sin(\omega t) = \frac{V_m}{\mu AN \omega} \sin(\omega t)$$

$$Ni(t) = LH(t) = \frac{LV_m}{\mu AN \omega} \sin(\omega t)$$

$$i(t) = \frac{LV_m}{\mu AN^2 \omega} \sin(\omega t)$$

$$i(t) = \frac{V_m}{N^2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \frac{L}{A\mu} \omega$$

$$L_m = \frac{N^2 A \mu}{L} \quad , \quad X_m = L_m \omega$$

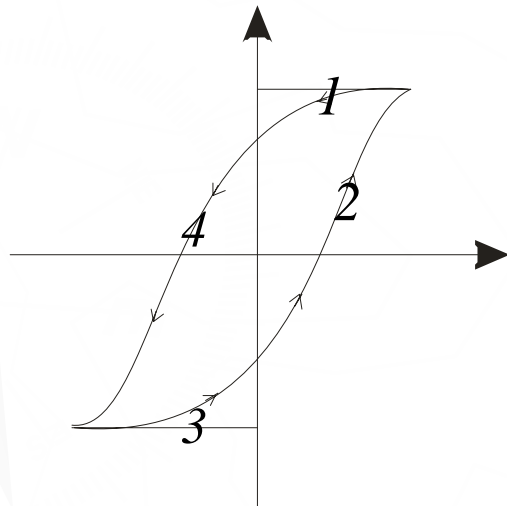
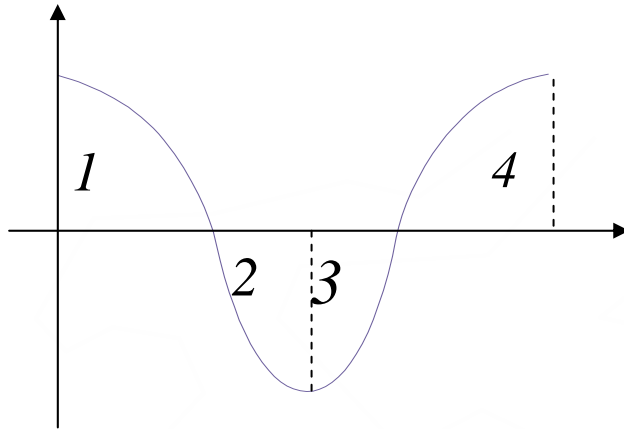


$$i_{mag}(t) = \frac{L}{N} H(t)$$

$$i_{mag}(t) = \sum_{j=1} I_{mag(2j-1)} \sin(2j-1)\omega t$$

$$I_{mag} = \sqrt{I_{mag1}^2 + I_{mag3}^2 + I_{mag5}^2 + \dots}$$





$$P_{av} = \int_0^T i_{mag}(t) V(t) dt = 0$$

$$W_{HT} = \int_0^T i \cdot v dt$$

$$W_{HT} = \int_0^T \frac{\mu(t')L}{N} \frac{d\lambda_m(t')}{dt} dt$$

$$(\lambda_m(t') = NAB(t'))$$

$$W_{HT} :$$

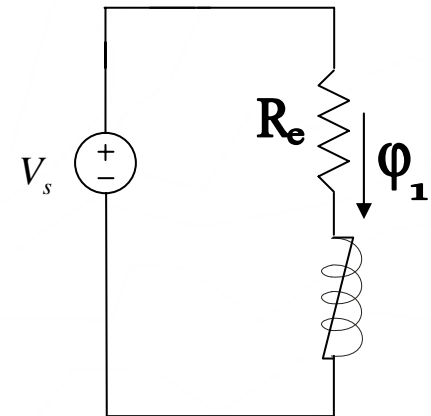
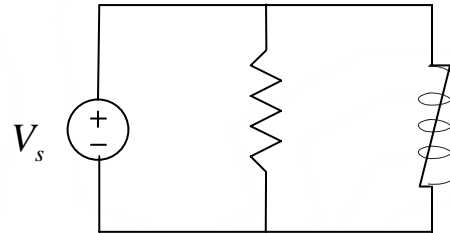
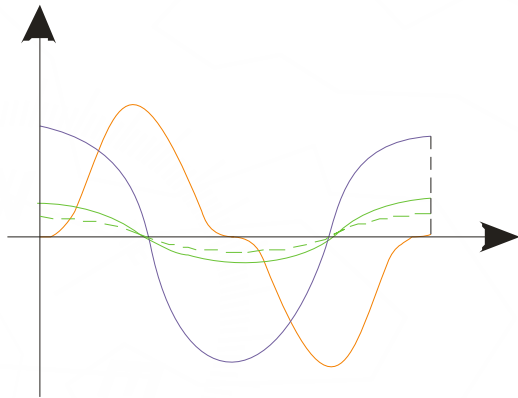
$$W_{HT} = LA \int_0^T \mu(t') dB(t')$$

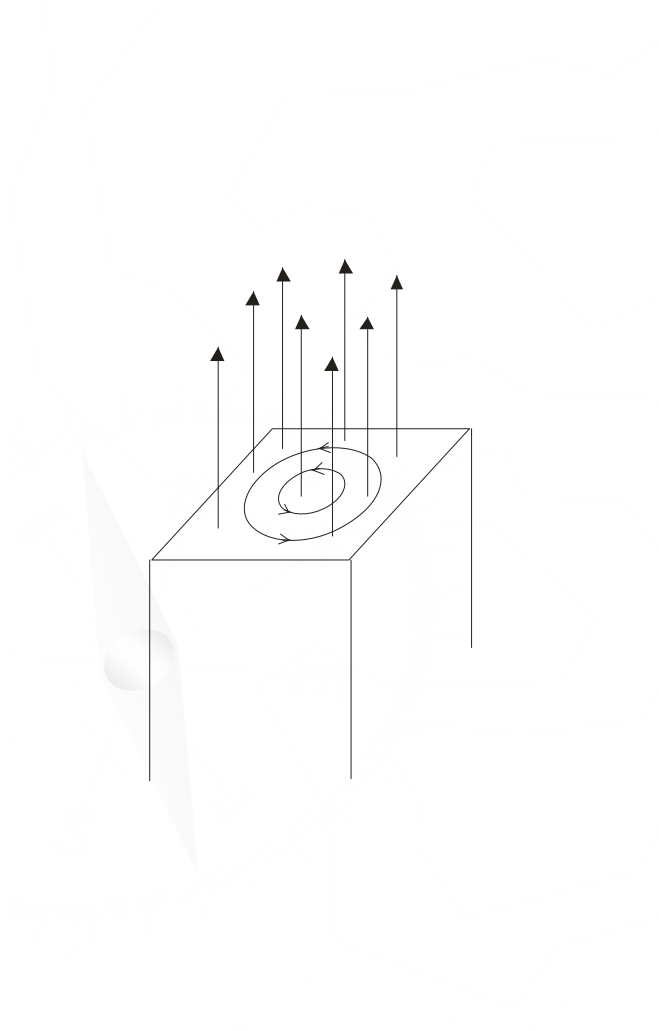
$$LA = V_{o1}$$

$$V_{o1} \dot{}$$

$$W_{HT} = V_{o1} \int_{H.L.} H dB = V_{o1} A_{H.L.} = V_{o1} (-A_1 + A_2 - A_3 + A_4)$$

$$P_H = \frac{W_{HT}}{T} = \frac{V_{o1} A_{H.L.}}{T} = V_{o1} f A_{H.L.}$$





$$P_H = \frac{W_{HT}}{T} = \frac{V_{O1} A_{H.L.}}{T} = V_{O1} f A_{H.L.}$$

$$i_H(t) = I_{MaxH} Cos(\omega t)$$

$$P_H = \frac{1}{2} V_{\max} I_{MaxH}$$

$$A_{H.L.} = k_H B_{\max}^x \qquad 1 \leq x \leq 2$$

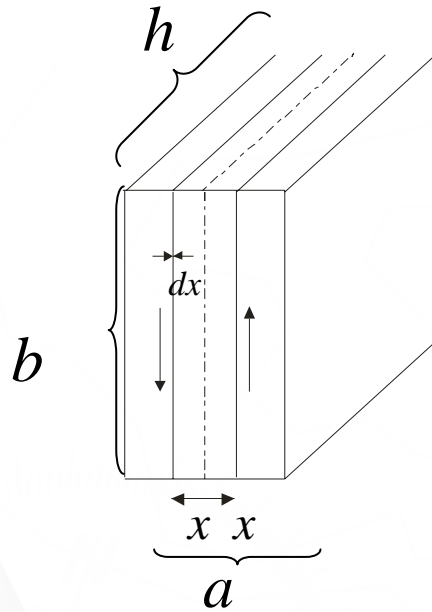
$$x = 1.6$$

$$P_H = V_{O1} k_H B_{\max}^x f = V_{O1} k_H B_{\max}^{1.6} f$$

$$\varphi = SB(T)$$

$$e = -\frac{d\varphi}{dt} = -S \frac{dB}{dt}$$

$$i = \frac{e}{R}$$



$$\varphi = (2bx)(B_{\max} \sin(\omega t))$$

$$e = -\frac{d\varphi}{dt} = -2bx\omega B_{\max} \cos(\omega t)$$

$$R_{\text{loop}} = \frac{2(2x+b)\rho}{(hdx)}$$

$$L_{\text{loop}} = 0$$

$$dP_E = \frac{E_{\text{eff}}^2}{R_{\text{loop}}}$$

$$dP_E = \frac{\left(\frac{2xb\omega B_{\max}}{\sqrt{2}}\right)^2}{\frac{2(2x+b)\rho}{(hdx)}}$$

$$dP_E = \frac{2x^2b^2\omega^2 B_{\max}^2 h}{2(2x+b)\rho} dx$$

$$P_E = \int_0^{\frac{a}{2}} dP_E = \int_0^{\frac{a}{2}} \frac{b^2 \omega^2 B_{\max}^2 h}{\rho} \frac{x^2}{2x+b} dx$$

$$P_E = \int_0^{\frac{a}{2}} \frac{bh\omega^2 B_{\max}^2}{\rho} x^2 dx$$

$$P_E = \frac{ba^3 \omega^2 B_{\max}^2 h}{24\rho} = \frac{\pi^2 a^2}{6\rho} (abh) f^2 B_{\max}^2 = \frac{\pi^2 a^2}{6\rho} V_{o1} f^2 B_{\max}^2$$

$$= k_E V_{o1} f^2 B_{\max}^2$$

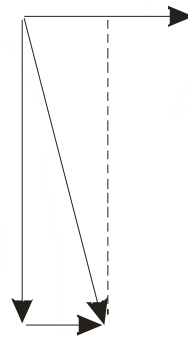
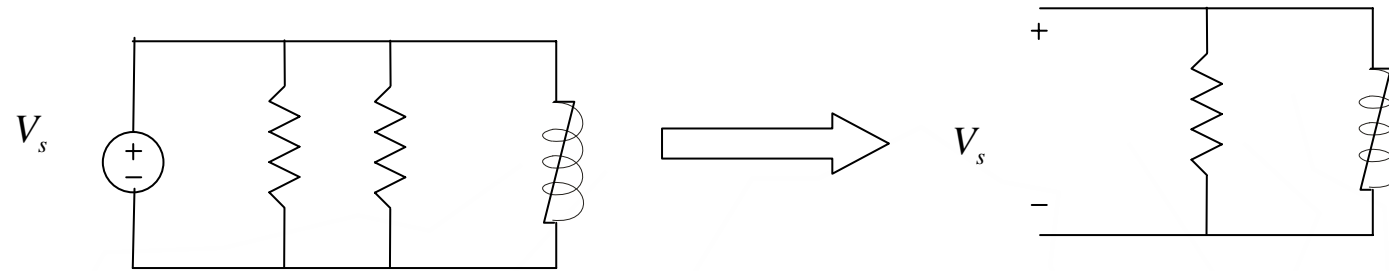
$$i_e = I_{E\max} \cos(\omega t)$$

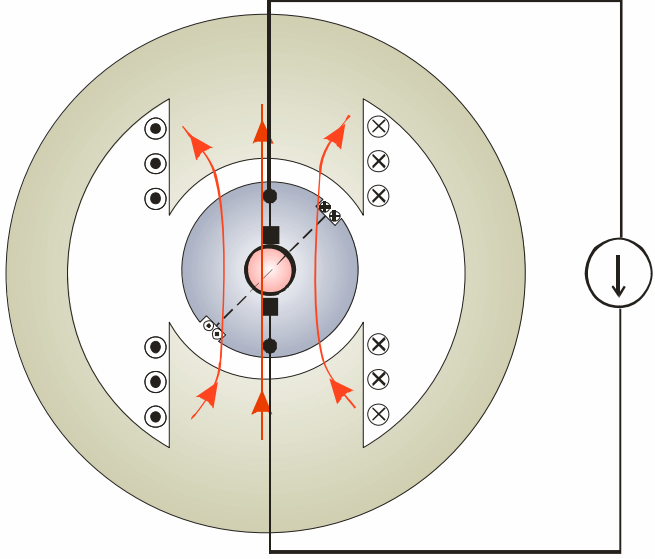
$$P_E = \frac{1}{2} V_{\max} I_{\max}$$

$$P_{mag} = P_H + P_E$$

$$i = i_{mag} + i_e$$

$$P_{mag} = V_{o1} k_H B_{\max}^{1.6} f + k_E V_{o1} f^2 B_{\max}^2$$

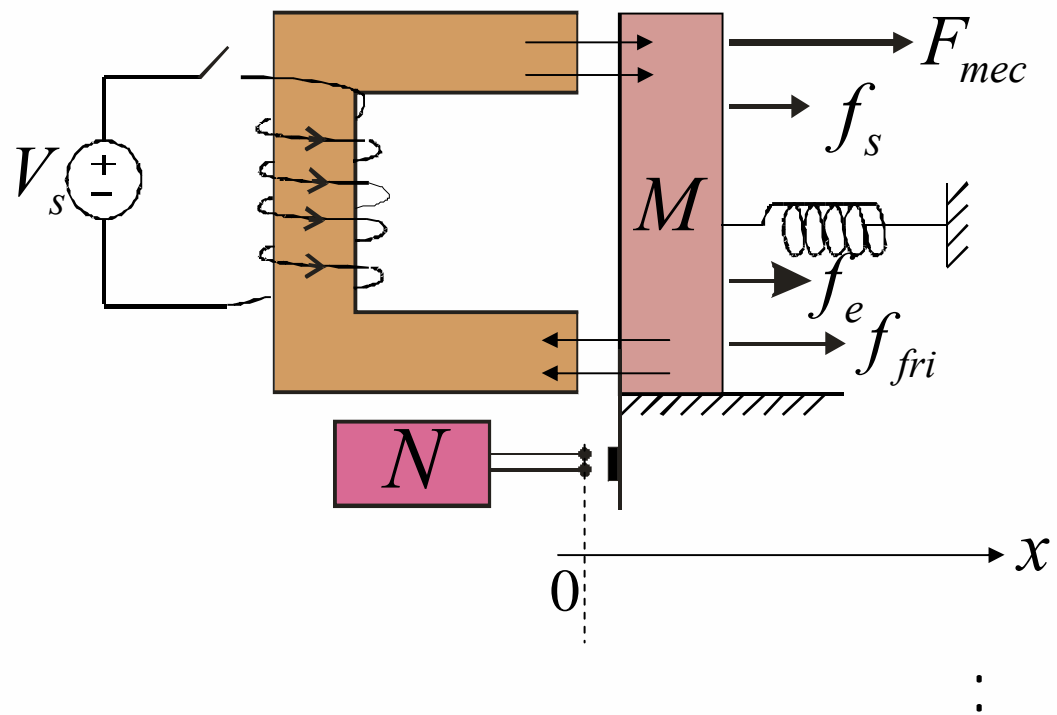




n



:





$$dW_s = dW_{mec} + dW_{ele}$$

$$\begin{cases} dW_{mec} = F_{mec} dx \\ dW_{ele} = V_s i dt \end{cases}$$

$$dW_s = F_{mec} dx + V_s i dt$$

$$V_s = R_w i + \frac{d\lambda_w}{dt} = R_w i + \frac{d}{dt}(\lambda_{mag} + \lambda_l)$$

$$\frac{d}{dt}(M \frac{dx}{dt}) = F_{mec} + f_e + f_{fri} + f_s$$

$$dw_{mec} = F_{mec} dx = dx \frac{d}{dt}(MV_{el}) - f_e dx - f_{fri} dx - f_s dx$$

:

$$dW_s=R_wi^2\;dt+id\lambda_{mag}-f_e\,dx-f_{fri}\,dx-f_s\,dx+MV_{e1}dV_{e1}$$

$$dW_{\;meg}=id\,\lambda_{\;mag}-f_e\,dx\;+id\,\lambda_l\;\longleftarrow$$

$$R_wi^2\;dt\;:$$

$$id\,\lambda_l:$$

$$id\,\lambda_{\;mag}-f_e\,dx\;:$$

$$f_{fri}\,dx\;:$$

$$f_s\,dx\;:$$

$$MV_{e1}dV_{e1}:\qquad\mathbf{M}$$

$$W_{fld}=W_f(r,B,H)=\left\{ \begin{matrix} W_f(r,B) \\ W_f(r,H) \end{matrix} \right\}=\left\{ \begin{matrix} W_f(r,\lambda_{mag}) \\ W_f(r,i) \end{matrix} \right\}=\left\{ \begin{matrix} W_f(x,\lambda_{mag}) \\ W_f(x,i) \end{matrix} \right\}$$

:

$$W_{fld} = W_f(x, \lambda_{mag})$$

$$dW_{fld} = \frac{\partial W_f}{\partial x} dx + \frac{\partial W_f}{\partial \lambda_{mag}} d\lambda_{mag}$$

$$dW_{fld} = i d\lambda_{mag} - f_e dx$$

$$\Rightarrow f_e = -\frac{\partial W_f}{\partial x} \quad , \quad i = \frac{\partial W_{fld}}{\partial \lambda_{mag}}$$

:

$$\lambda_{mag} = \lambda_{mag}(x, i)$$

$$W_c(x, i) \equiv i \lambda_{mag}(x, i) - W_f(x, i)$$

$$W_c(x, i) :$$

$$dW_c(x, i) \equiv di \lambda_{mag}(x, i) - dW_f(x, i) = i d\lambda_{mag} + \lambda_{mag} di$$

$$dW_f = i d\lambda_{mag} - f_e dx$$

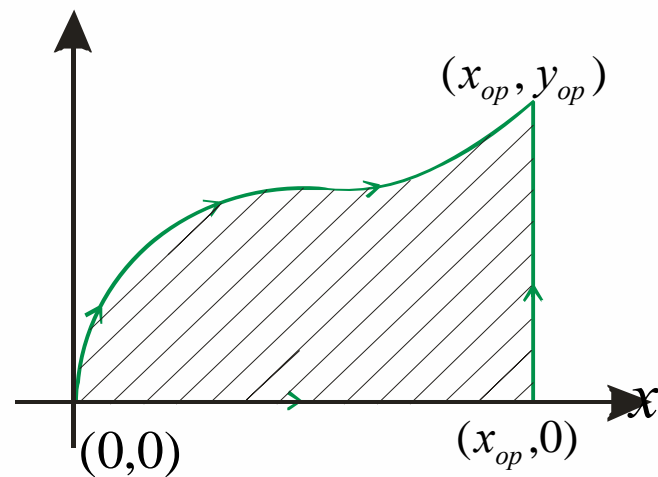
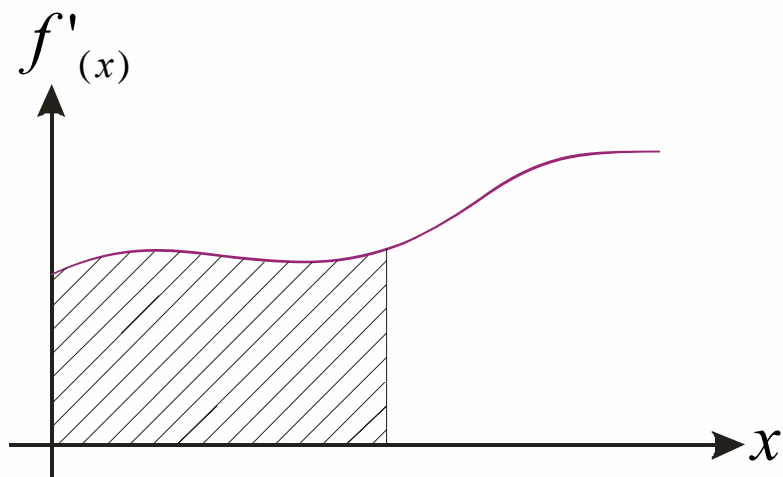
$$\textcircled{1} \Rightarrow dW_c = \lambda_{mag} di + f_e dx$$

$$\textcircled{2} \quad dW_c = \frac{\partial W_c}{\partial x} dx + \frac{\partial W_c}{\partial i} di$$

$$\textcircled{1}\textcircled{2} \Rightarrow f_e = \frac{\partial W_c}{\partial x}, \quad \lambda_{mag} = \frac{\partial W_c}{\partial i} \quad (\lambda = \lambda_{mag})$$

$$: W_f(x, \lambda)$$

$$dW_f = i d\lambda - f_e dx$$



$$W(x_{op}, \lambda_{op}) = \int_{(0,0)}^{(x_{op}, \lambda_{op})} dW_f$$

$$W(x_{op}, \lambda_{op}) = \int_{(0,0)}^{(x_{op}, 0)} (id\lambda - f_e dx) + \int_{(x_{op}, 0)}^{(x_{op}, \lambda_{op})} (id\lambda - f_e dx)$$

$$= \int_{(0,0)}^{(x_{op}, 0)} -f_e dx + \int_{(x_{op}, 0)}^{(x_{op}, \lambda_{op})} id\lambda$$

$$\Rightarrow W_f(x_{op}, \lambda_{op}) = \int_{(x_{op}, 0)}^{(x_{op}, \lambda_{op})} id\lambda$$

$$\lambda = L_W i_W$$

$$\lambda = L(x) i$$

$$\Rightarrow i = \frac{1}{L(x)} \lambda = \Gamma(x) \lambda$$

$$W_f(x_{op}, \lambda_{op}) = \int_{(x_{op}, 0)}^{(x_{op}, \lambda_{op})} id\lambda = \int_{(x_{op}, 0)}^{(x_{op}, \lambda_{op})} \Gamma(x) \lambda d\lambda = \Gamma(x_{op}) \int_0^{\lambda_{op}} \lambda d\lambda$$

$$\Rightarrow W_f(x, \lambda) = \frac{1}{2} \Gamma(x) \lambda^2$$

$$\Gamma(x) = \frac{1}{L(x)} = \frac{1}{\frac{N^2}{R(x)}} = \frac{R(x)}{N^2}, \quad \lambda = N\varphi$$

$$\Rightarrow W_f(x, \varphi) = \frac{1}{2} R(x) \varphi^2$$

$$f_e = -\frac{\partial W_f}{\partial x} = -\frac{1}{2} \lambda^2 \frac{d\Gamma(x)}{dx} = -\frac{1}{2} \varphi^2 \frac{dR(x)}{dx}$$

$$: W_c(x,i)$$

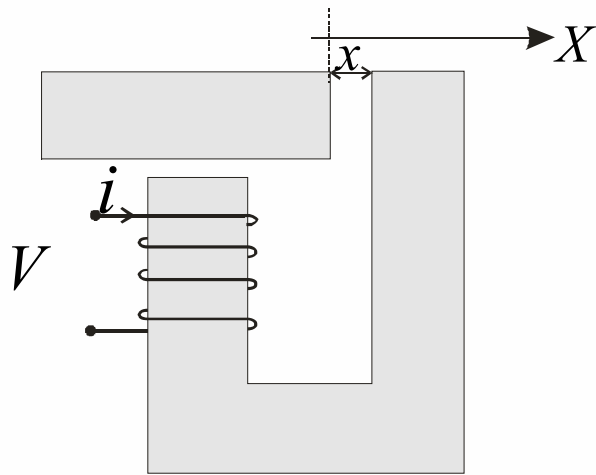
$$W_c(x_{op},i_{op})=\int\limits_{\substack{(0,0)\\ \gamma}}^{(x_{op},i_{op})}dW_c=\int\limits_{(x_{op},0)}^{(x_{op},i_{op})}\lambda di=\frac{1}{2}L(x_{op})i^2_{op}$$

$$\Rightarrow W_c(x,i)=\frac{1}{2}L(x)i^2$$

$$f_e=\frac{\partial W_c}{\partial x}=\frac{1}{2}i^2\frac{dL(x)}{dx}$$

$$W_c=\frac{1}{2}L(x)i^2\qquad , \qquad i=\frac{\lambda}{L(x)}\Rightarrow i^2=\frac{\lambda^2}{(L(x))^2}$$

$$W_c=\frac{1}{2}L(x)\frac{\lambda^2}{(L(x))^2}=\frac{1}{2}\frac{1}{L(x)}\lambda^2=\frac{1}{2}\Gamma(x)\lambda^2=W_f$$



$$R_w = 1\Omega \quad , \quad A = 10\text{cm}^2 \quad , \quad \mu_0 = 4\pi * 10^{-7}$$

$$i = 5\cos(100\pi t) \quad \text{A}$$

$$V = 100\cos(100\pi t) \quad \text{V}$$

$$x = 1\text{cm}$$

$$L(x) = \frac{N^2}{R(x)} \quad :$$

$$L(x) = \frac{(400)^2}{\frac{x}{(10 * 10^{-7})(4\pi * 10^{-7})}} \Rightarrow L(x) = \frac{64\pi * 10^{-6}}{x}$$

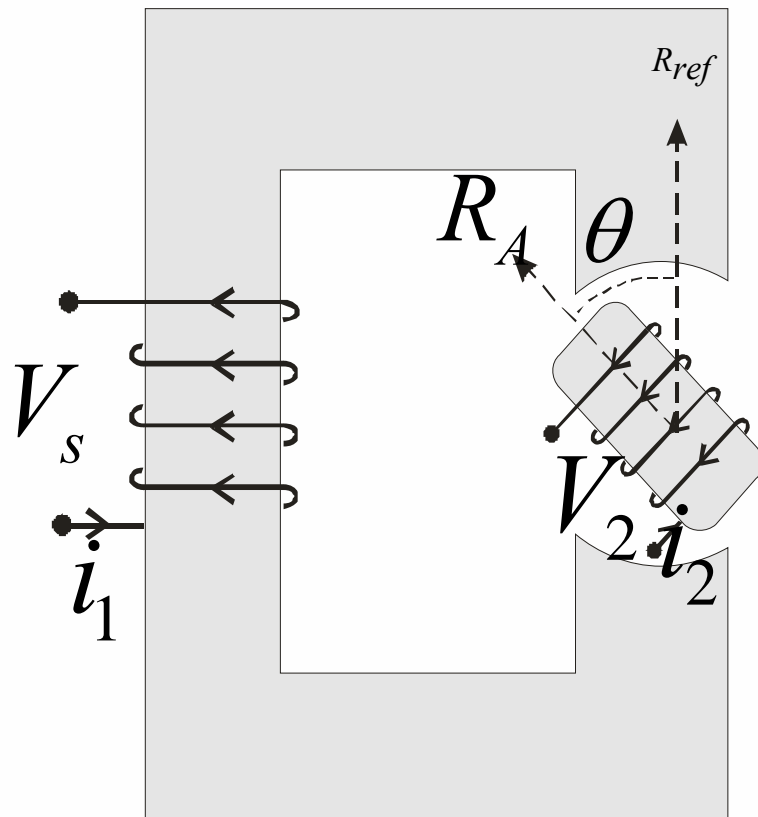
$$W_c = \frac{1}{2} L(x) i^2 = \frac{1}{2} \frac{64\pi * 10^{-6}}{x} (5\cos(100\pi t))^2$$



$$W_c = \frac{4\pi * 10^{-4}}{x} (1 + \cos 200\pi t)$$

$$f_e = \frac{\partial W_c}{\partial x} = -\frac{4\pi * 10^{-4}}{x^2} (1 + \cos 200\pi t) \quad , \quad x = 0.01m = 10^{-2} m$$

$$f_e = -4\pi (1 + \cos 200\pi t) \quad \Rightarrow \quad f_{eav} = -4\pi N$$



:

$$v_s = v_m \cos(\omega t)$$

$$v_s = Ri + \frac{d\lambda_m}{dt} + \frac{d\lambda_l}{dt} \rightarrow v_s = \frac{d\lambda_m}{dt}$$

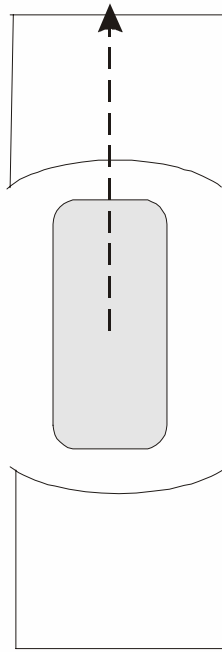
$$\lambda_m = n \varphi \Rightarrow v_s = N \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\Rightarrow v_m \cos(\omega t) = N \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\Rightarrow d\varphi = \frac{v_m}{N} \cos(\omega t)$$

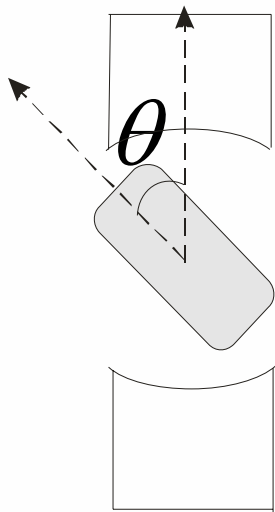
$$\Rightarrow \int_0^t d\varphi = \frac{v_m}{N} \int_0^t \cos(\omega t) dt$$

$$\Rightarrow \varphi(t) = \frac{v_m}{N\omega} \sin(\omega t) + \varphi(0) \quad , \quad w(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} R(\theta) \varphi^2$$



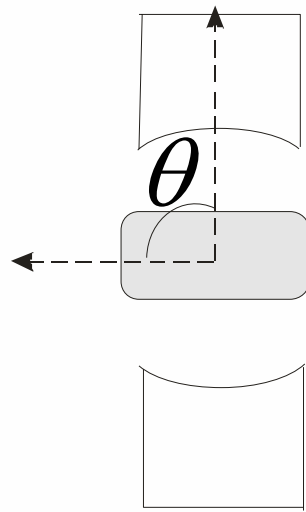
$$\theta = 0 \Rightarrow R(\theta) = R_{\min}$$

$:R(\theta)$

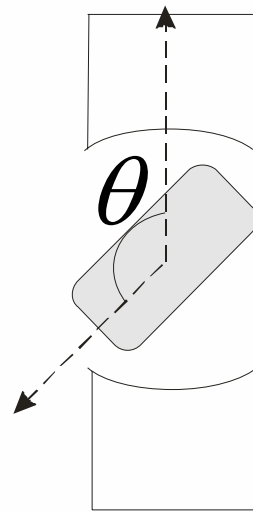


$$\frac{dR}{d\theta} > 0$$

$$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

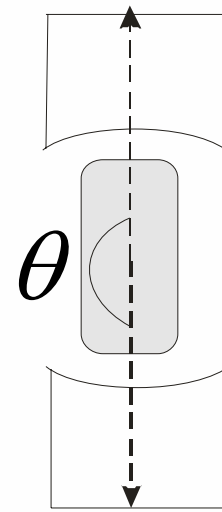


$$R\left(\frac{\pi}{2}\right) = R_{\max}$$

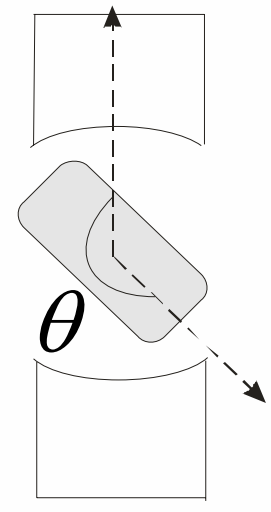


$$\frac{dR}{d\theta} < 0$$

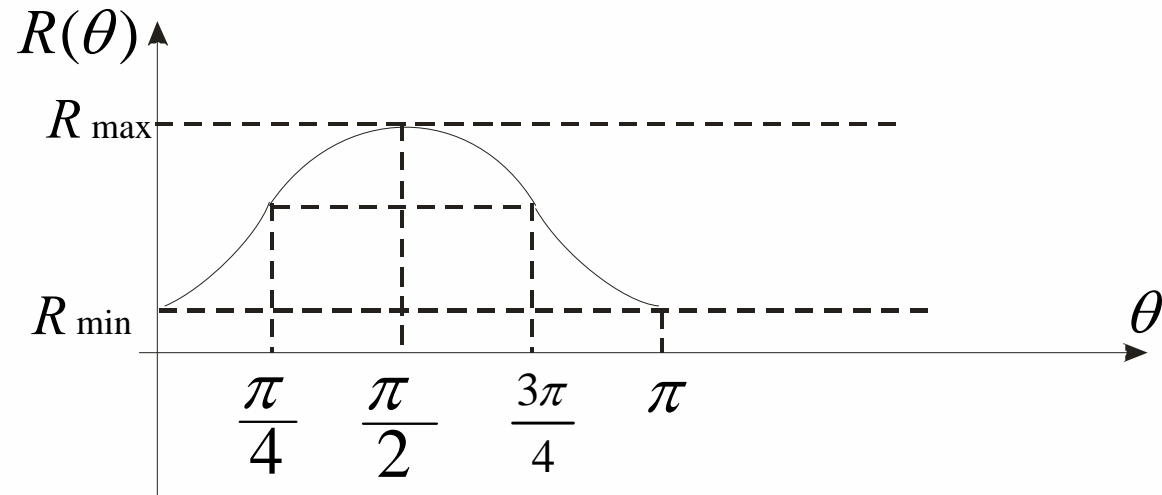
$$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$$



$$R(\pi) = R_{\min}$$



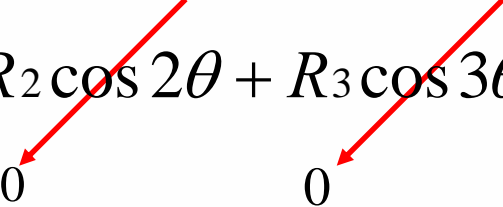
...

$\pi$ 

∴

$$R(\theta) = R_o + R_1 \cos \theta + R_2 \cos 2\theta + R_3 \cos 3\theta + \dots$$

$$\begin{array}{c}
 \vdots \\
 \vdots \\
 R(\theta) = R_0 + R_1 \cos \theta + R_2 \cos 2\theta + R_3 \cos 3\theta + \dots
 \end{array}$$



$$\Rightarrow R(\theta) = R_0 + R_1 \cos 2\theta$$

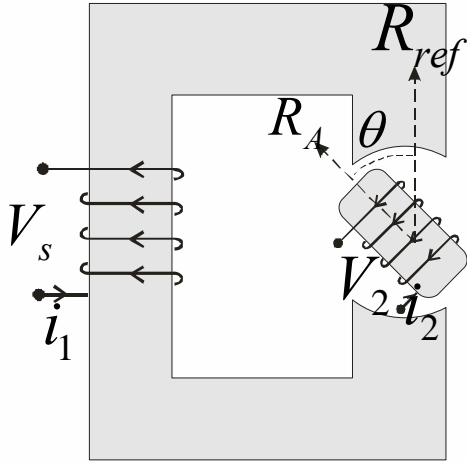
Rotor

$$w(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} (R_0 + R_1 \cos 2\theta) \left( \frac{v_m}{N\omega} \sin \omega t + \varphi(0) \right)^2$$

:

$$\tau_e = -\frac{\partial w}{\partial \theta} = \frac{1}{2} (2R_1 \sin 2\theta) \left( \frac{v_m}{N\omega} \sin \omega t + \varphi(0) \right)^2$$

$$\varphi(0) = 0 \Rightarrow \tau_e = \frac{v_m^2}{N^2 \omega^2} \sin^2 \omega t \sin 2\theta$$



$$\begin{cases} f_e \rightarrow \tau \\ x \rightarrow \theta_r \end{cases}$$

$$dW_f = i d\lambda - \tau_e d\theta$$

$$W_c(\theta, i) = i\lambda(\theta, i) - W_f(\theta, i)$$

$$dW_c = \lambda di + \tau_e d\theta$$

$$W_f(\theta, \lambda) = \int_{(\theta, 0)}^{(\theta, \lambda)} i d\lambda' = \frac{1}{2} \Gamma(\theta) \lambda^2 = \frac{1}{2} R(\theta) \phi^2$$

$$W_c(\theta, i) = \int_{(\theta, 0)}^{(\theta, i)} \lambda di' = \frac{1}{2} L(\theta) i^2$$

$$\tau_e = \frac{\partial W_c}{\partial \theta} = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(\theta)}{d\theta}, \quad \lambda = \frac{\partial W_c}{\partial i}$$

$$\tau_e = -\frac{\partial W_f}{\partial \theta} = -\frac{1}{2} \lambda^2 \frac{d\Gamma(\theta)}{d\theta} = -\frac{1}{2} \phi^2 \frac{dR(\theta)}{d\theta}, \quad i = \frac{\partial W_f}{\partial \lambda}$$

$$\Rightarrow W_c(\theta, i) = W_f(\theta, \lambda)$$



$$\underline{i}^t = (i_1, i_2)$$

$$\underline{V} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}, \quad \underline{L}(\theta) = \begin{bmatrix} L_{11}(\theta) & L_{12}(\theta) \\ L_{21}(\theta) & L_{22}(\theta) \end{bmatrix}$$

$$\underline{\lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \underline{L}(\theta)\underline{i}$$

$$\underline{i} = \underline{L}^{-1}(\theta)\underline{\lambda} = \underline{\Gamma}(\theta)\underline{\lambda}$$

$$W_c(\theta, i) = \int_{(\theta, 0)}^{(\theta, i)} \lambda di' = \frac{1}{2} L(\theta) i^2 = \frac{1}{2} i L(\theta) i = \frac{1}{2} i^t L(\theta) i$$

$$W_c(\theta, \underline{i}) = \frac{1}{2} \underline{i}^t \underline{L}(\theta) \underline{i}, \quad W_f = \frac{1}{2} \underline{\lambda}^t \underline{\Gamma}(\theta) \underline{\lambda}$$

$$\tau_e = \frac{\partial W_c}{\partial \theta} = \frac{1}{2} \underline{i}^t \frac{\partial \underline{L}(\theta)}{\partial \theta} \underline{i}$$

$$\tau_e = -\frac{\partial W_f}{\partial \theta} = -\frac{1}{2} \underline{\lambda}^t \frac{\partial \underline{\Gamma}(\theta)}{\partial \theta} \underline{\lambda}$$

$$:\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}$$

$$\underline{r}\equiv (x,y,z)$$

$$W_c(\underline{r},\underline{i})=\frac{1}{2}\underline{i}^t\,\underline{L}(\underline{r})\underline{i}$$

$$W_f(\underline{r},\underline{\lambda})=\frac{1}{2}\underline{\lambda}^t\,\underline{\Gamma}(\underline{r})\underline{\lambda}$$

$$f_{ej}=\frac{\partial W_c}{\partial j}=\frac{1}{2}\underline{i}^t\frac{d\,\underline{L}(\underline{r})}{dj}\underline{i}$$

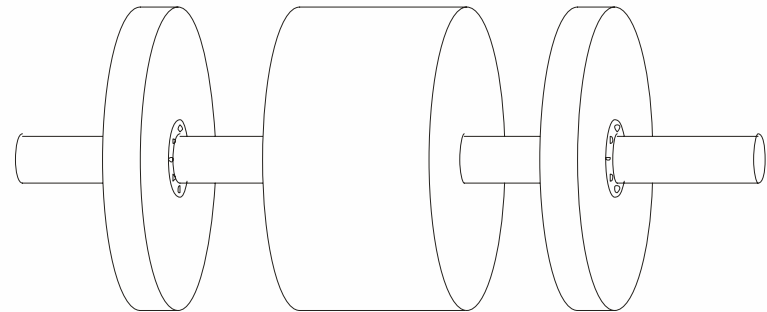
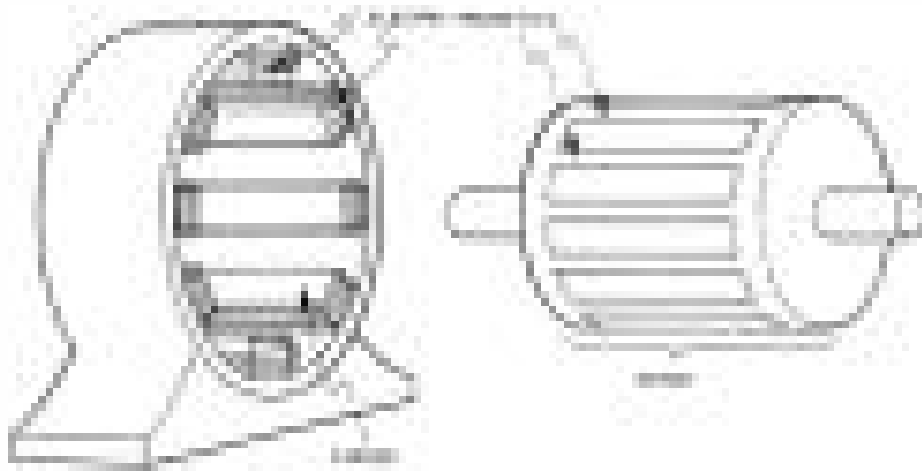
$$f_{ej}=-\frac{\partial W_f}{\partial j}=-\frac{1}{2}\underline{\lambda}^t\frac{d\,\underline{\Gamma}(\underline{r})}{dj}\underline{\lambda}$$

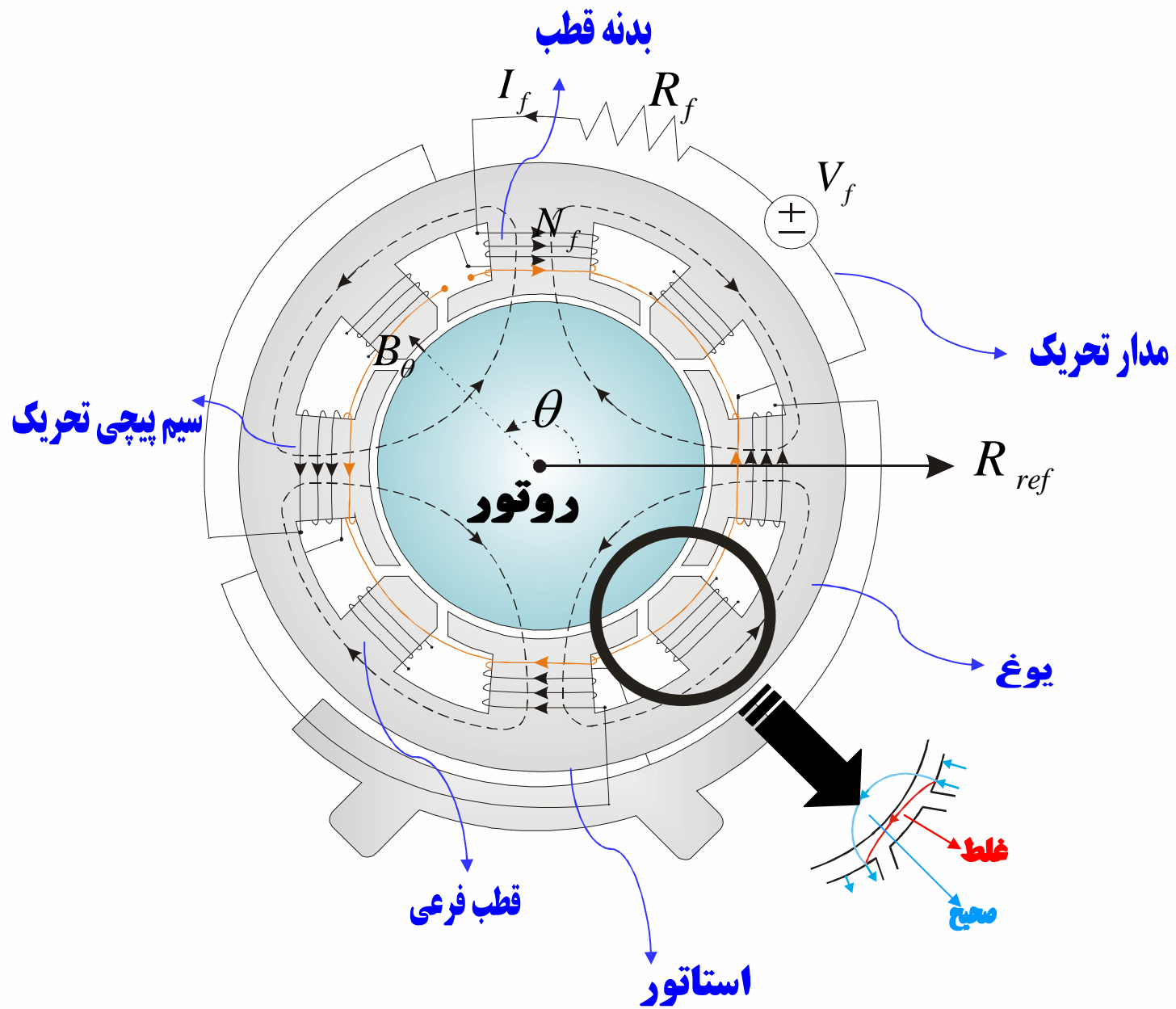
$$\vec{f}_e=\nabla W_c=-\nabla W_f$$



**DC**

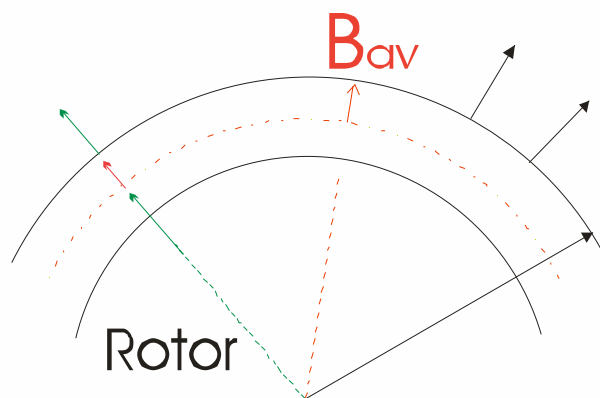
:



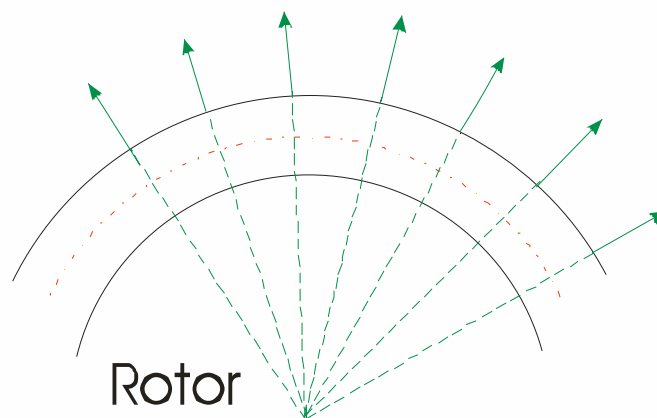


میدان پدید آمده از سیم پیچیه‌های تحریک در شکاف هوایی Stator و Rotor:

۱- راستای میدان در هر نقطه از شکاف هوایی شعاعی است.

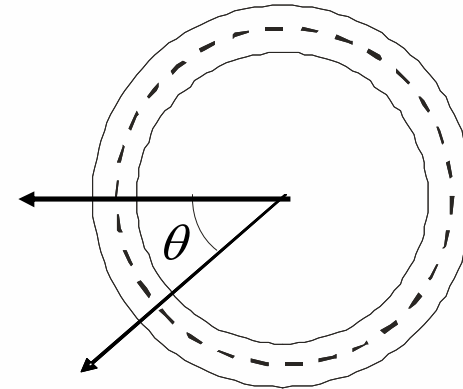
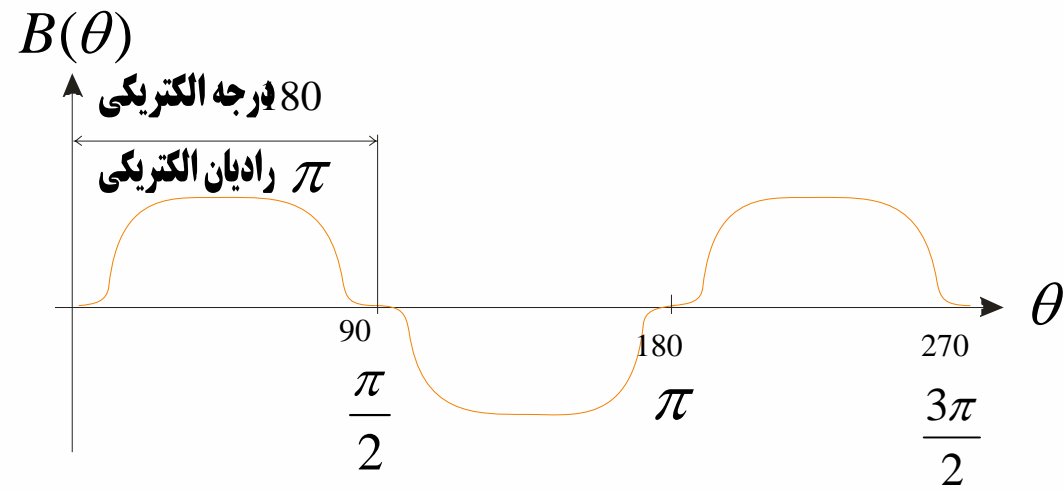


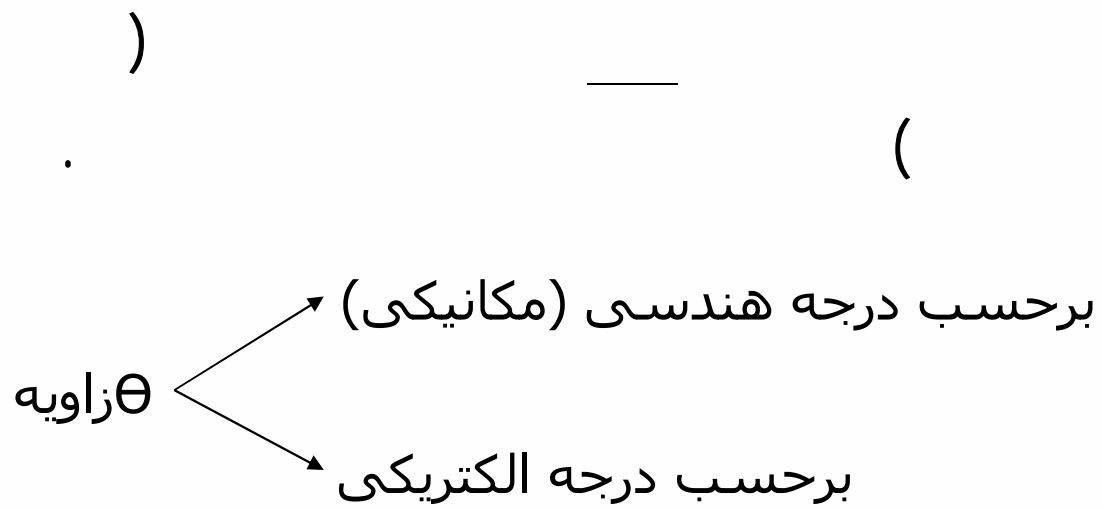
۲- میدان بر روی نقاط واقع بر یک شعاع یکسان است.



:

Stator Rotor





$$F_f = N_f I_f \pm N'_f I'_f$$

$$\theta_{mec} :$$

$$\theta_{ele} :$$

$$P :$$

$$\frac{\theta_{mec}}{360} = \frac{\theta_{ele}}{180P}$$

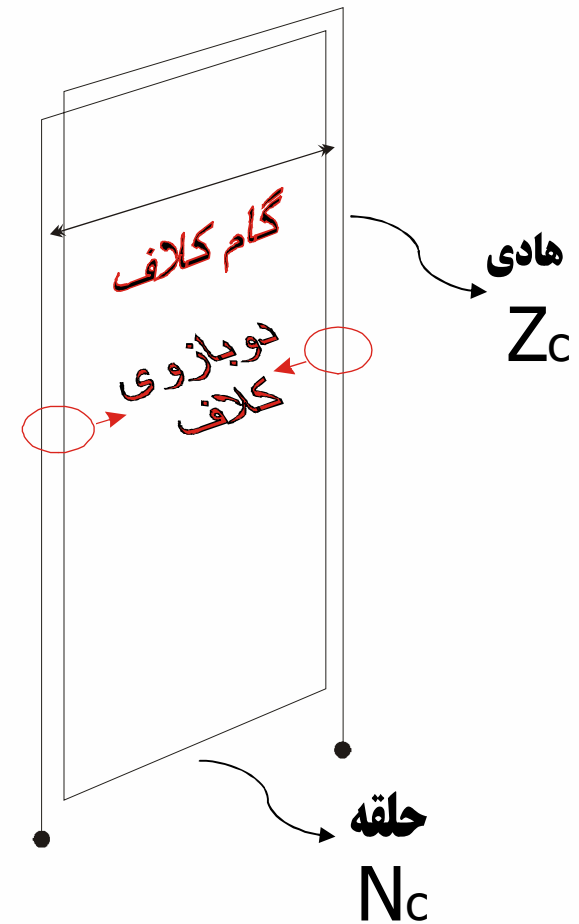
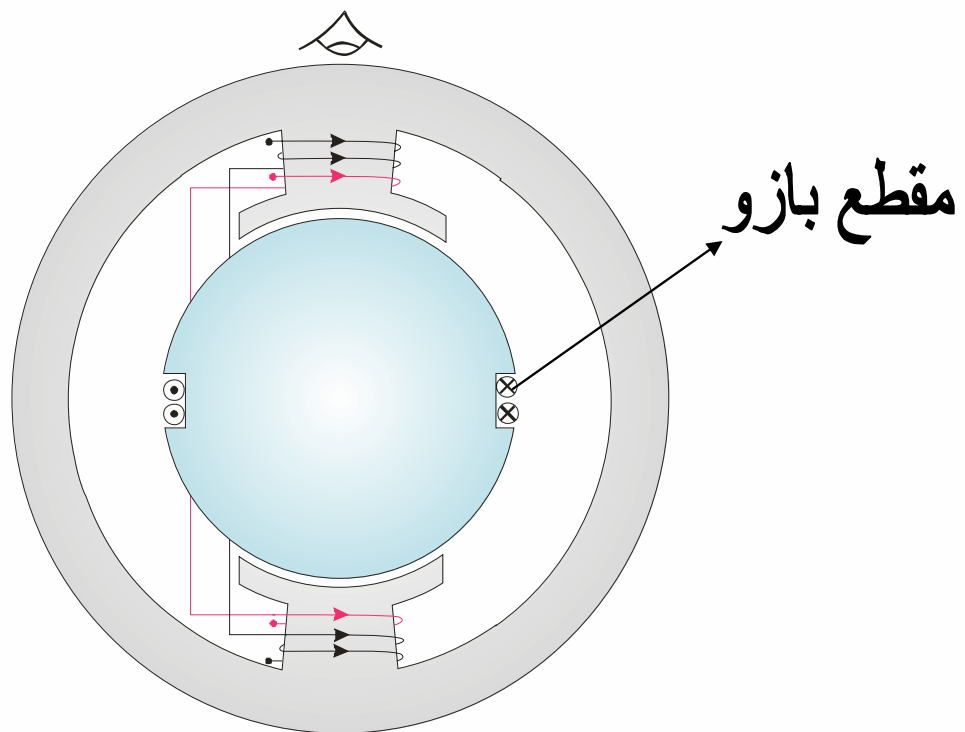
$$\Rightarrow \theta_{ele} = \frac{P}{2} \theta_{mec}$$



## نکات :

- ۱- درجه هندسی با افزایش قطبها کاهش می یابد.
- ۲- برای محاسبه شارو بدست آوردن میدان از درجه الکتریکی استفاده میکنیم.
- ۳- برای محاسبات مکانیکی و بحث پیرامون حرکت نیز از درجه مکانیکی استفاده می کنیم.

نمای استوانه Rotor از پهلو:



$$Z_c = 2N_c$$

⋮

.

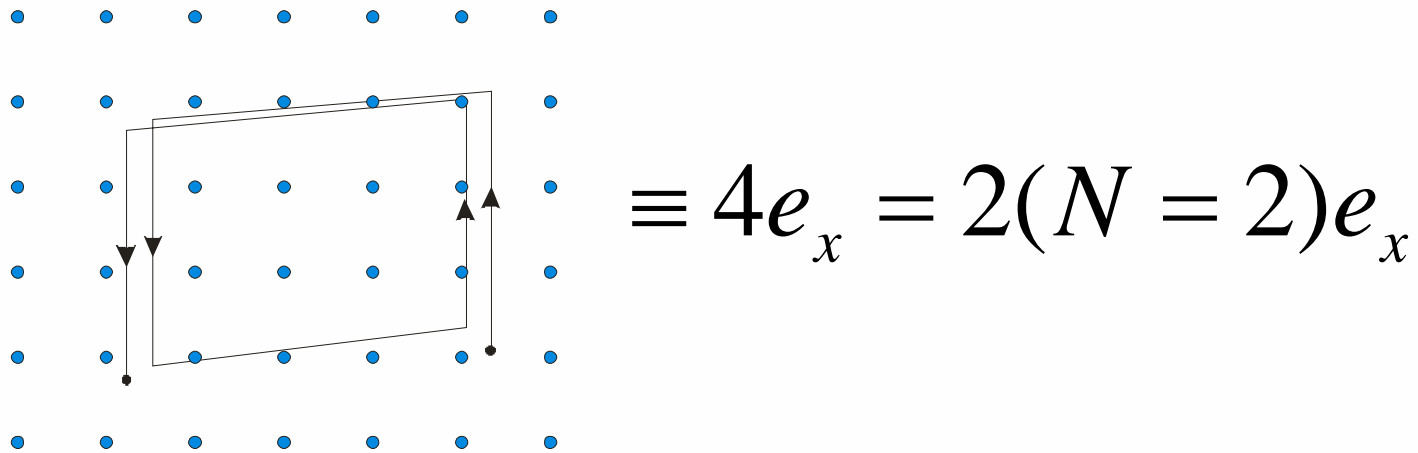
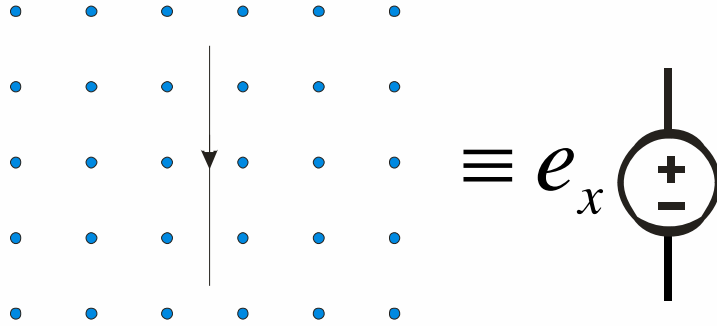
⋮

$N_c$  ⋮

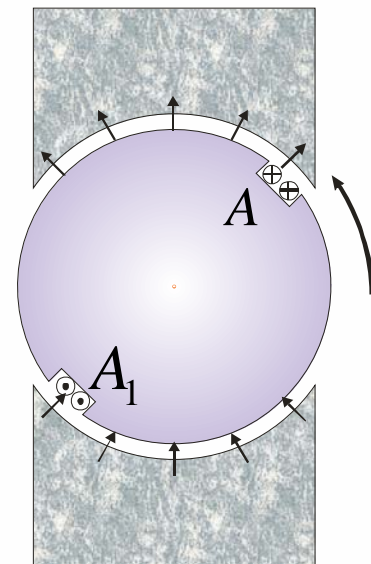
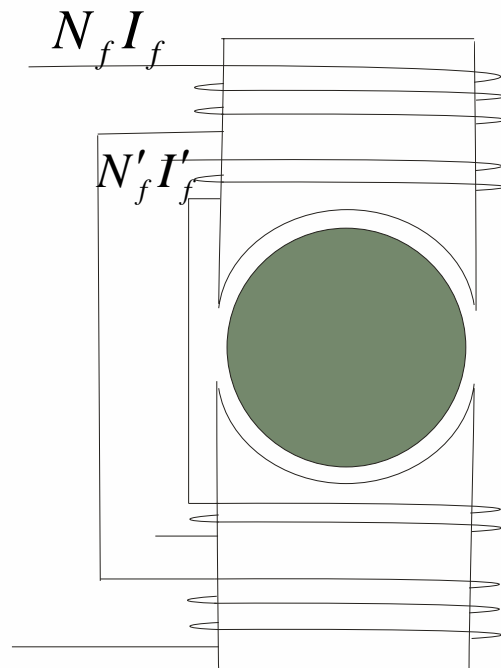
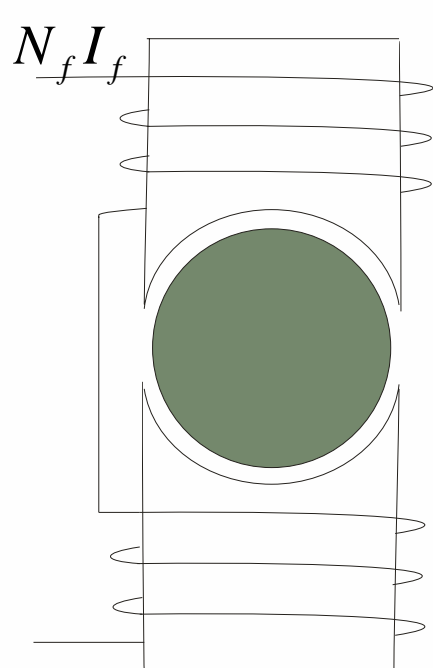
$R_{av}$  ⋮

$L$  ⋮

: Rotor



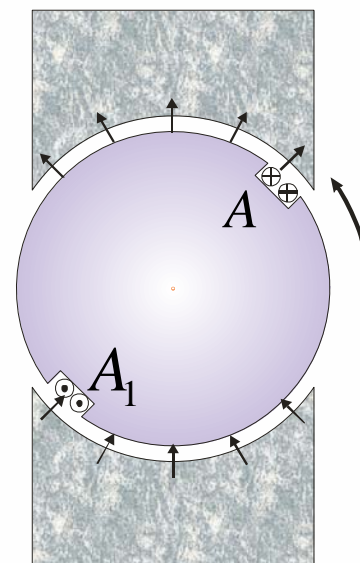
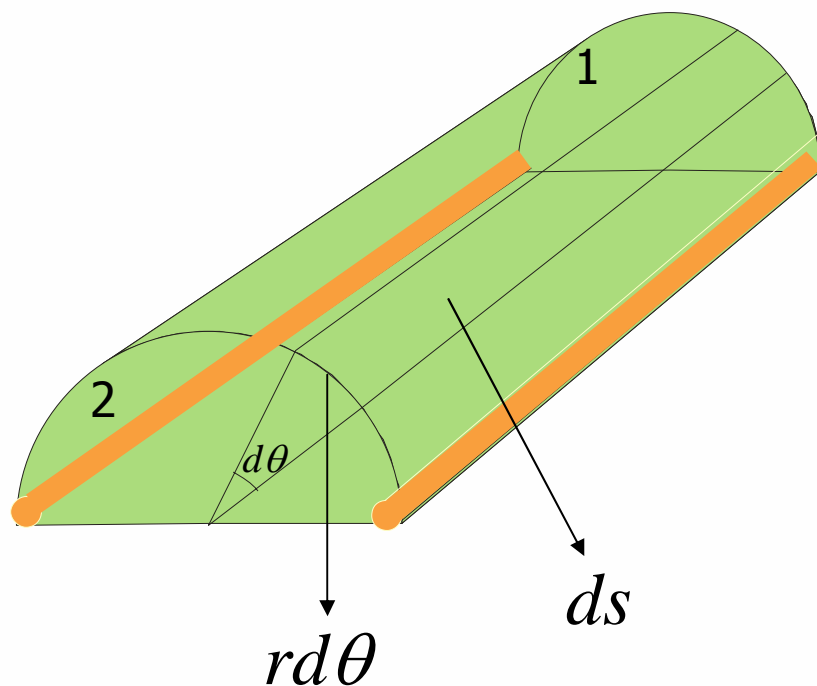
$$F_p = \begin{cases} N_f I_f \\ N_f I_f + N'_f I'_f \end{cases}$$

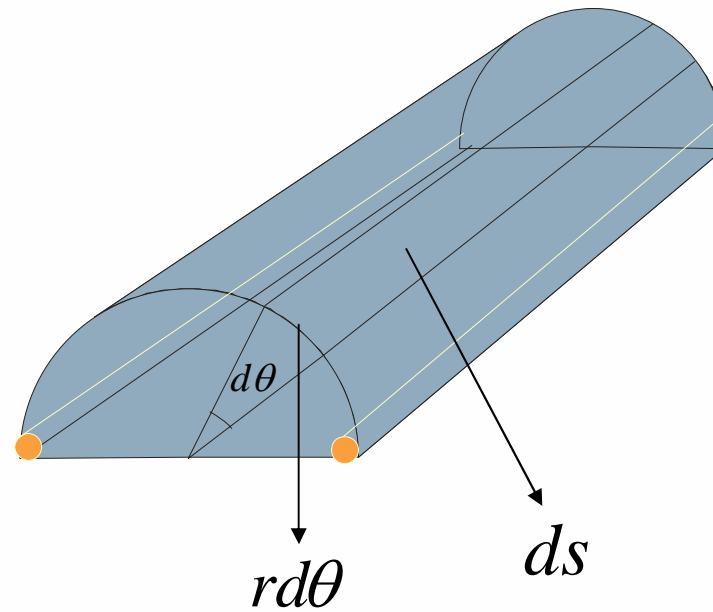
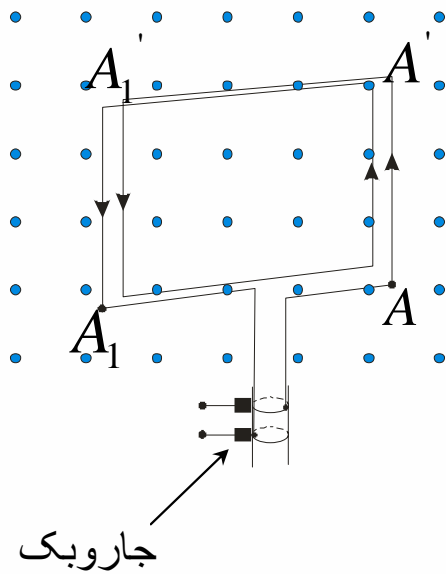


$$\oint_1 B \cdot ds + \oint_2 B \cdot ds + \cancel{\oint_0 B \cdot ds} + \cancel{\oint_0 B \cdot ds} = 0$$

$\downarrow$                        $\downarrow$                        $\downarrow$                        $\downarrow$   
 1                              2

$\swarrow$                        $\swarrow$   
 $\angle B, ds = 0$                $\angle B, ds = 90$





$$\varphi = \oint_{\theta_r}^{\theta_r + \pi} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$d\vec{s} = (R_{av} d\theta) l \hat{a}_R$$

$$\vec{B}(\theta) = F_p \sum_{j=1} a_{2j-1} \sin(2j-1)\theta \hat{a}_R$$

↓

$$\lambda_c = N_c \varphi = \int_{\theta_r}^{\theta_r + \pi} (F_p \sum_{j=1}^n a_{2j-1} \sin(2j-1)\theta \hat{a}_R) \cdot (R_{av} d\theta) l \hat{a}_R \times N_c$$

$$= N_c \int_{\theta_r}^{\theta_r + \pi} F_p R_{av} l \left( \sum_{j=1}^n a_{2j-1} \sin(2j-1)\theta \right) d\theta$$

$$\lambda_c = 2F_p N_c R_{av} l \sum_{j=1}^n \left[ \frac{a_{2j-1}}{2j-1} \cos(2j-1)\theta \right]_{\theta_r}^{\theta_r - 1}$$



$$\lambda_c = 2F_p N_c R_{av} l \sum_{j=1}^n \frac{a_{2j-1}}{2j-1} \cos(2j-1)\theta_r$$

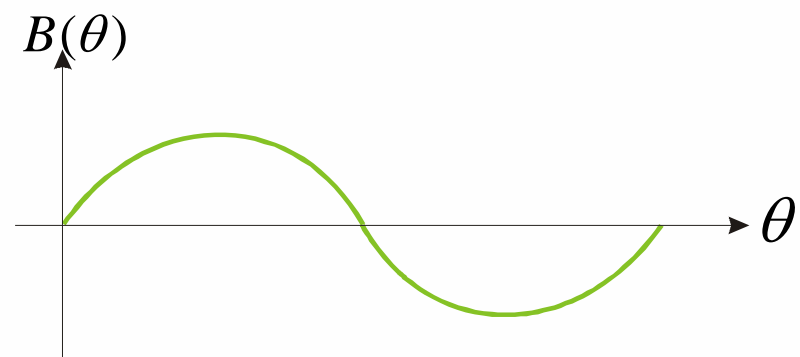
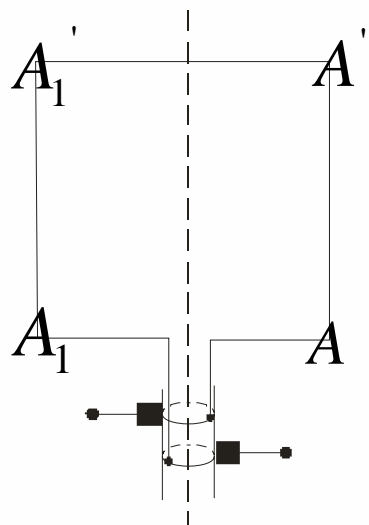
$$e_c(t) = -\frac{d\lambda_c}{dt} = -\frac{d\lambda_c}{d\theta_r} \cdot \frac{d\theta_r}{dt}$$

$$e_c(t) = 2N_c \underline{F_p} R_{av} l \frac{d\theta_r}{dt} \sum_{j=1}^n \underline{a_{2j-1}} \sin(2j-1)\theta_r$$

$B(\theta)$



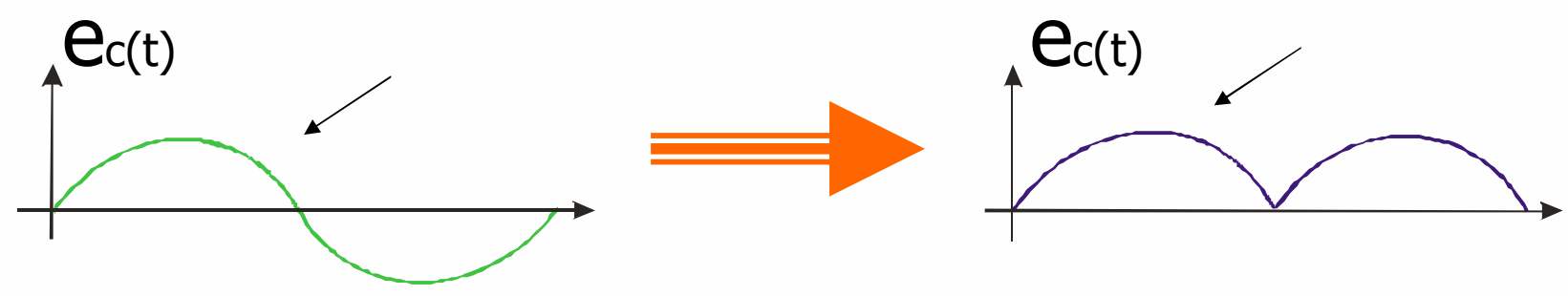
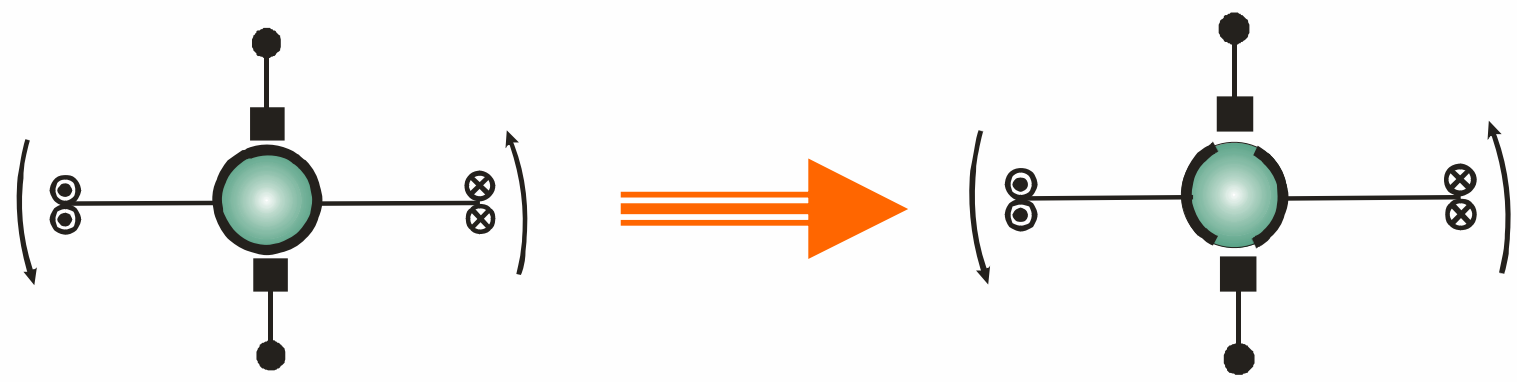
$$e_c(t) = 2N_c R_{av} l \frac{d\theta_r}{dt} B(\theta_r)$$

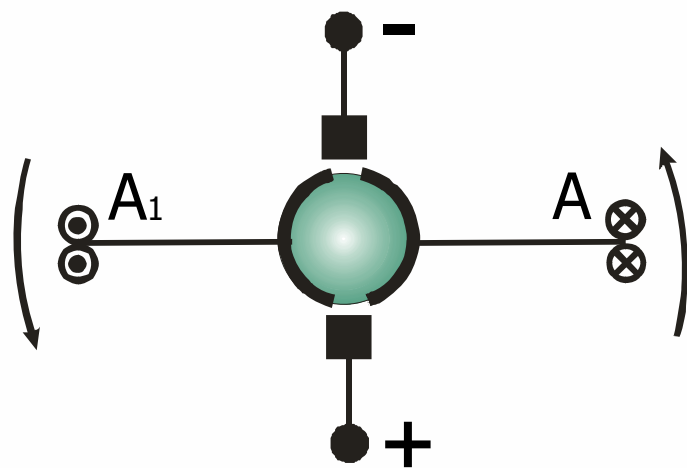


$:( \quad )$

$( \quad )$

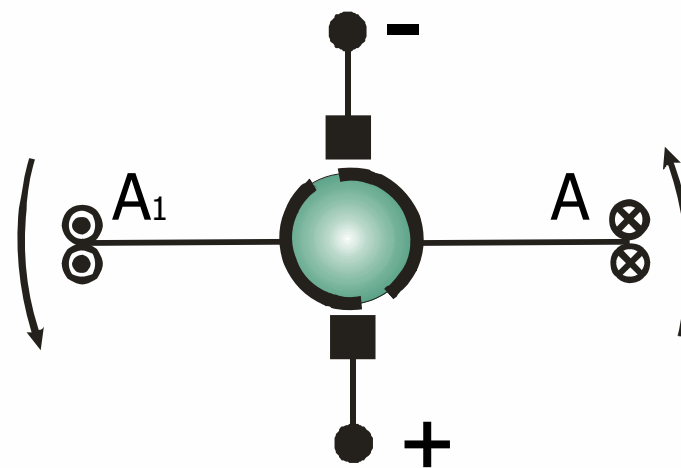
.



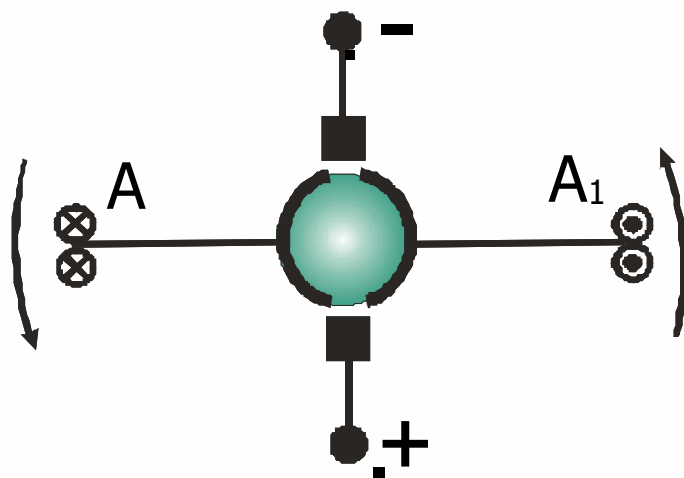


$$\theta_r = 0$$

$$e_c = 0$$

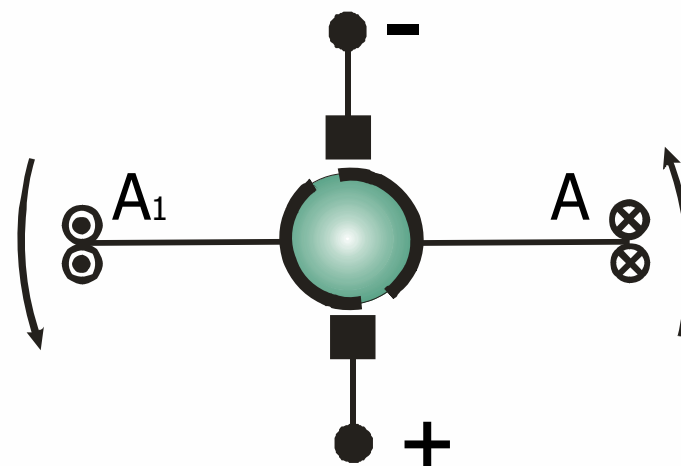


$$0 \leq \theta_r \leq \pi$$



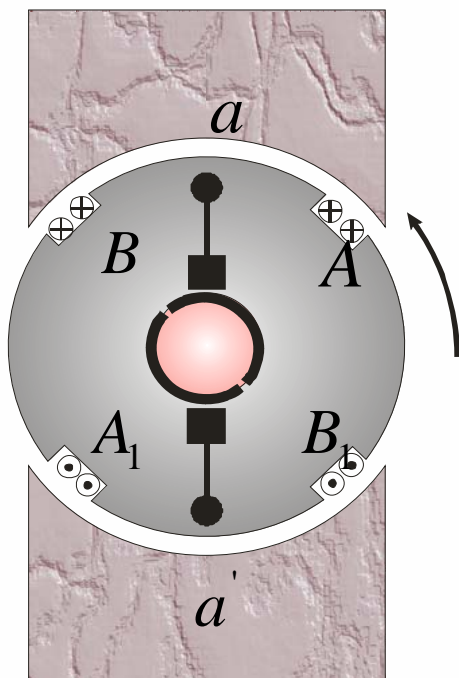
$$\theta_r = \pi$$

$$e_c = 0$$

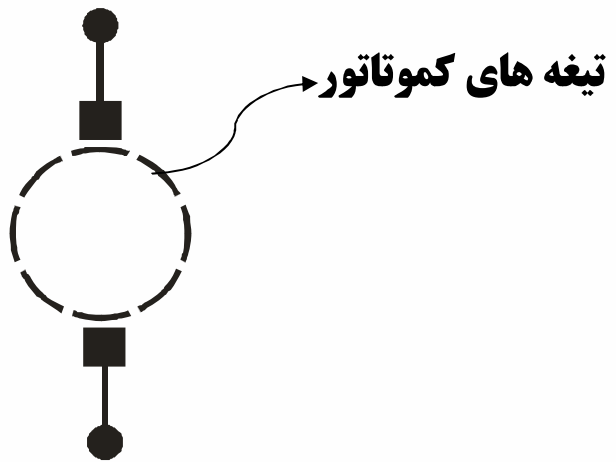
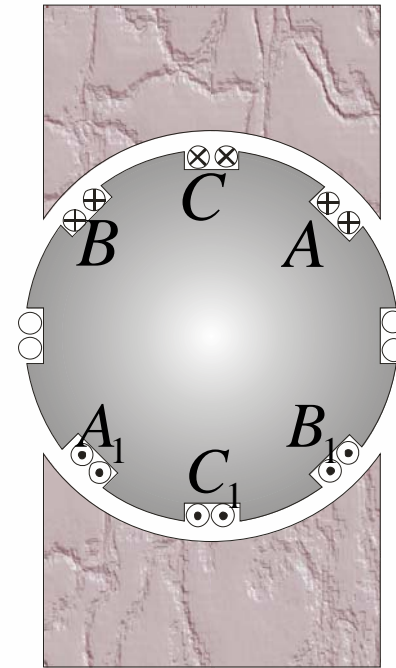
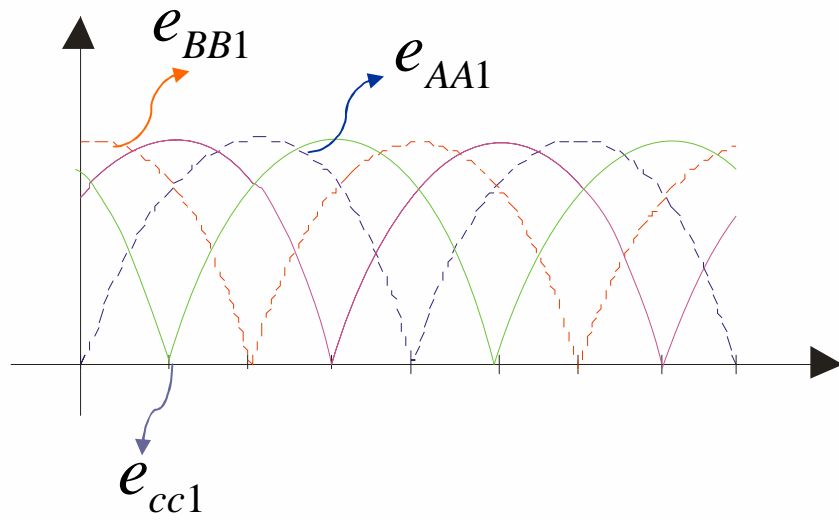


$$\pi \leq \theta_r \leq 2\pi$$

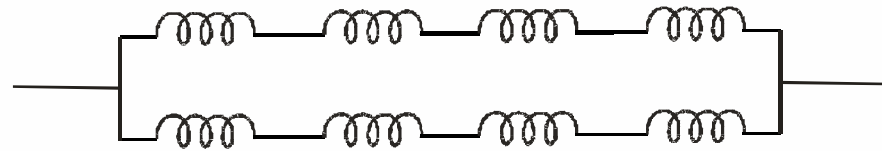
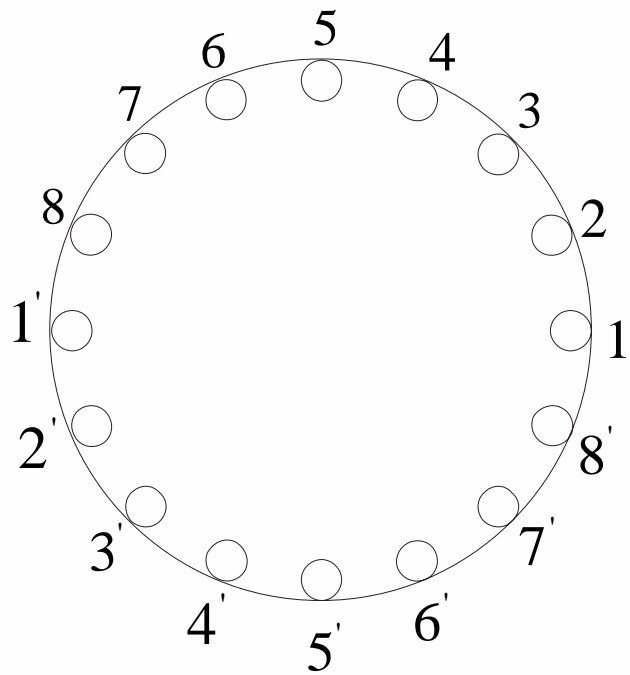




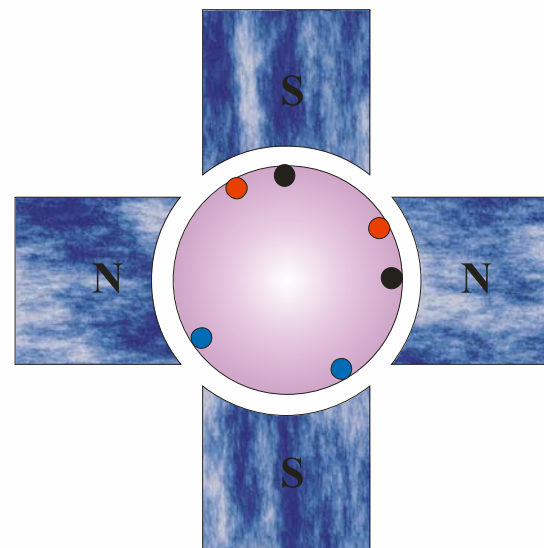
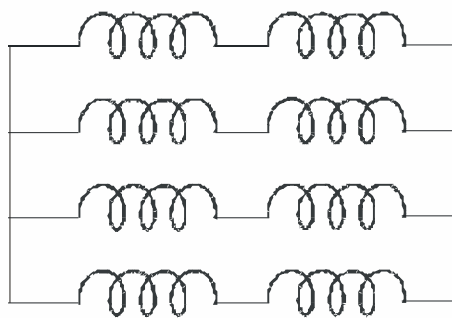
:



min







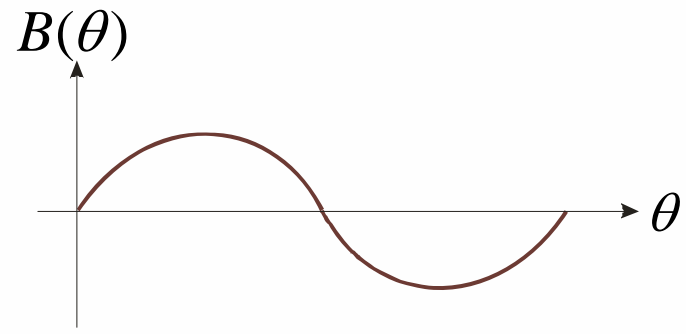
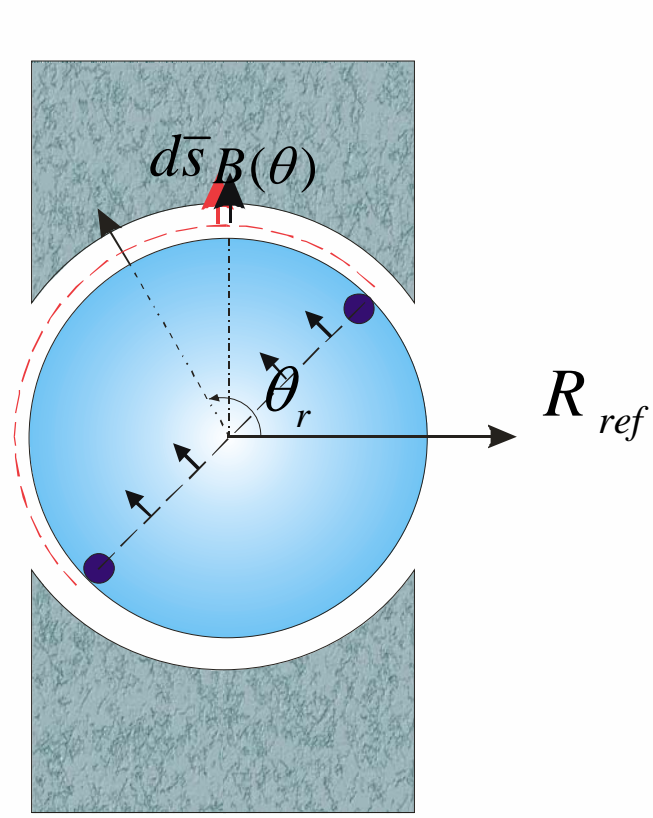
.

$$a = \begin{cases} 2 \\ p \\ 2m \\ pm \end{cases}$$

$m$  :

:

( )



$$\left\{ \begin{array}{l} N_c : \\ l : \quad ( \quad ) \\ R_{av} : \\ W_{mec} : \\ 180 \quad ED : \end{array} \right.$$

$$\lambda_c = N_c \int_{AC} d\varphi_c$$

$$\int_{AC} d\varphi_c = \int_{\theta_r}^{\pi+\theta_r} \vec{B}(\theta) \cdot d\vec{s}$$

$$d\vec{s} = LR_{av} d\theta \hat{a}_R$$

$$F_P = N_f \mathbf{i}_f \pm N'_f \mathbf{i}'_f$$

$$\Rightarrow \lambda_c = N_c \int_{\theta_r}^{\pi+\theta_r} \left( \sum_{j=1}^{\infty} B_{Max(2j-1)} \sin(2j-1)\theta \hat{a}_R \right) \cdot (LR_{av} d\theta \hat{a}_R)$$

$$\lambda_c = LR_{av} N_c \left[ -\frac{B_{Max(2j-1)}}{2j-1} \cos(2j-1)\theta \right]_{\theta_r}^{\theta_r+\pi}$$

$$\lambda_c = 2LR_{av} N_c$$

$$\text{Sin } \vec{B}(\theta) = \sum_{j=1}^{\infty} B_{Max} \text{Sin}(2j-1)\theta \hat{a}_R$$

$$\hat{a}_R:$$

$$B_{\max(2j-1)} = a_{(2j-1)} F_P$$

$$\lambda_c = 2LR_{av} N_c \sum_{j=1}^{\infty} \frac{B_{Max(2j-1)}}{2j-1} \text{Cos}(2j-1)\theta$$

$$e_c = -\frac{d\lambda}{dt} = 2LR_{av} N_c \sum_{j=1}^{\infty} B_{Max(2j-1)} \text{Sin}(2j-1)\theta_r \cdot \frac{d\theta_r}{dt}$$

$$e_c = -\frac{d\lambda}{dt} = 2LR_{av} N_c B(\theta_r) \frac{d\theta_r}{dt}$$

$$e_{Coil} = 2LR_{av}N_c B(\theta) \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_r = Const$$

$$\theta = \omega_r t + \theta_0$$

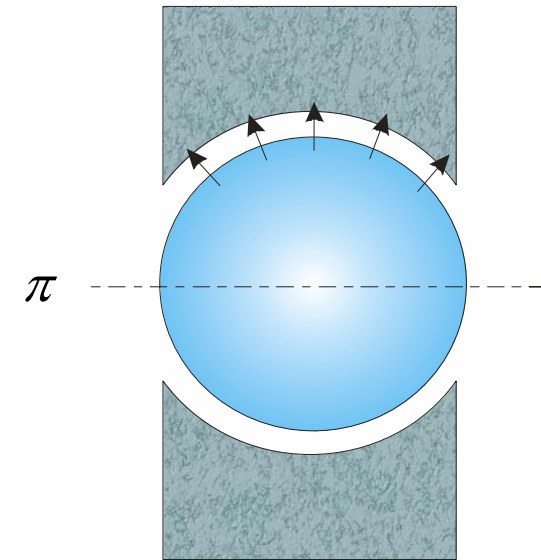
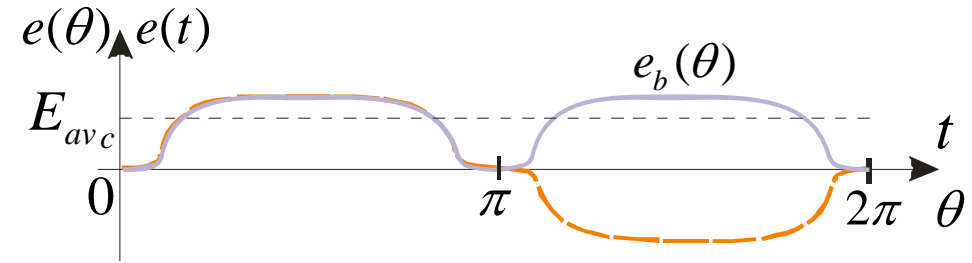
$$E_{avC} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} e_c(\theta) d\theta = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \omega_r 2LR_{av}N_c B(\theta) d\theta$$

$$\vec{B}(\theta) = B(\theta) \hat{a}_R, \quad d\vec{s} = LR_{av} d\theta \hat{a}_R$$

$$E_{avC} = 2\omega_r N_c \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \vec{B}(\theta) d\vec{s}$$

$$\varphi_P \equiv \int_0^{\pi} \vec{B}(\theta) d\vec{s}$$

$$E_{avC} = \frac{2}{\pi} \omega_r \varphi_P N_c$$



$$E_{avT} = CE_{avC}$$

$$E_a = \frac{1}{a\pi} 2C \varphi_P N_C \omega_r$$

$$\mathbf{Z}_a = 2N_a$$

$$P:$$

$$\omega_{rele} = \frac{P}{2} \omega_{rmec} = \frac{P}{2} \omega_a$$

$$E_a = \frac{1}{a\pi} Z_a \varphi_P \frac{P}{2} \omega_a$$

$$E_a = (\frac{1}{2\pi} \frac{P}{2} \mathbf{Z}_a) \varphi_P \omega_a$$

$$k_v \equiv \frac{1}{2\pi} \frac{P}{a} Z_a$$

$$E_a = k_v \varphi_p \omega_a$$

$$\omega_a = 2\pi f_a$$

$$f_a : \quad rps$$

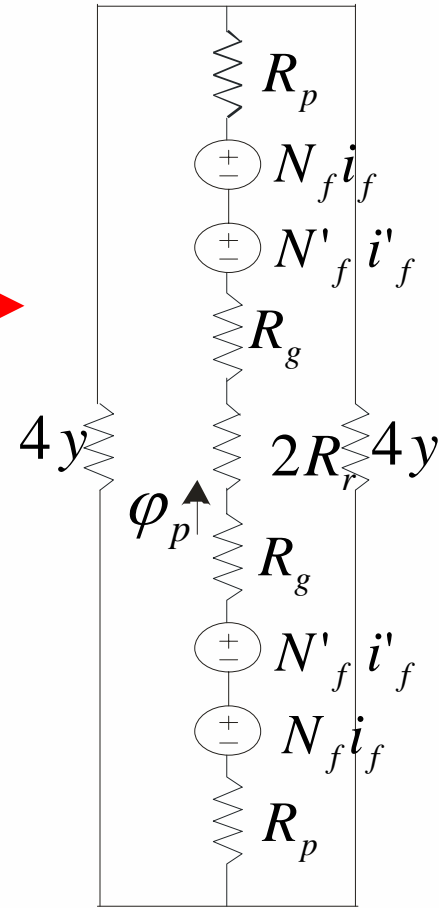
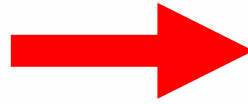
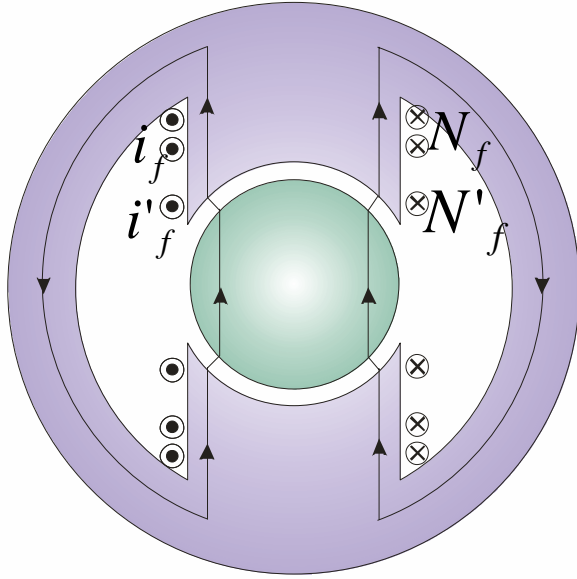
$$f_a = \frac{n_a}{60}$$

$$n_a : \quad rpm$$

$$E_{aoc} = \frac{P}{a} Z_a \varphi_p f_a$$

$$E_{aoc} = \frac{P}{a} Z_a \varphi_p \frac{n_a}{60}$$





$$2R_{eq} = 2(R_y + R_g + R_p + R_r)$$

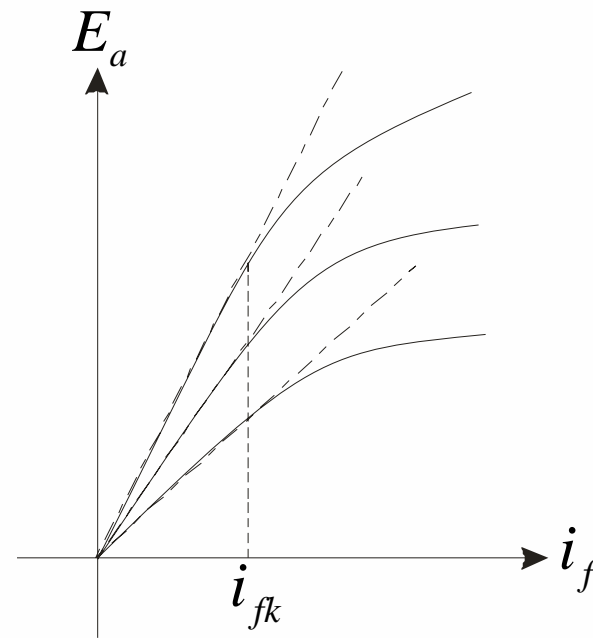
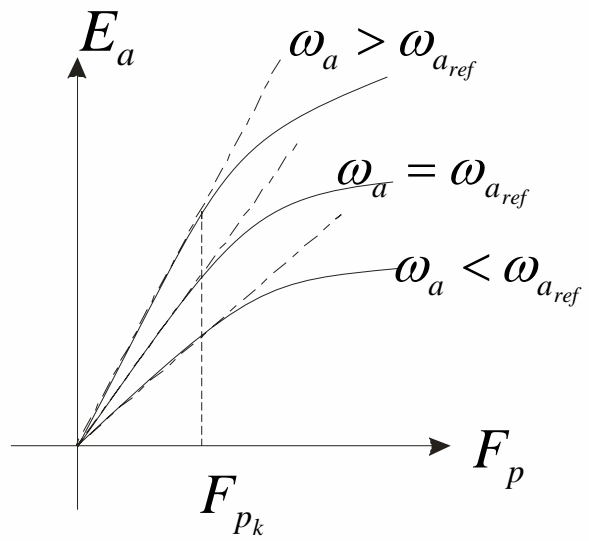
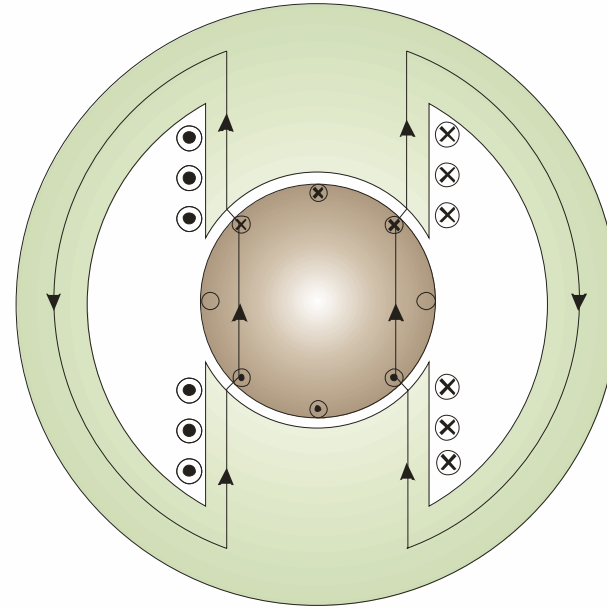
$$\varphi_p = \frac{2(N_f i_f + N'_f i'_f)}{2R_{eq}}$$

$$\varphi_p = \frac{N_f i_f + N'_f i'_f}{R_{eq}}$$

$$\varphi_p = \frac{N_f i_f \mp N'_f i'_f}{R_{eq}}$$

$$F_p \equiv N_f i_f \mp N'_f i'_f \quad : \quad ( \quad )$$

$$E_a = k_v \varphi_p \omega_a \quad \omega_a = \text{Const}$$



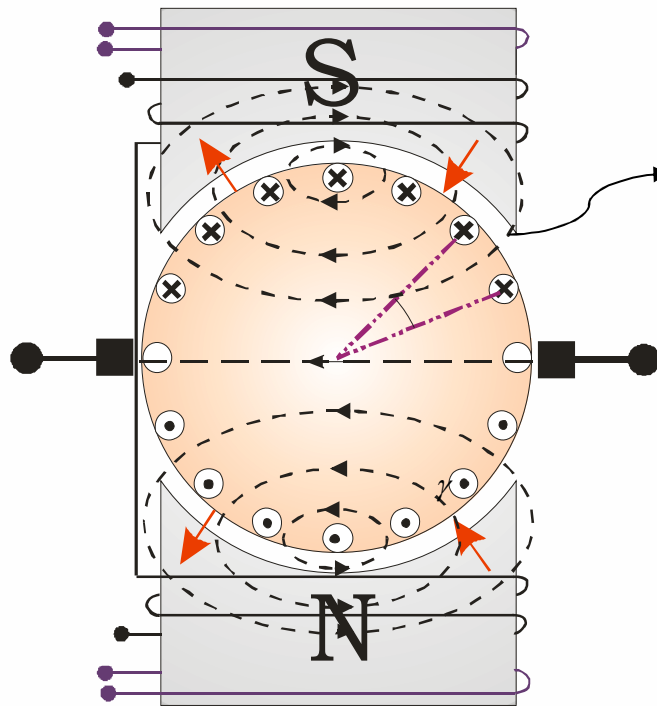
:

$$E_{a_{op}} = E_{a_{oc}} + E_{a_{ar}}$$

$$E_{a_{op}} :$$

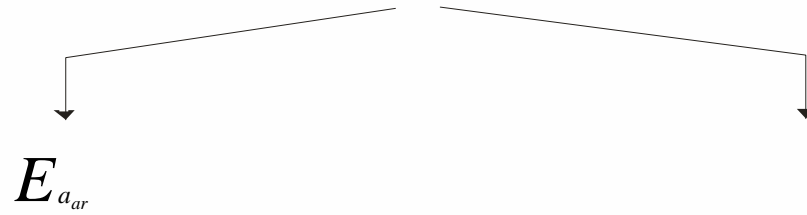
$$E_{a_{oc}} :$$

$$E_{a_{ar}} :$$



میدان مغناطیسی عکس العمل آرمیچر (روتور)

$$T = \frac{\gamma}{\omega_a}$$



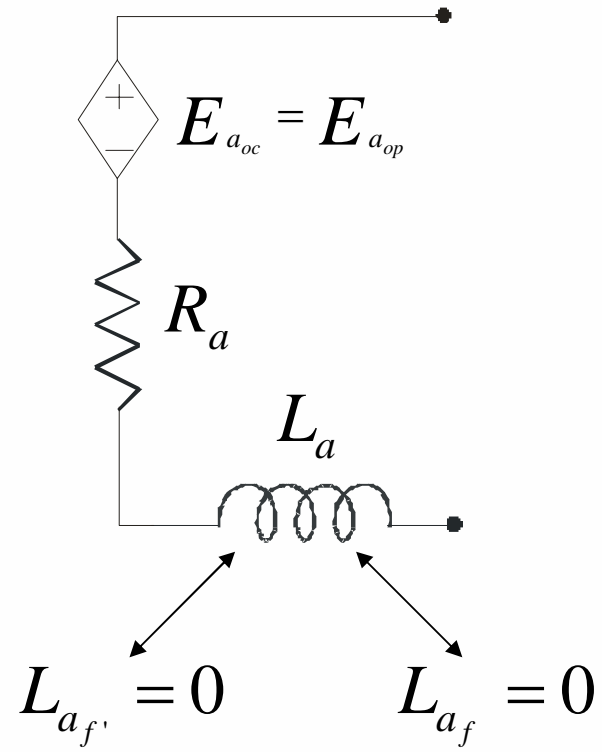
$$E_{a_{oc}} = \frac{P}{a} Z_a \varphi_P \frac{n_a}{60}$$

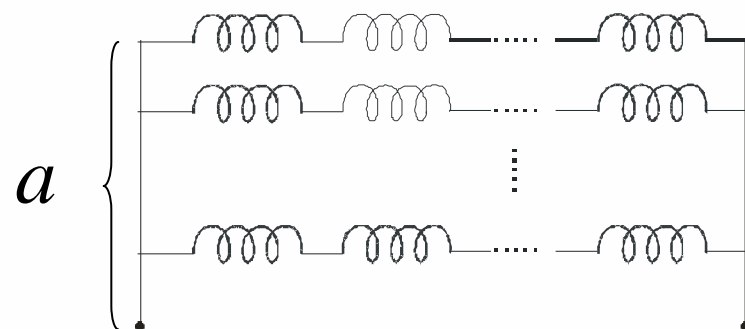
$$\varphi_{ar} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_{a_{ar}} = 0$$

$$\varphi_{ar} = 0$$

$$E_a = E_{a_{oc}} + 0$$

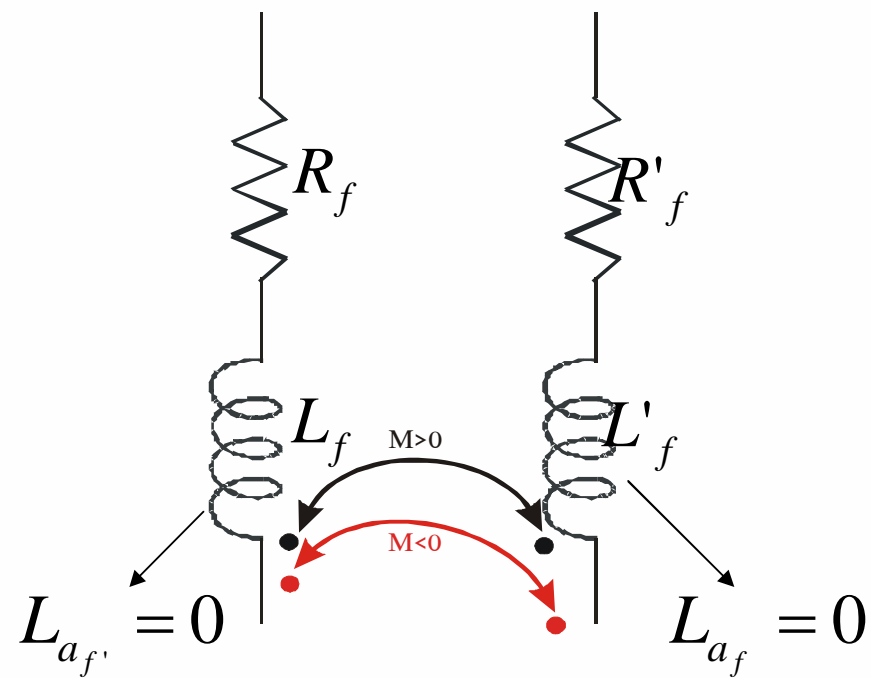
$$E_{a_{oc}} = E_{ap}$$

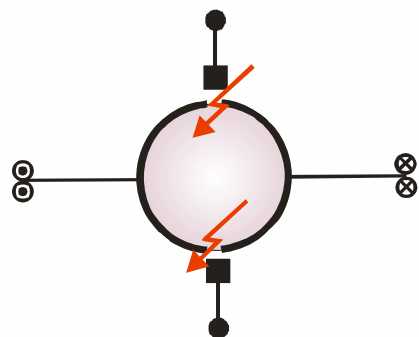
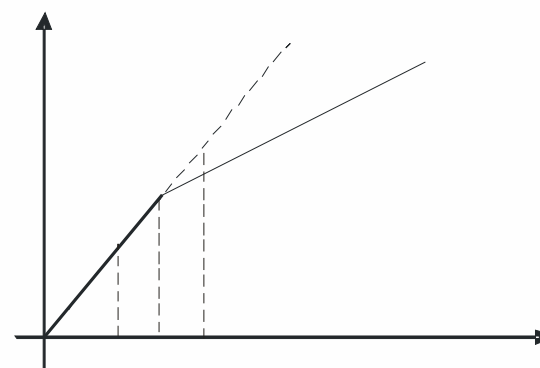
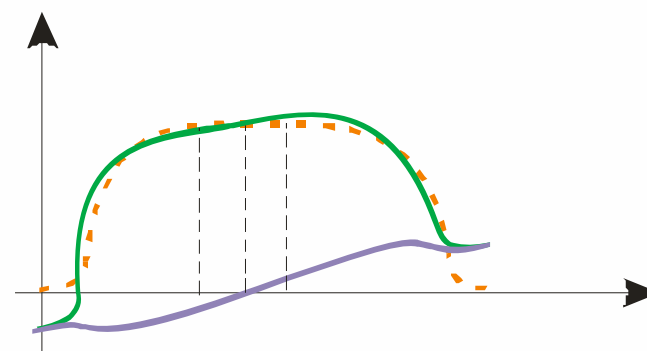
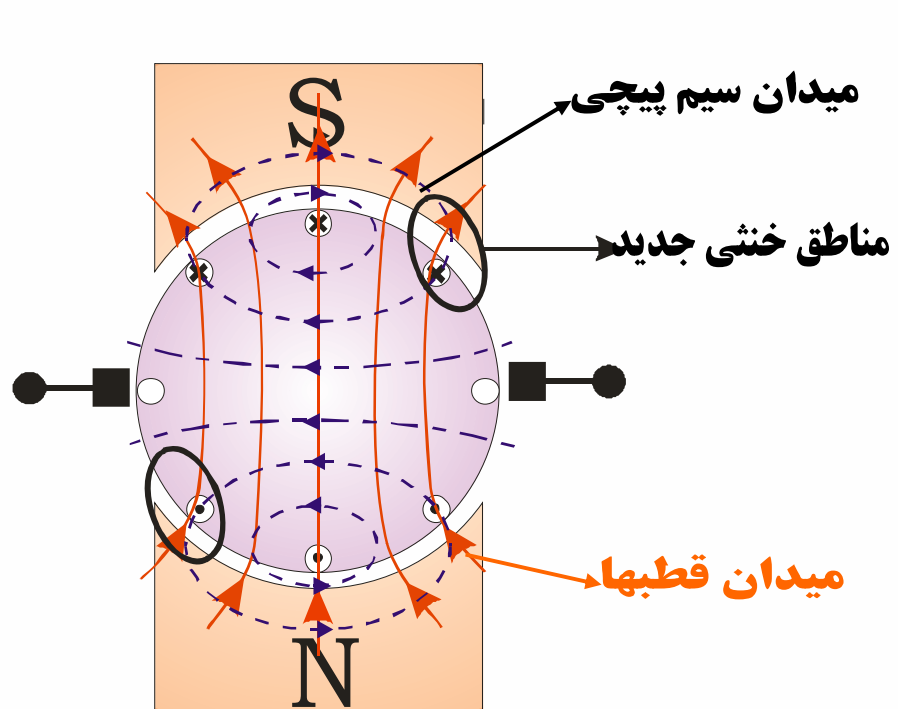




$$R_c = \frac{C R_c}{a^2}$$

:

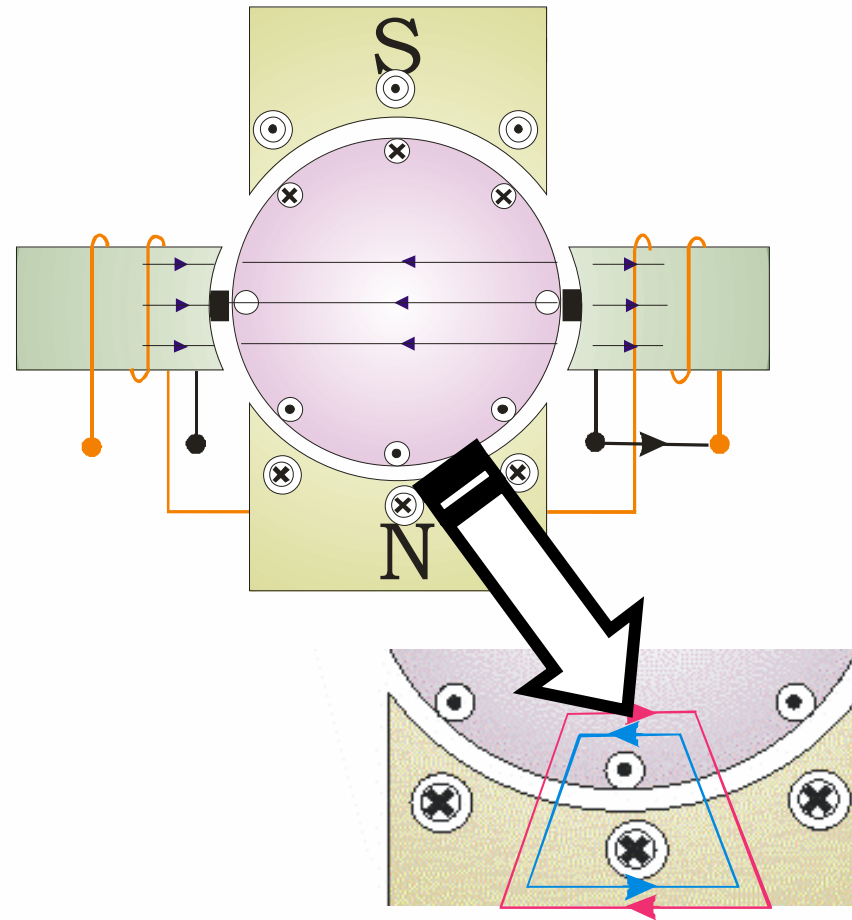


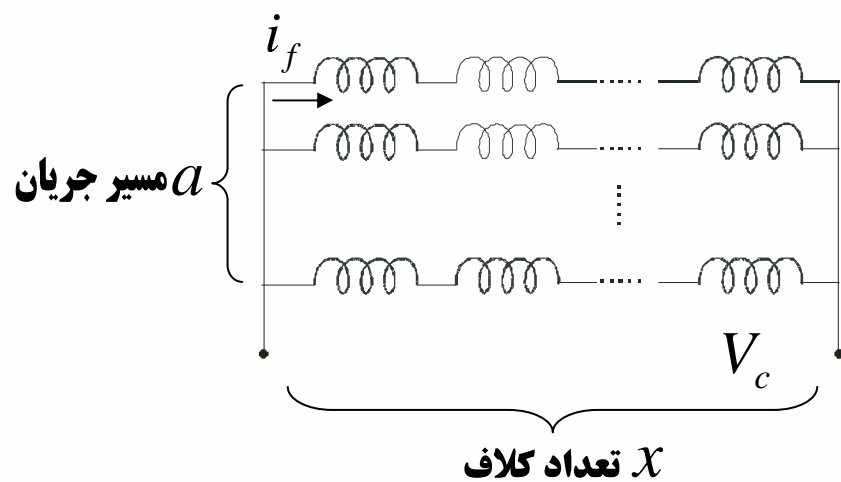
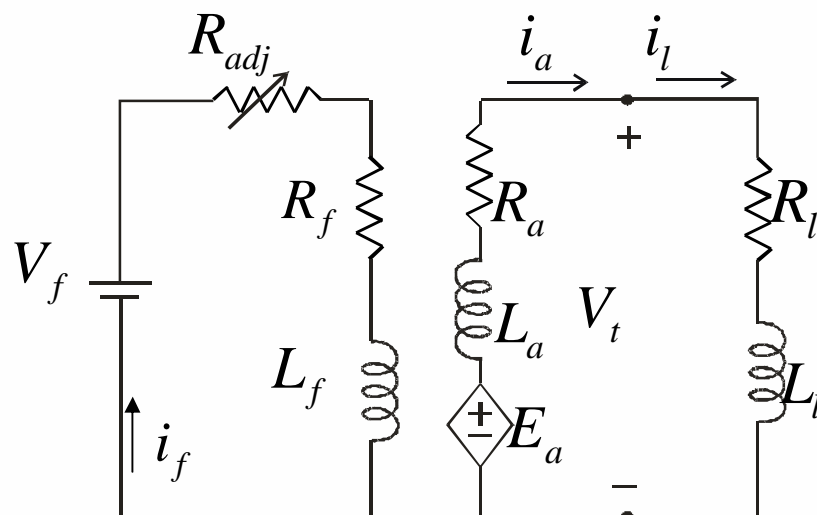
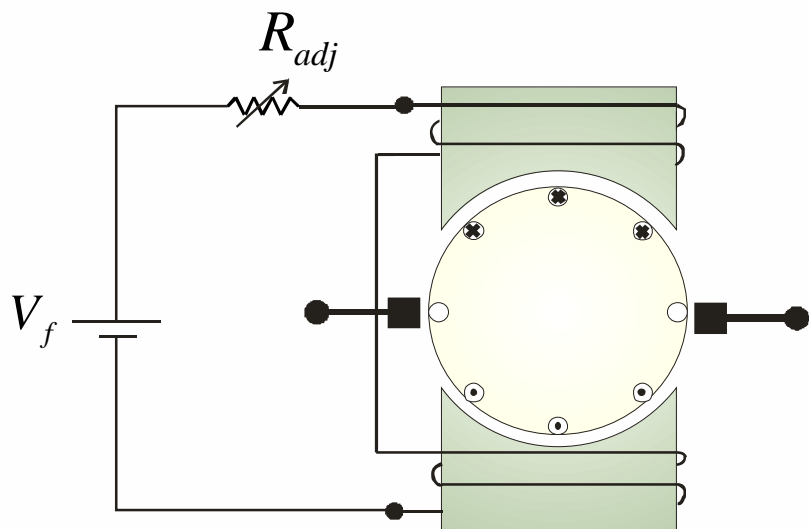


$$\varphi_{Pl} = \varphi_{Pnl}$$

$$\varphi_{Pl} < \varphi_{Pnl}$$

$$\Rightarrow E_l < E_{nl}$$





$$N_f \gg N_c$$



$$\varphi_P=\frac{F_P}{R_{mach}}=\left\{\begin{array}{cc}\frac{N_f\boldsymbol{i}_f}{R_{mach}}& \vdots \\ \frac{N_f\boldsymbol{i}_f+N'_f\boldsymbol{i}'_f}{R_{mach}}& \vdots\end{array}\right.$$

$$E_a=\frac{P}{a}Z_a\varphi_P\frac{n_a}{60}$$

$$R_f\uparrow\qquad L_f\uparrow\qquad,\qquad R_a\downarrow\qquad L_a\downarrow$$

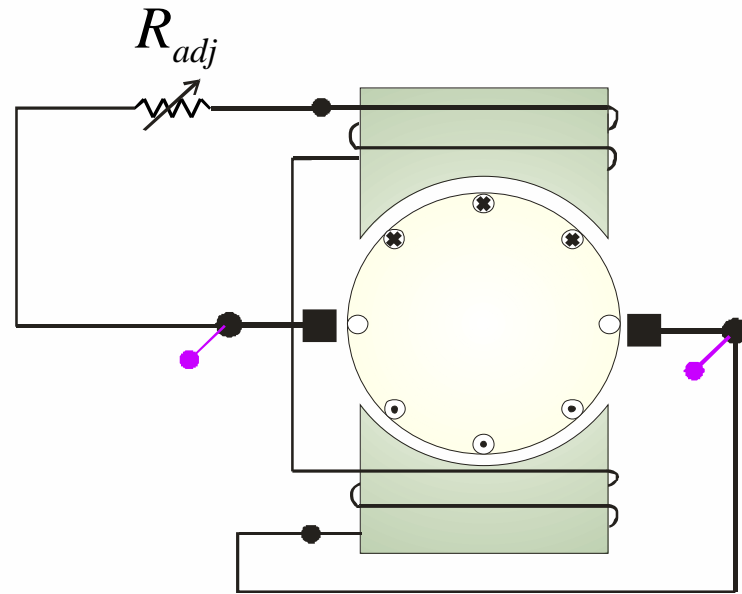
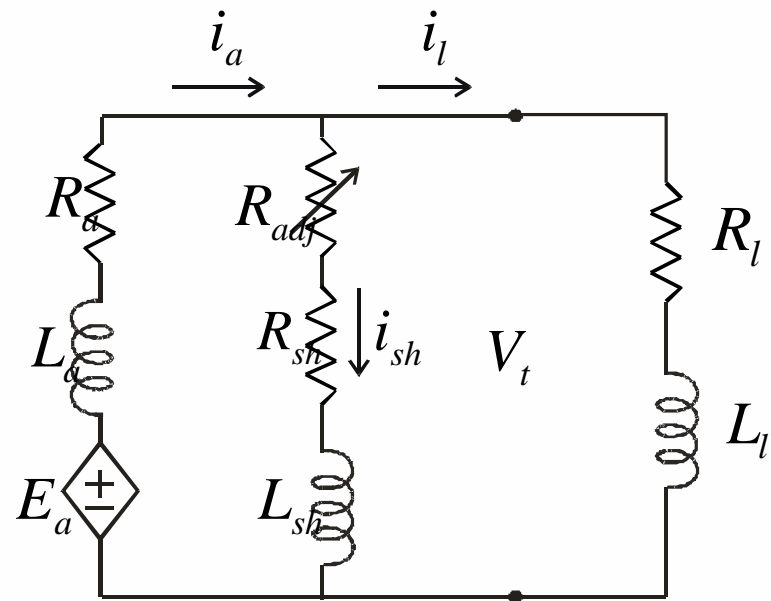
$$I_n=a\,I_c$$

$$V_n=xV_c$$

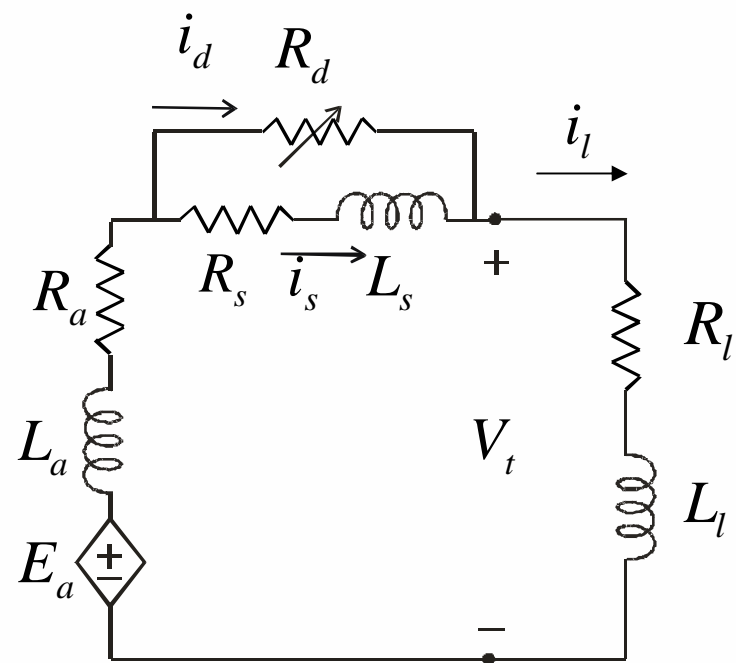
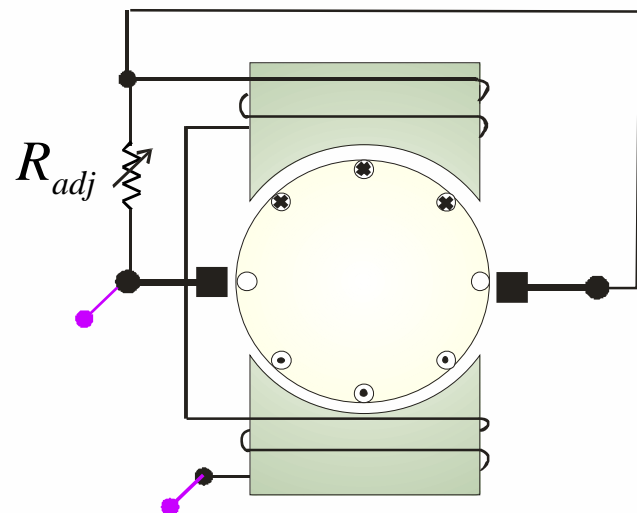
$$P_n=I_nV_n$$

⋮

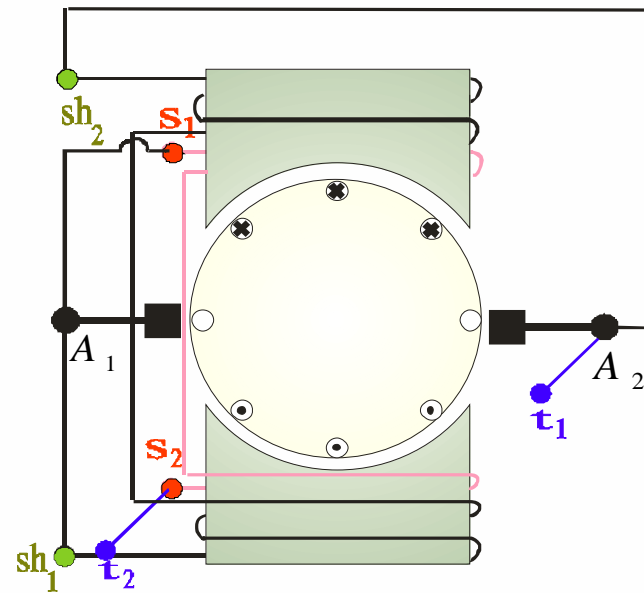
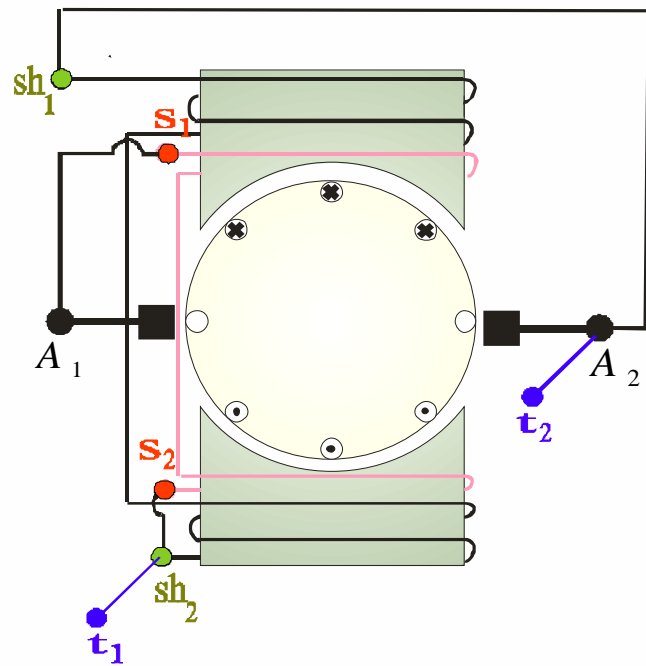
⋮



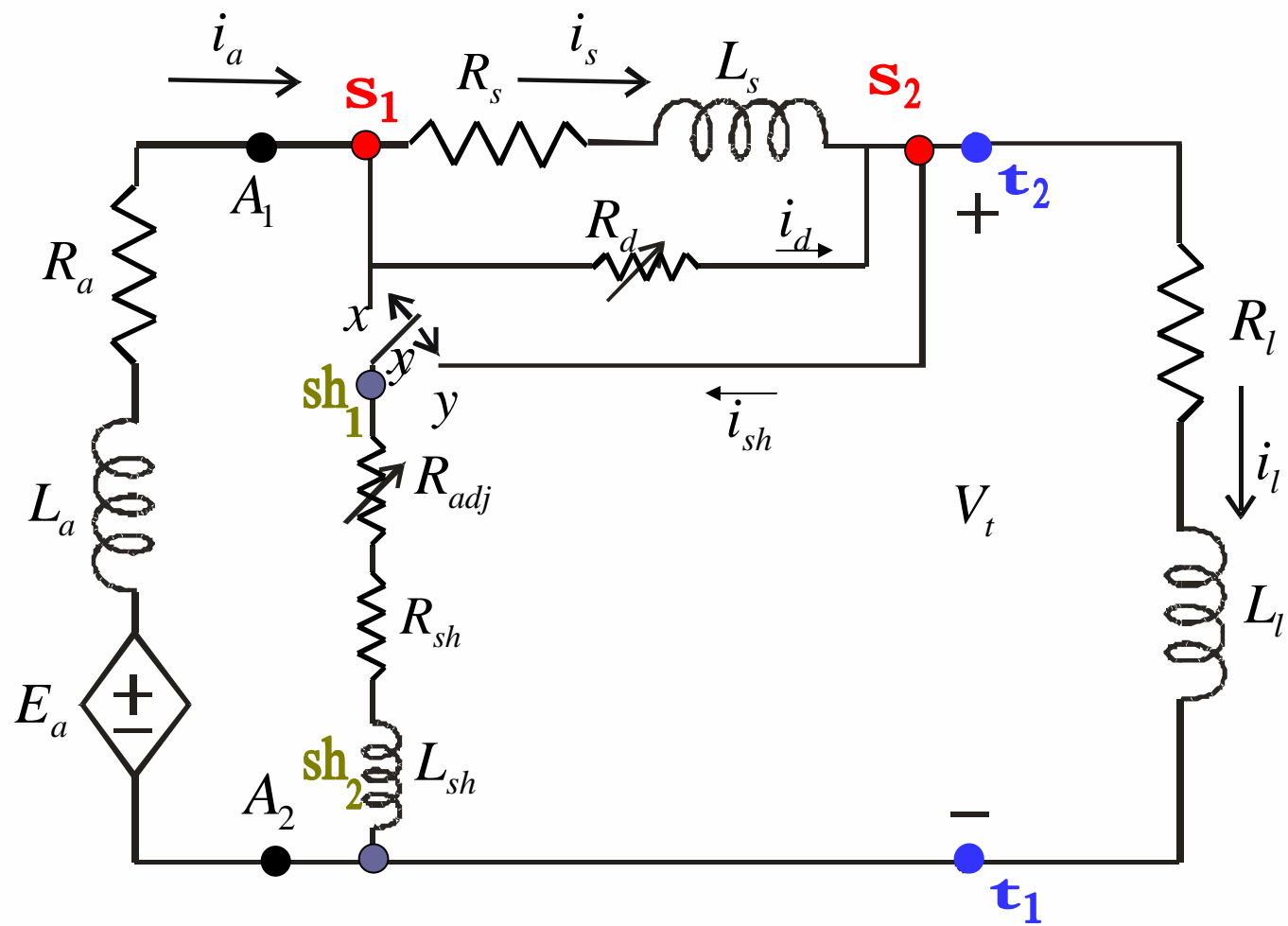
$$R_{sh} \uparrow \quad L_{sh} \uparrow \quad , \quad R_a \downarrow \quad L_a \downarrow$$



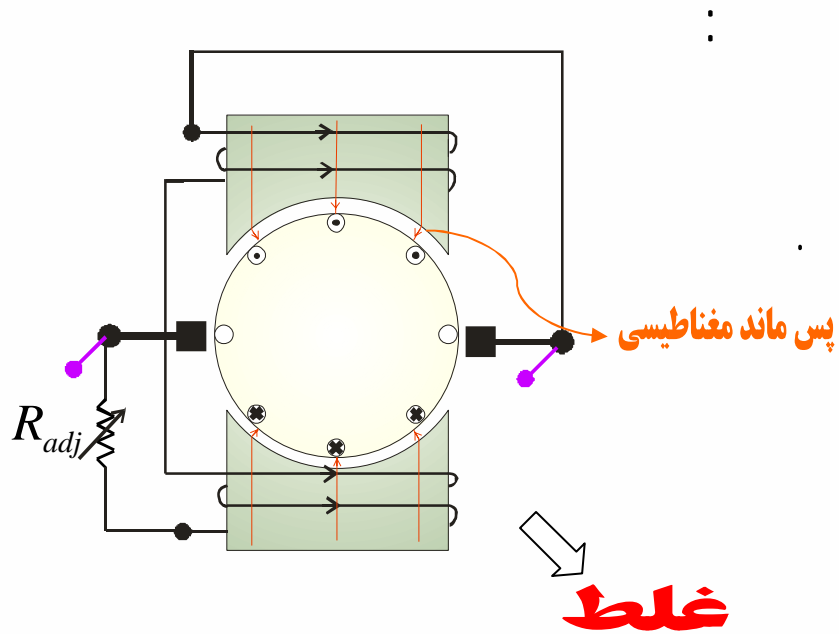
$R_s \downarrow \quad L_s \downarrow \quad , \quad R_a \downarrow \quad L_a \downarrow$



$$\varphi_P = \frac{N_{sh} i_{sh} + N_s i_s}{R_{mach}}$$



:  $x$   
:  $y$



$$i_{sh} , i_s \Rightarrow E_a$$

$$E_a \Rightarrow i_s , i_{sh}$$

$$E_a = \frac{P}{2} \omega_r M_d i_f$$

$$(R_a + R_{sh} + R_{adj})i_{sh} + (L_a + L_{sh})\frac{d i_{sh}}{dt} = E_a$$

$$R_F = (R_a + R_{sh} + R_{adj})$$

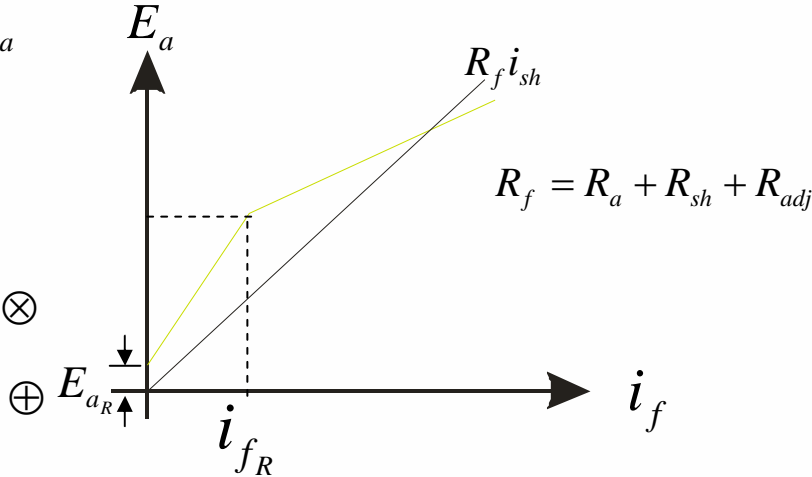
$$L_F = (L_a + L_{sh})$$

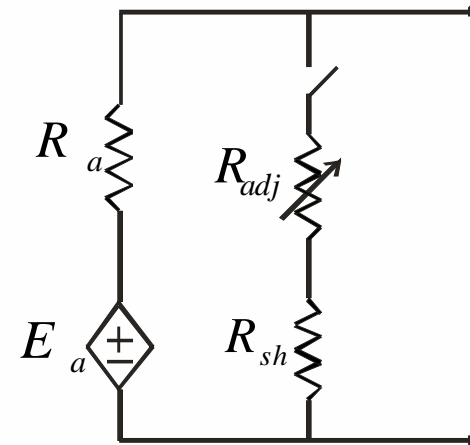
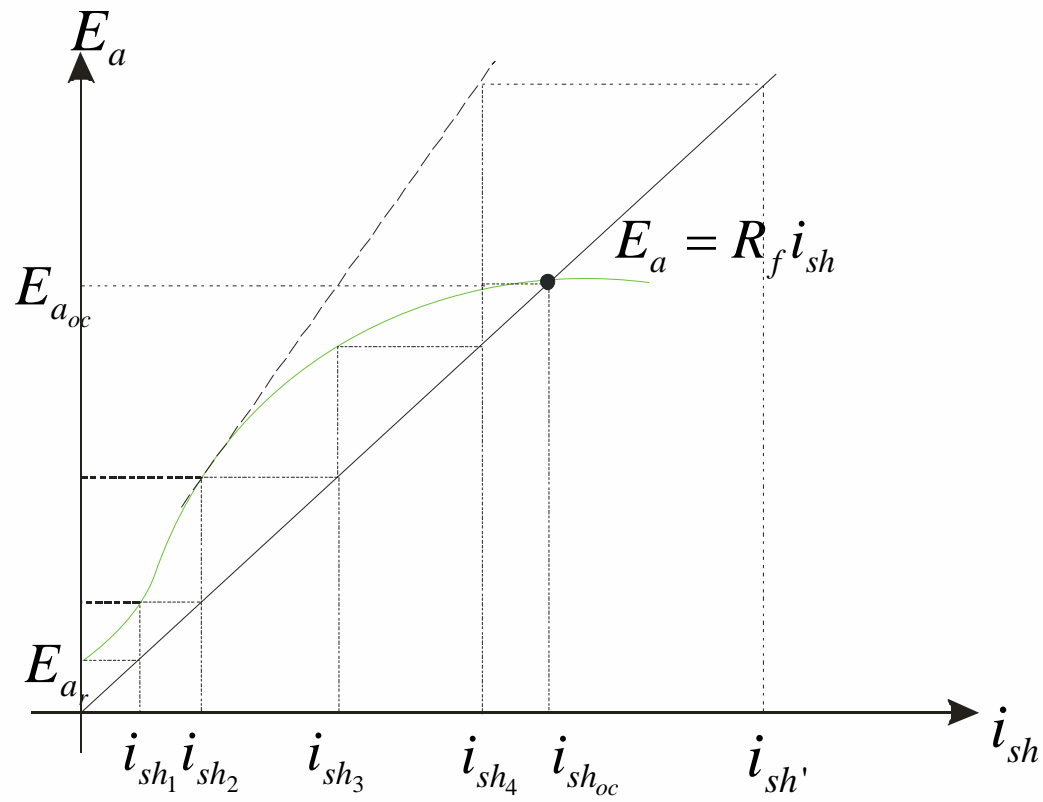
$$E_a(i_f) = \begin{cases} E_{ar} + a i_{sh} \\ b + c i_{sh} \end{cases} \quad \begin{matrix} 0 \langle i_{sh} \langle i_{fk} \\ i_{sh} \rangle i_{fk} \end{matrix}$$

$$\otimes \Rightarrow (R_F - a)i_{sh} + L_F \frac{d i_{sh}}{dt} = E_{ar}$$

$$i_{sh} = i_f = \left( \frac{E_{ar}}{R_F - a} \right) \left( 1 - e^{-\frac{t}{\frac{L_F}{(R_F - a)}}} \right)$$

$$\oplus \Rightarrow (R_F - c)i_{sh} + L_F \frac{d i_{sh}}{dt} = b$$

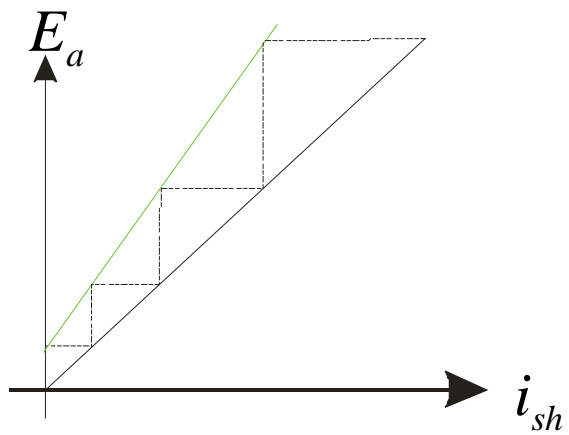




$$E_a = (R_a + R_{sh} + R_{adj}) i_{sh}$$

$$E_a = f(i_{sh})$$

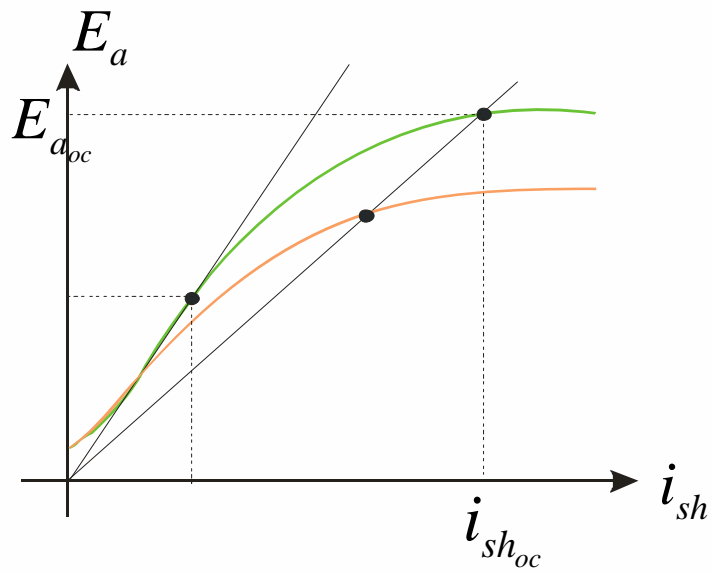




$$V_{toc} = \frac{R_{sh} + R_{adj}}{R_a + R_{sh} + R_{adj}} E_{aoc}$$

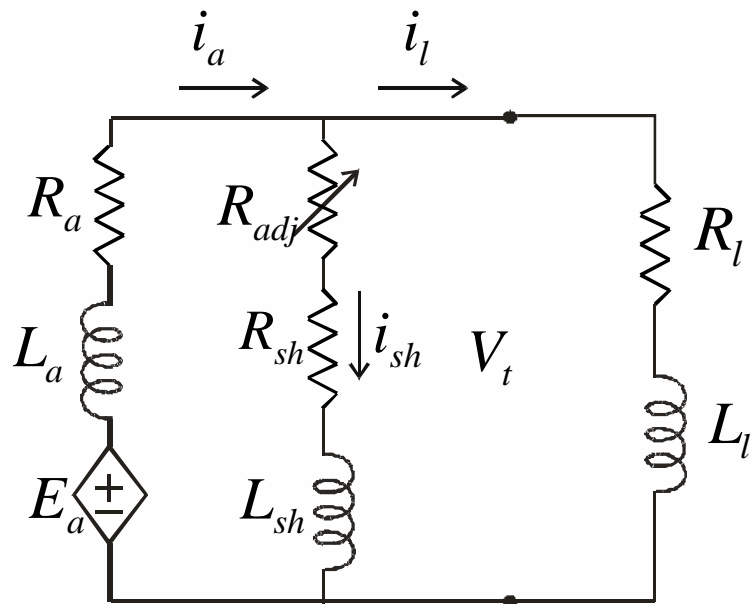
$$R_a \rightarrow 0 \quad : \quad R_{sh} + R_{adj}$$

$$\Rightarrow V_{toc} \approx E_{aoc}$$



$$R_C \rangle R_F$$

$$n_r \rangle n_c$$



:

$$V_{t_{oc}} = \frac{R_{sh} + R_{adj}}{R_a + R_{sh} + R_{adj}} E_{a_{oc}}$$

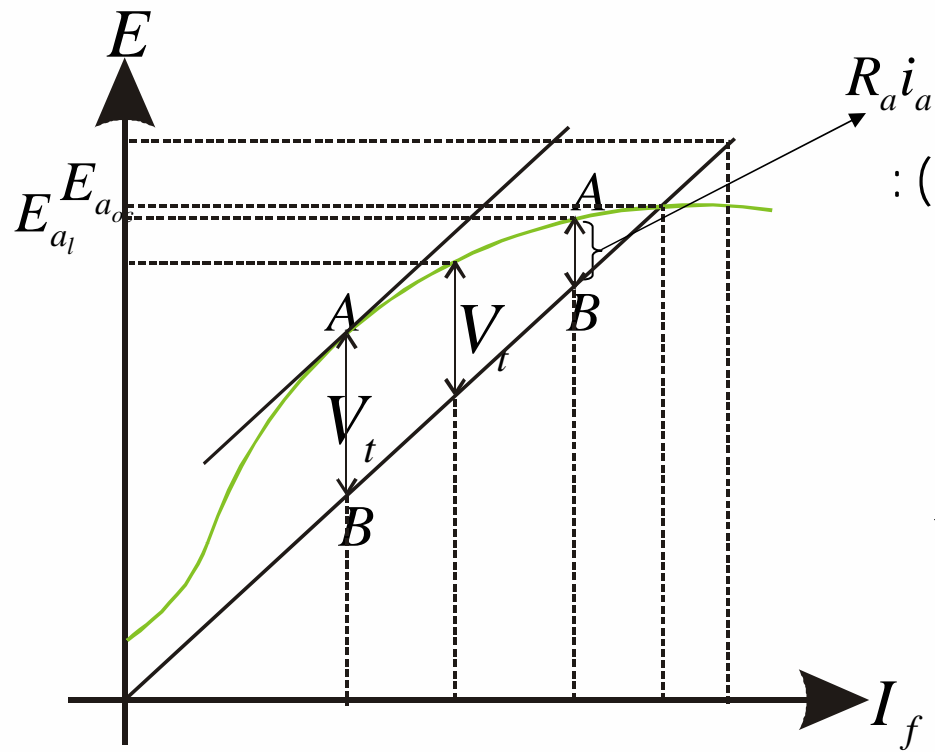
$$R_a \rightarrow 0$$

$$V_{t_{oc}} \approx E_{a_{oc}}$$

$$V_t = (R_{sh} + R_{adj}) i_{sh} \approx (R_a + R_{sh} + R_{adj}) i_{sh}, R_a \rightarrow 0$$

$$E_{a_{oc}} = (R_a + R_{sh} + R_{adj}) i_{sh_{oc}}$$

$$E_{a_l} = E_{a_{oc}}$$



: ( A )

$$E_{al} = E_a = R_a (i_{shoc} + i_L) + (R_{sh} + R_{adj}) i_{shoc}$$

$$E_{aoc} = E_{al} = (R_a + R_{sh} + R_{adj}) i_{shoc} + R_a i_L$$

$$R_a i_L = 0 \Rightarrow i_L = 0, \quad \boxed{i_L \neq 0}$$

: ( A )

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{AB} = R_a i_a \\ \overline{BC} = V_{tl} \\ \overline{AC} = E_{al} \end{array} \right.$$

$$E_{a_l} < E_{t_{al}}$$

: ( A )

:

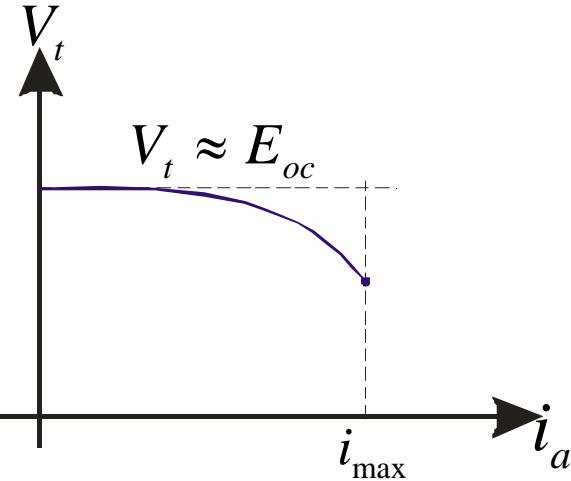
$$E_a = f(i_{sh})$$

$$AB = f(i_{sh}) - R_F i_{sh}$$

$$0 = \frac{d(\overline{AB})}{d i_{sh}} = \frac{d f}{d i_{sh}} - R_F$$

$$(I_{a\max} \Leftarrow (AB)_{Max} \Leftarrow)$$

$$\frac{d f}{d i_{sh}} = R_F$$



$$F_P = \begin{cases} N_{sh} i_{sh} \\ N_{sh} i_{sh} + N_s i_s \end{cases}$$

$$\varphi_P = \frac{F_P}{R_{mach}}$$

$$\varphi_{Pcomp} \rangle \varphi_{Psh}$$

$$E_{acomp} \rangle E_{ash}$$

$$V_t = (R_{sh} + R_{adj}) i_{sh}$$

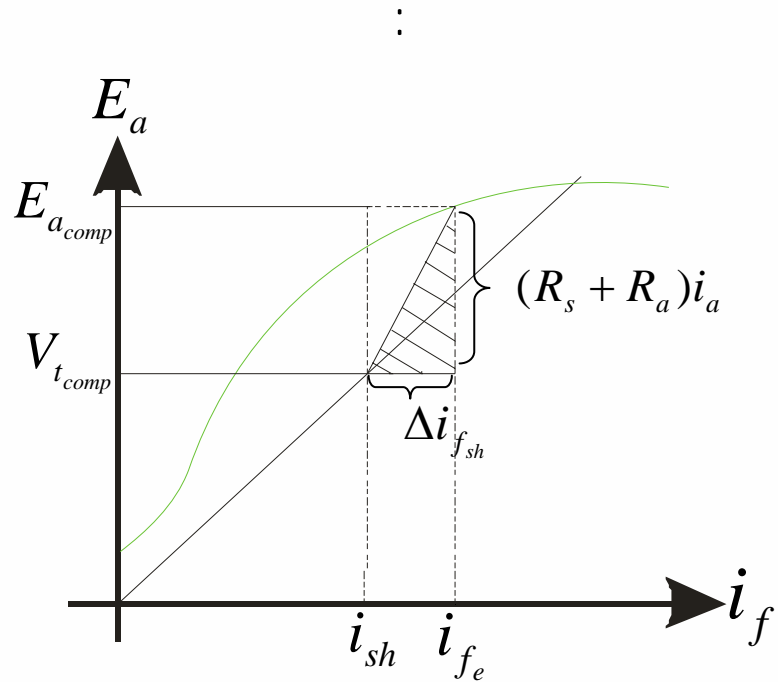
$$V_t = R_F i_{sh}$$

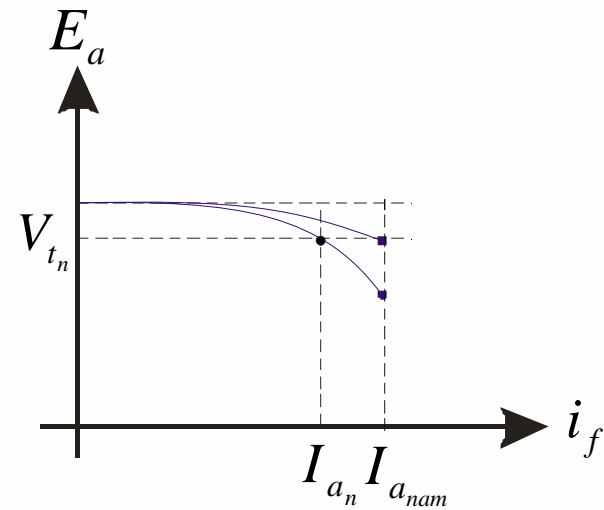
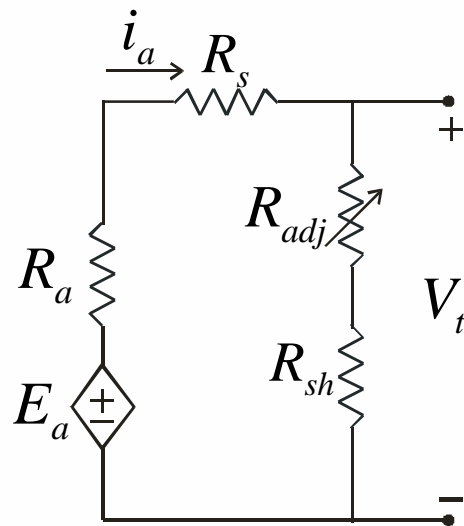
$$V_t = (R_a + R_{sh} + R_{adj}) i_{sh}$$

$$i_{sh} \rightarrow F_P = N_{sh} i_{sh} \rightarrow \varphi_P = \frac{N_{sh} i_{sh}}{R_{mach}} \rightarrow E_a - i_F \rightarrow E_a$$

$$F_{Pcomp} = N_{sh} i_{sh} + N_s i_s = N_{sh} (i_{sh} + \frac{N_s}{N_{sh}} i_s)$$

$$\Delta l_{fsh} \equiv \frac{N_s}{N_{sh}} i_{sh}$$





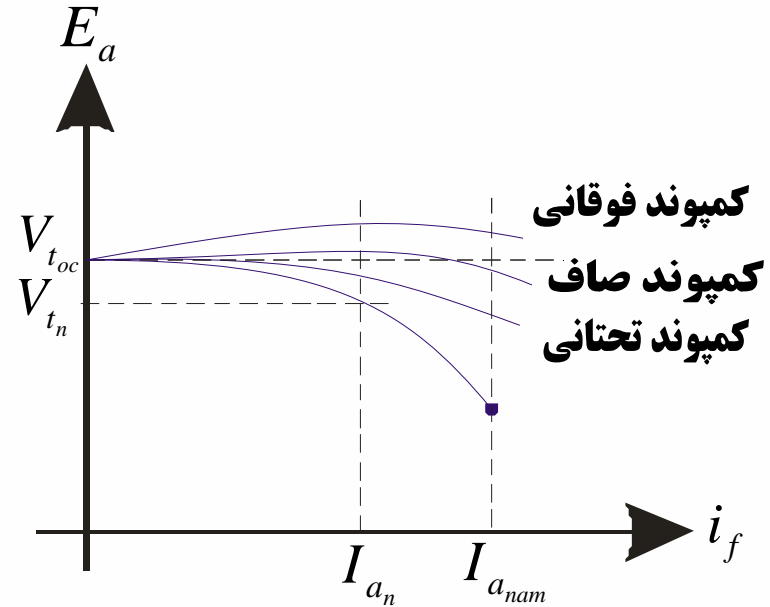
$$R_s \approx 0$$

$$E_{ash} = V_{tsh} + R_a I_{an}$$

$$E_{acomp} = V_{tcomp} + R_a I_{an}$$

$$0 < E_{acomp} - E_{ash} = V_{tcomp} - V_{tsh}$$

$$V_{tcomp} > V_{tsh}$$



$$\begin{cases} E_a - i_F \\ R_a, R_{sh}, R_{adj}, R_s, R_d \\ N_{sh}, N_s \\ I_{ax} \\ V_t = ? \end{cases}$$

$$V_t = (R_{sh} + R_{adj}) i_{sh}$$

$$E_a - V_t = (R_a + (R_s \parallel R_d)) i_a$$

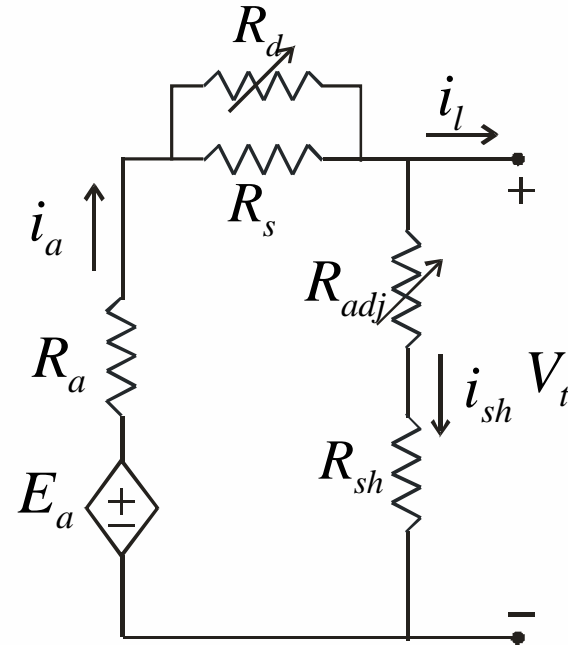
$$F_p = N_{sh} i_{sh} + N_s i_s$$

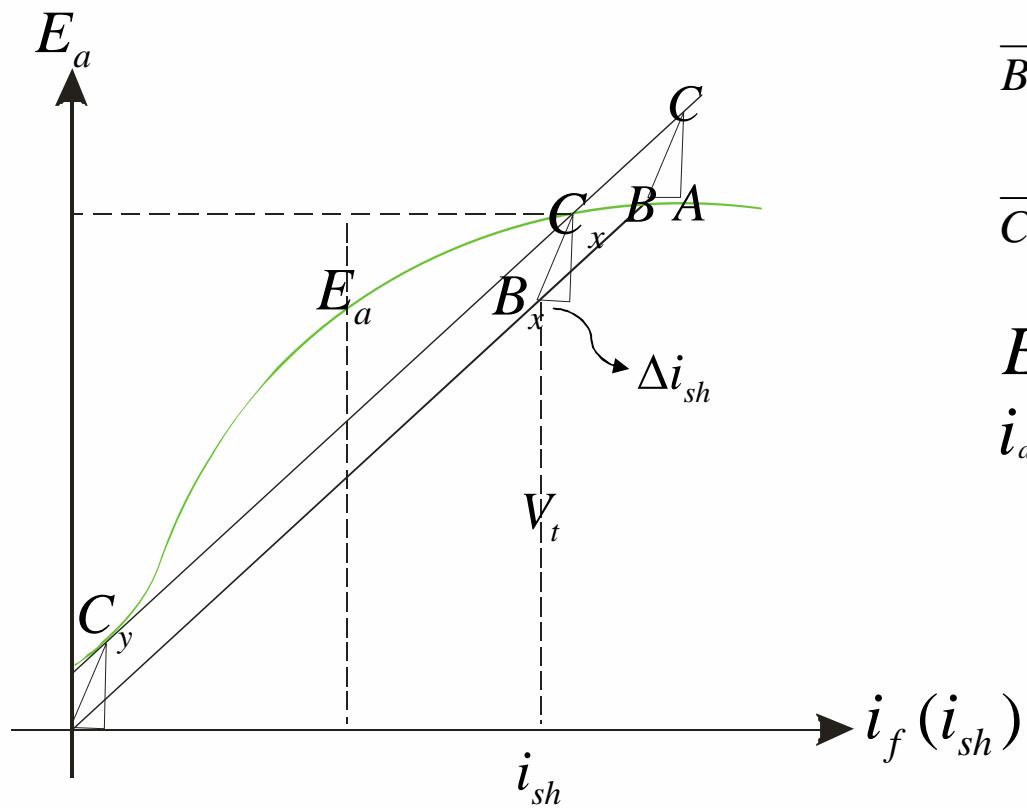
$$i_s = \frac{R_d}{R_s + R_d} i_a = \beta i_a$$

$$F_p = N_{sh} i_{sh} + N_s \beta i_a$$

$$F_p = N_{sh} (i_{sh} + \frac{N_s}{N_{sh}} \beta i_a) \quad ; \quad i_a = I_{ax} \quad ; \quad V_t = (R_{sh} + R_{adj}) i_{sh} \approx (R_{sh} + R_{adj} + R_a) i_{sh}$$

$$\Delta i_{sh} = \frac{N_s}{N_{sh}} \beta i_a$$





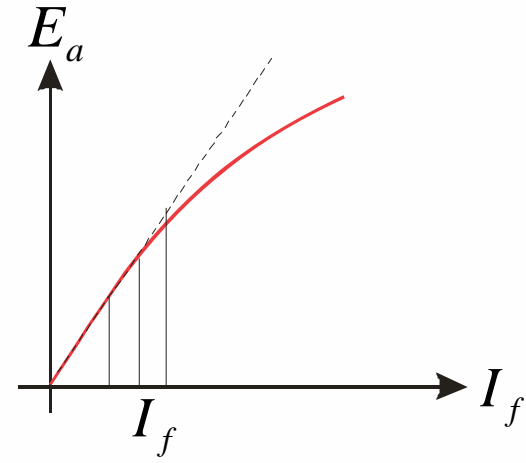
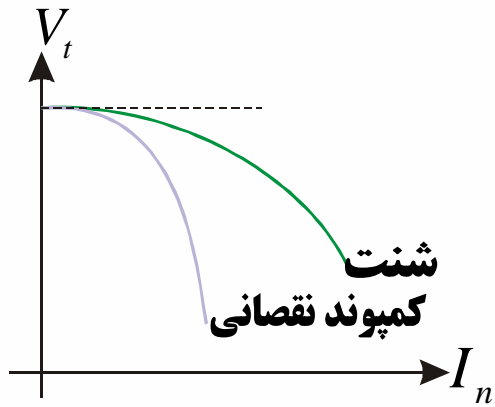
$$\overline{BA} = \Delta i_{sh} = \beta \frac{N_s}{N_{sh}} I_{ax}$$

$$\overline{CA} = \left( R_a + \frac{R_d R_s}{R_s + R_d} \right) I_{ax}$$

$$E_a - V_t = (R_a + (R_s \parallel R_d)) i_a$$

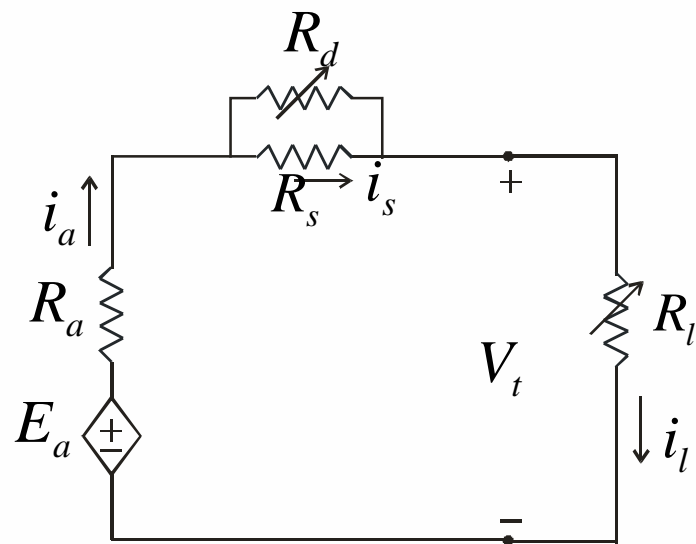
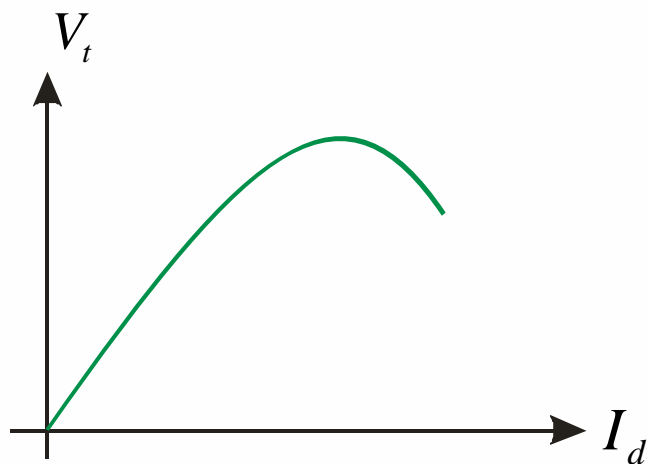
$$i_a = I_{ax}$$





$$I_f \rightarrow \varphi_{Psh} = \frac{N_f I_f}{R_{mach}} \rightarrow E \rightarrow E - R_a I_a = V_t$$

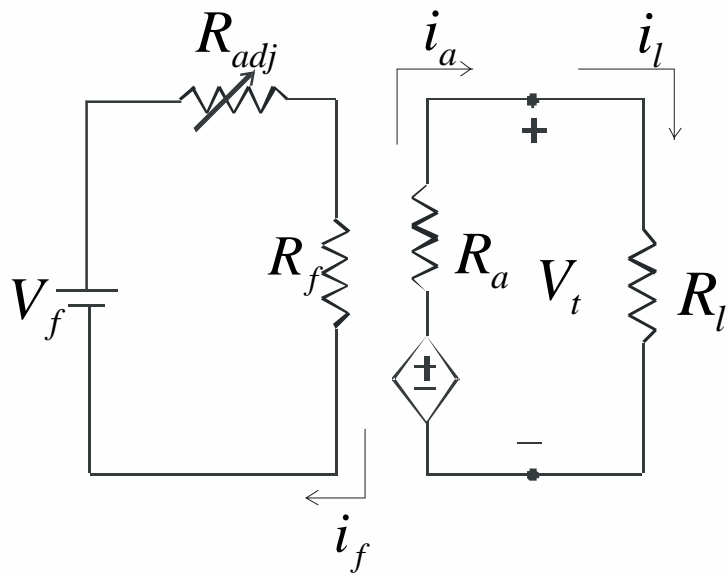
$$\varphi_{Pcomp} = \frac{N_{sh} I_{sh} - N_s I_s}{R_{mach}} \quad ; \quad \varphi_{comp} < \varphi_{sh} \quad ; \quad E_{comp} < E_{sh}$$



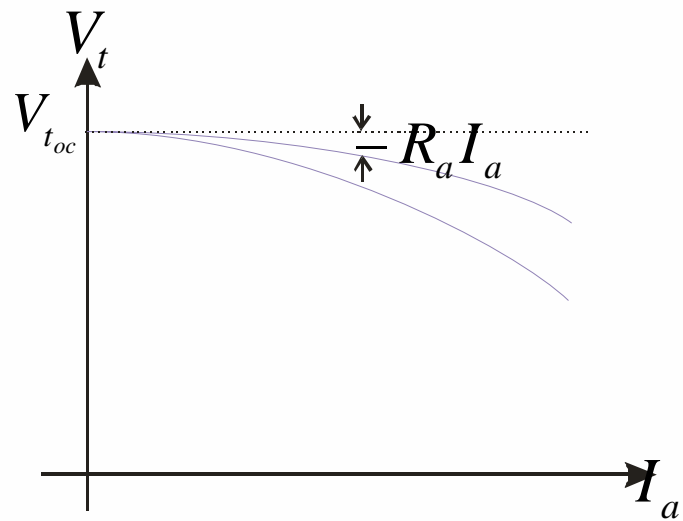
$$I_s = I_a$$

$$I_s = \frac{R_d}{R_d + R_s} I_a$$

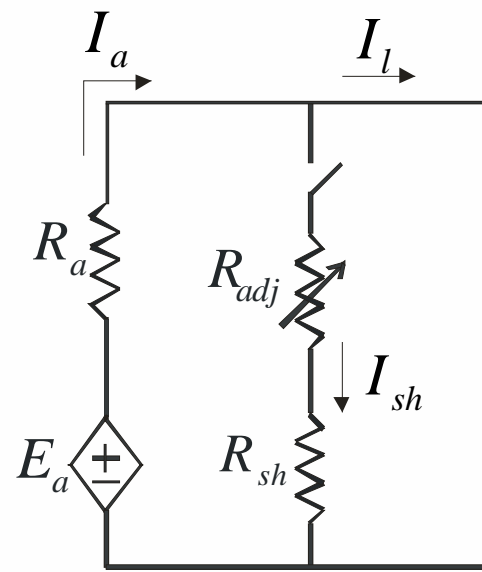
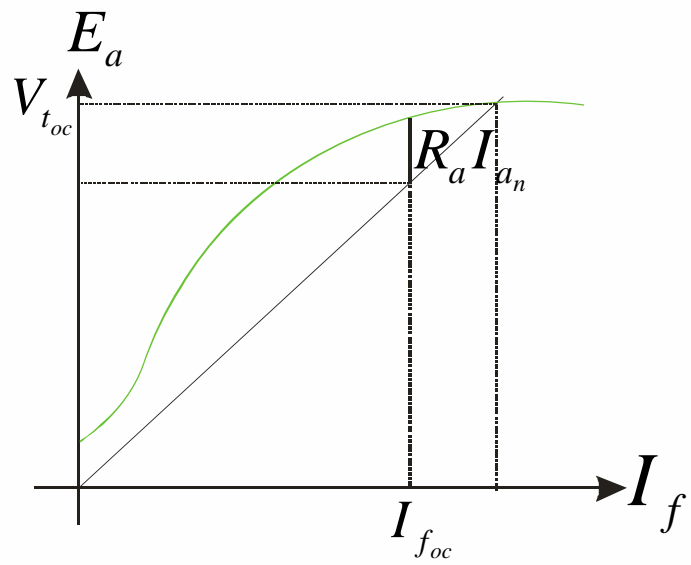
$$V_t = E - (R_a + (R_d \parallel R_s)) I_a$$



$$V_t = E_{aop} - R_a I_a$$



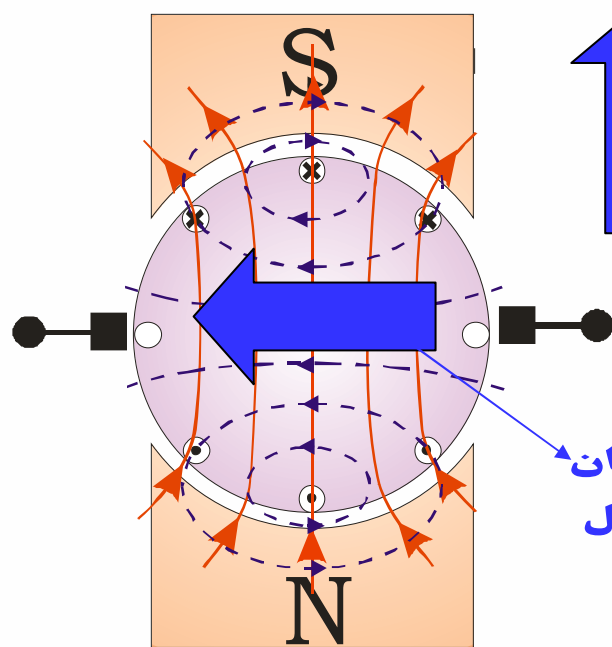
$$I_f = I_{fop} \quad , \quad E_a - I_f \Rightarrow E_{aop}$$



$$I_{fop} = I_{foc} \quad :$$

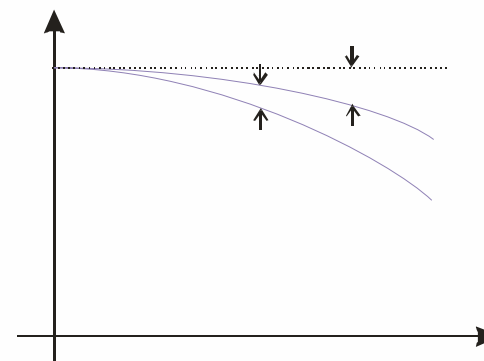
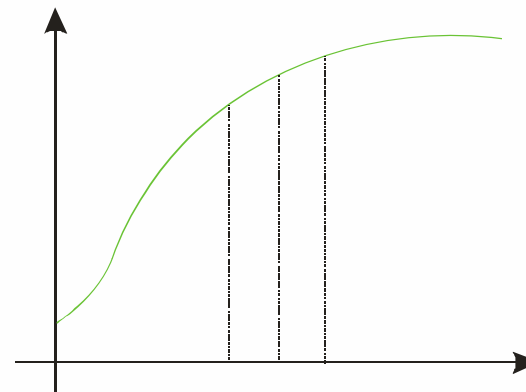
$$I_{fop} < I_{foc} \quad :$$

$$E_{aopsh} < E_{aopE}$$

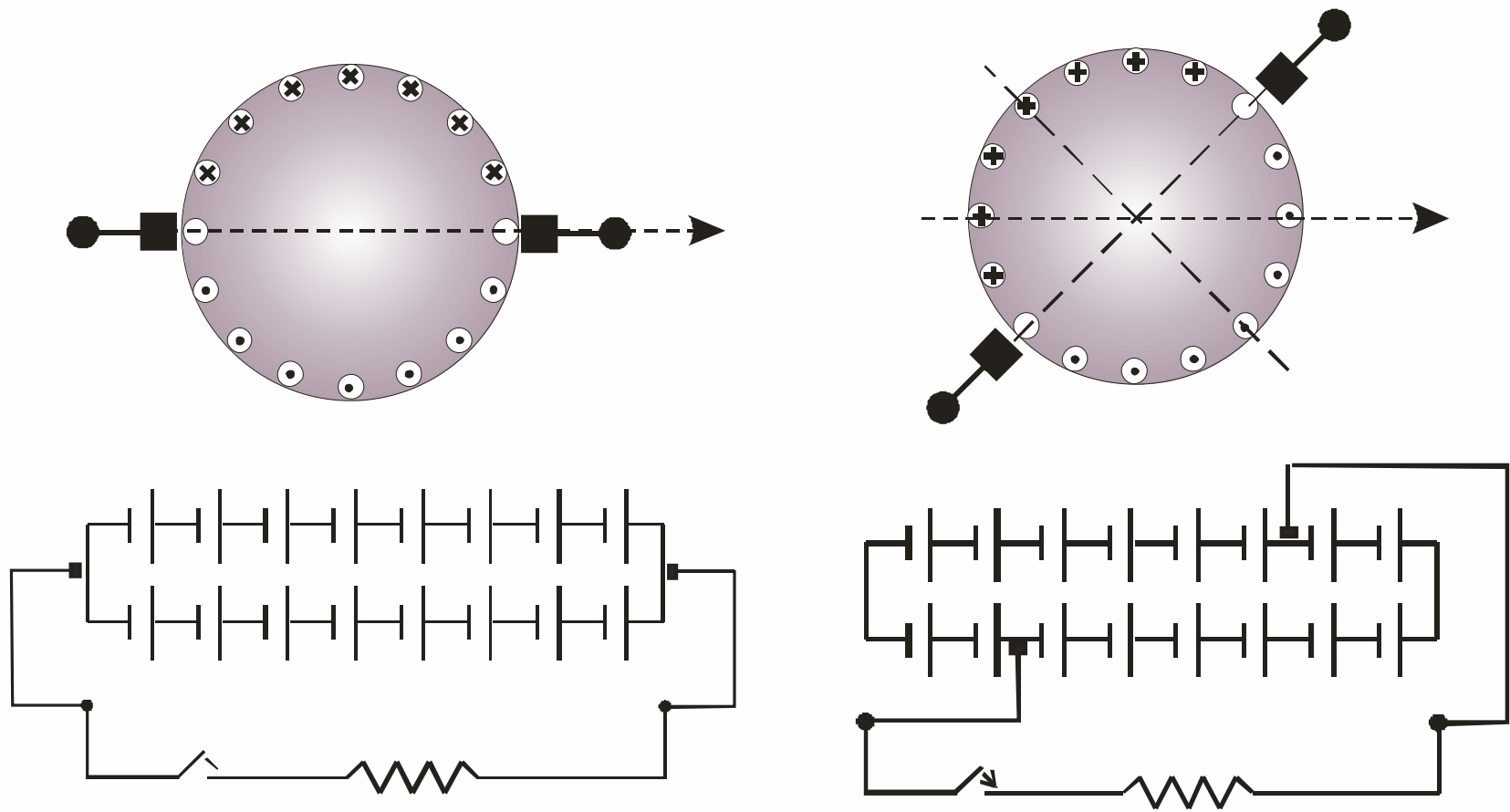


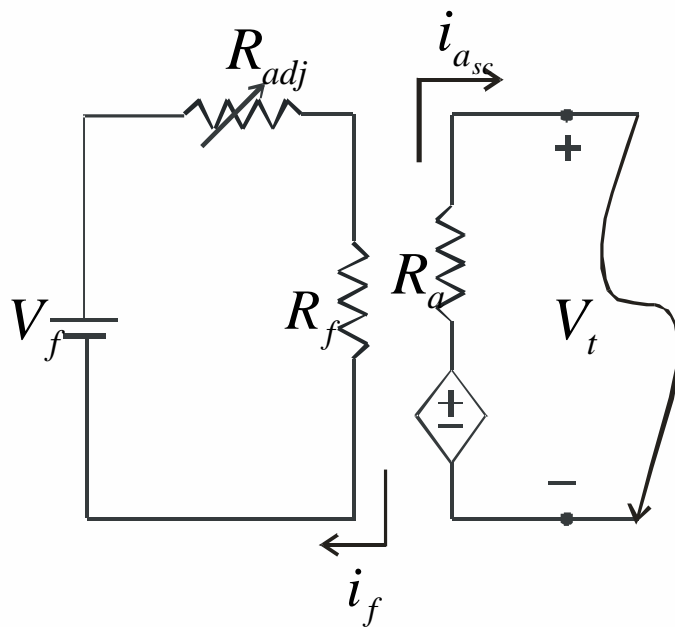
↑  
راستای میدان  
قطبها

راستای میدان  
عکس العمل

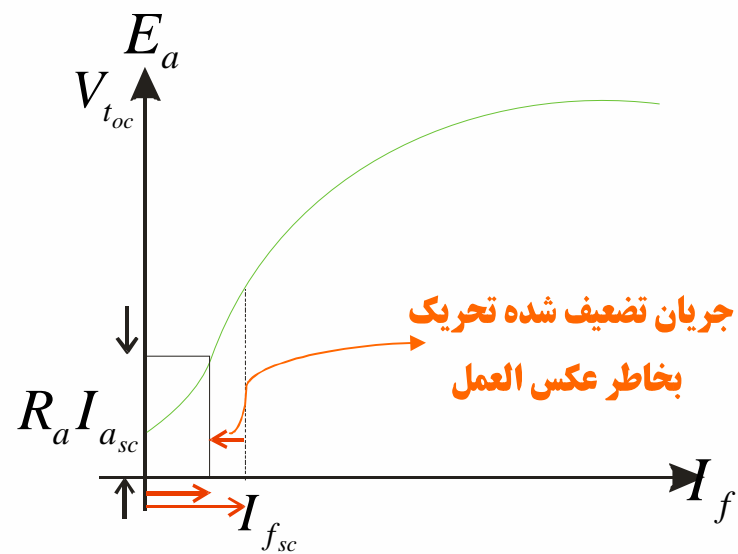


:





$$I_f = 0, I_f \uparrow \Rightarrow I_{asc} = I_{aop}$$



1600

125v

1.75A

60kw

1.5A

150v

150v

0.02

$$I_{sh} = 1.25A \rightarrow V_{toc} = 125v$$

$$I_{sh} = 1.75A \rightarrow V_{tfl} = 150v$$

$$P_{out} = P_{fl}$$

$$N_{sh} = 1600 \frac{Term}{Pole}$$

$$I_s = I_L = \frac{60 * 10^3}{150} = 400A$$

$$\Delta I_{sh} = 1.75 - 1.25 = 0.5A$$



$$\Delta F_f = N_{sh} \Delta I_{sh} = 1600 * 0.5 = 800 AT$$

$$F_p \rightarrow \varphi_p = \frac{F_p}{R_{mach}} \rightarrow E_a \rightarrow V_t$$

$$N_{sh} I_{sh} = 1600 * 1.25$$

$$N_{sh} I'_{sh} = 1600 * 1.75$$

$$V_{tfl} = 150v \quad \Rightarrow \quad P_{out} = 60kw$$

$$\frac{N_{sh} I_{sh} + N_s I_s}{R_{mach}}$$

$$\Delta F_f = N_s I_s \Rightarrow 800 = N_s * 400$$

$$\Rightarrow N_s = 2T$$

$$3 * I'_s = 800 \Rightarrow I'_s = \frac{800}{3} A$$

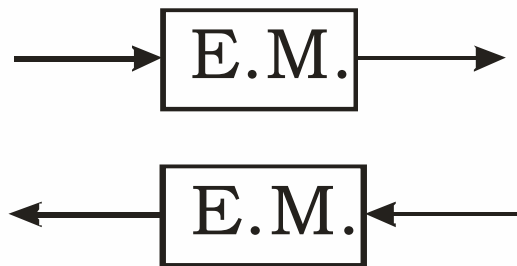
$$I_d = 400 - \frac{800}{3} = \frac{400}{3} A$$

$$R_s I'_s = R_d I_d \Rightarrow 0.02 * \frac{800}{3} = \frac{400}{3} R_d$$

$$\Rightarrow R_d = 0.04\Omega$$

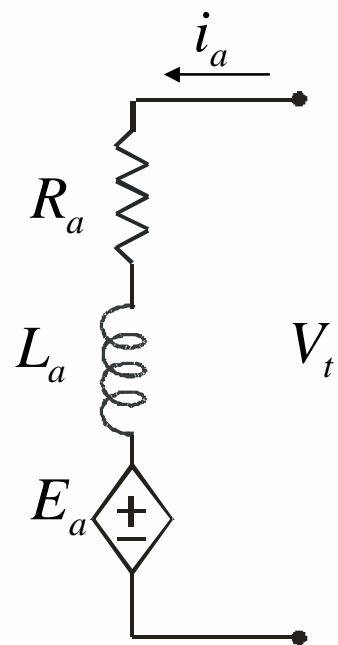
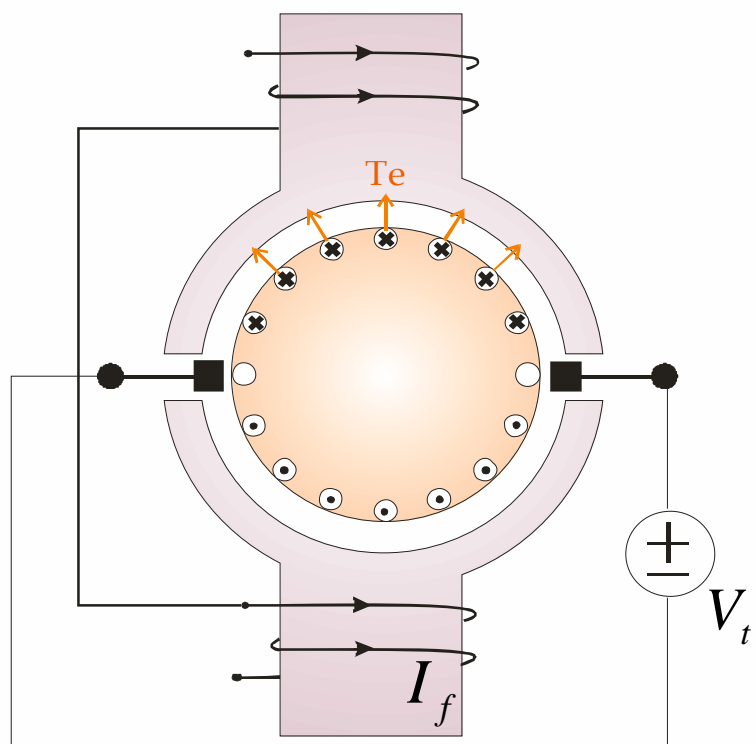
$$\text{Re } g \text{ ./} = \frac{V_{toc} - V_l}{V_l} * 100$$

$$\text{Re } g \text{ ./} = \frac{125 - 150}{150} * 100 = -\frac{50}{3} \% = -16.7\%$$



$$T_e = T_l + T_f$$

$$P_{ch} = E_b \dot{i}_a$$



$$E_b=k_v\varphi_p\omega_r$$

$$P_{mec}=E_b\boldsymbol{i}_a$$

$$P_{mag} \dot{}$$

$$f_r(\omega_r)$$

$$P_{fri}+P_{mag}\equiv P_{Rot}=f(\omega_r)$$

$$P_{Rot}=f(\omega_r)$$

$$T_e=\frac{P_{ch}}{\omega_r}=\frac{E_b\boldsymbol{i}_a}{\omega_r}$$

$$T_e=k_v\varphi_p\boldsymbol{i}_a$$

$$F_p=\begin{cases} N_f\boldsymbol{i}_f\\ N_{sh}\boldsymbol{i}_{sh}+N'_s\boldsymbol{i}'_s \end{cases}$$

$$\varphi_P=\frac{F_p}{R_{mach}}$$

$$T_e = \frac{k_v}{R_{mach}} F_p i_a = k'_v F_p i_a = \begin{cases} k'_v N_f i_f i_a \\ k'_v (N_{sh} i_{sh} + N_s i_s) i_a \end{cases}$$

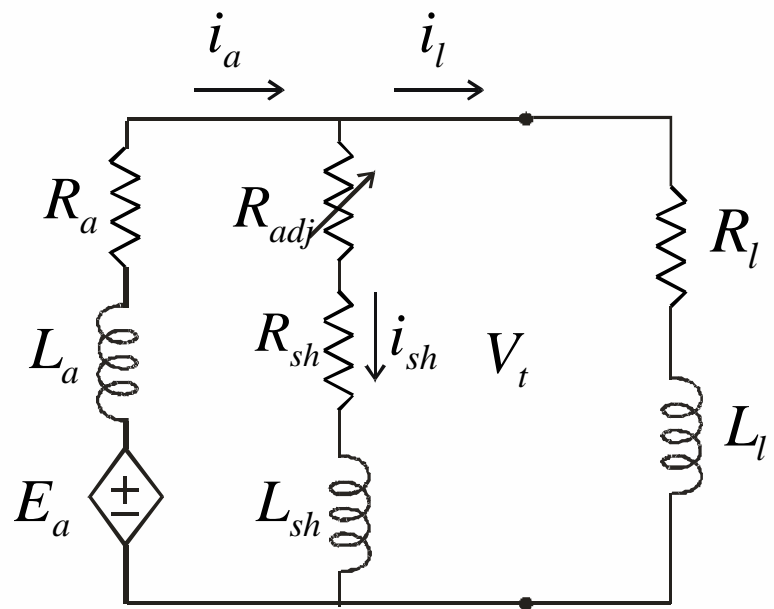
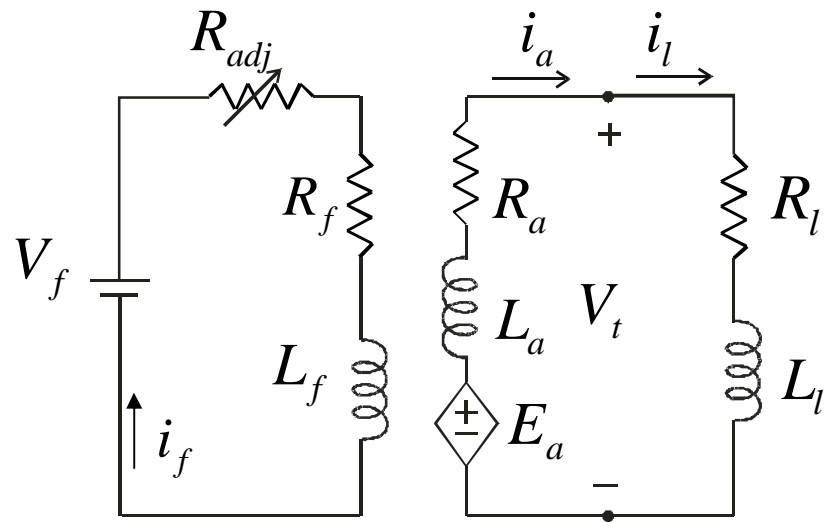
$$T_e = \begin{cases} k_\tau i_f i_a \\ k_\tau (i_{sh} + \frac{N_s}{N_{sh}} i_s) i_a \end{cases}$$

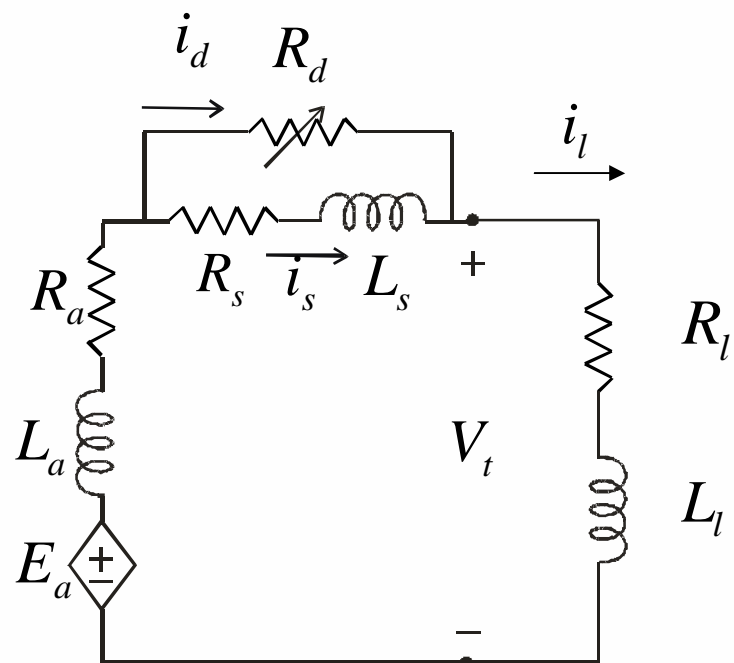
$$T_{out} = T_{shaft} = \frac{P_{out}}{\omega_r} = \frac{P_{mecind} - P_{Rot}}{\omega_r} = T_e - \frac{P_{Rot}}{\omega_r}$$

$$E_b = k_v \varphi_p \omega_r$$

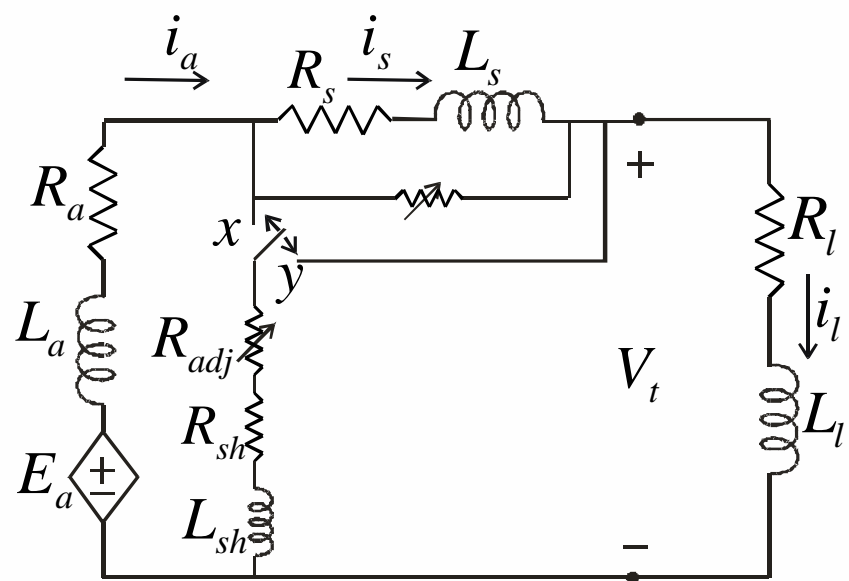
$$\omega_r = \frac{E_b}{k_v \varphi_p}$$

$$T_e = k_v \varphi_p i_a$$





:



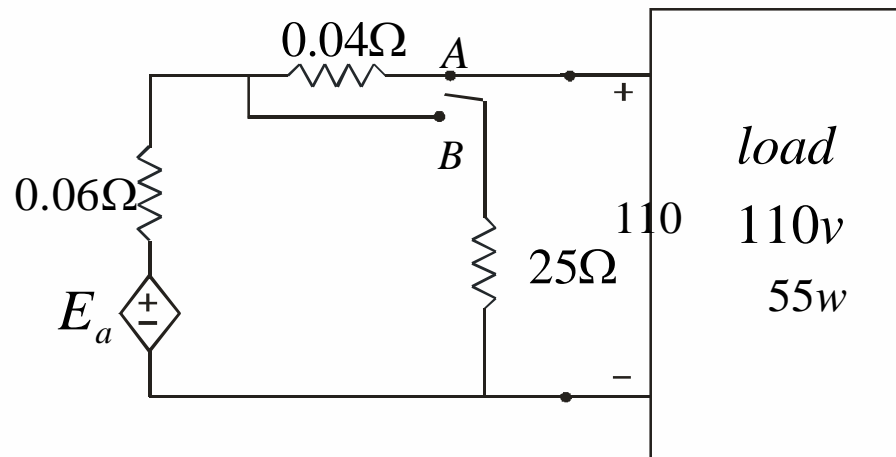
:

$$P_{Ra} = R_a i_a^2$$

$$P_a = V_a i_a$$

$$P_{sf} = R_d i_d^2 + R_s i_s^2$$

$$P_{shf} = (R_{sh} + R_{adj}) i_{sh}^2$$



$$V_t = 110\text{v}$$

25



$$P_{in} = V_{tim}$$

$$P_{out} = 200 * 55 =$$

$$I_{sh} = \frac{110}{25} = 4.4A$$

$$V_t = 110v$$

$$I_L = \frac{200 * 55}{110} = 100A$$

$$I_a = 100 + 4.4 = 104.4A$$

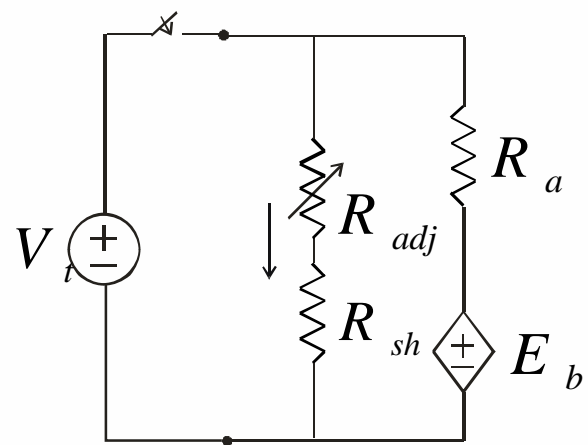
$$E_a = 110 + (0.06 + 0.04)104.4 = 120.44v$$

$$V_{AA'} = 1100.04 * 100 = 114v$$

$$I_{sh} = \frac{114}{25} = 4.56A$$

$$I_a = 100 + 4.56 = 104.56A$$

$$E_a = 114 + 0.06 * 104.56 = 120.27$$



$$E_b = k_v \omega_a \varphi_p$$

$$\omega_a = 0$$

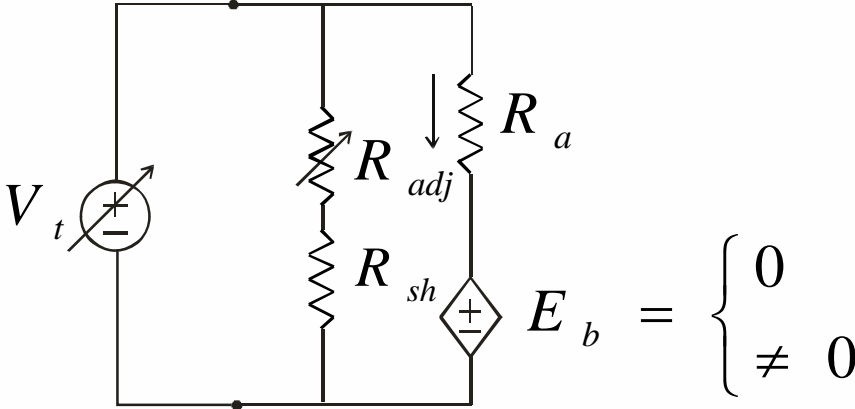
$$I_{st} > I_n$$

$$T_e = k_v \varphi_p I_a$$

⋮

$$\Rightarrow E_b = 0$$

$$T_{est} \downarrow$$



:

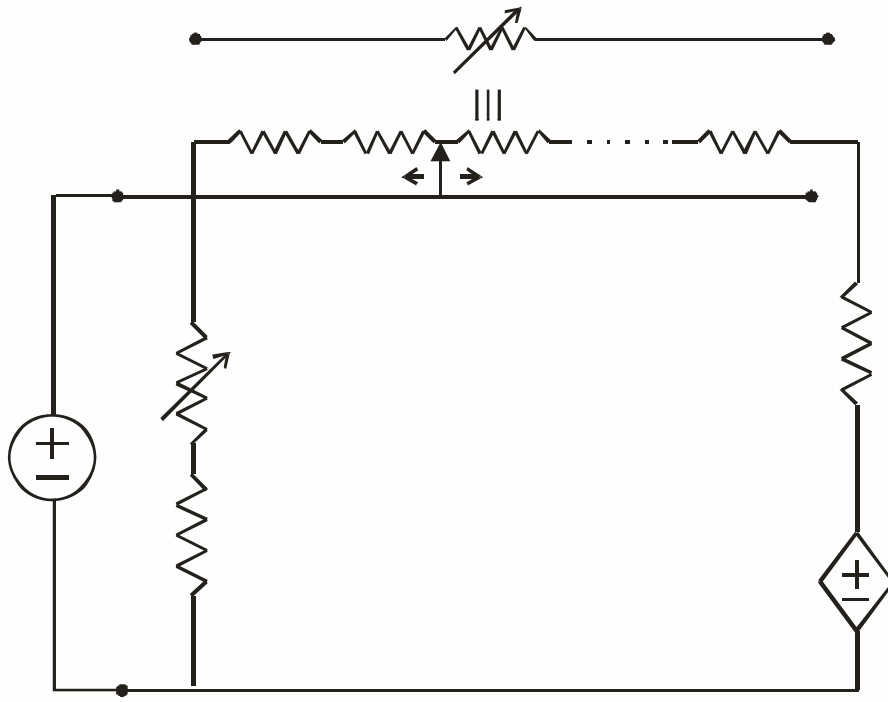
$$V_{st} \rangle V_n \Rightarrow I_{st} = \frac{V_{st}}{R_a} \geq I_n$$

$$\omega_a \neq 0 \qquad \omega_a \uparrow \qquad E_b \uparrow$$

$$\downarrow I_{ast} = \frac{V_t - E_b \uparrow}{R_a}$$

$$E_b = 0$$

$$I_{ast} = \frac{V_t}{R_1} = I_{a \max}$$



$$I_{a \min} = \frac{V_t - E_b(t_1^-)}{R_1}$$

$$I_{a \max} = \frac{V_t - E_b(t_1^+)}{R_2}$$

$$I_{a \min} = \frac{V_t - E_b(t_2^-)}{R_2}$$

$$I_{a \max} = \frac{V_t - E_b(t_2^+)}{R_3}$$

⋮

$$I_{a \min} = \frac{V_t - E_b(t_n^-)}{R_n}$$

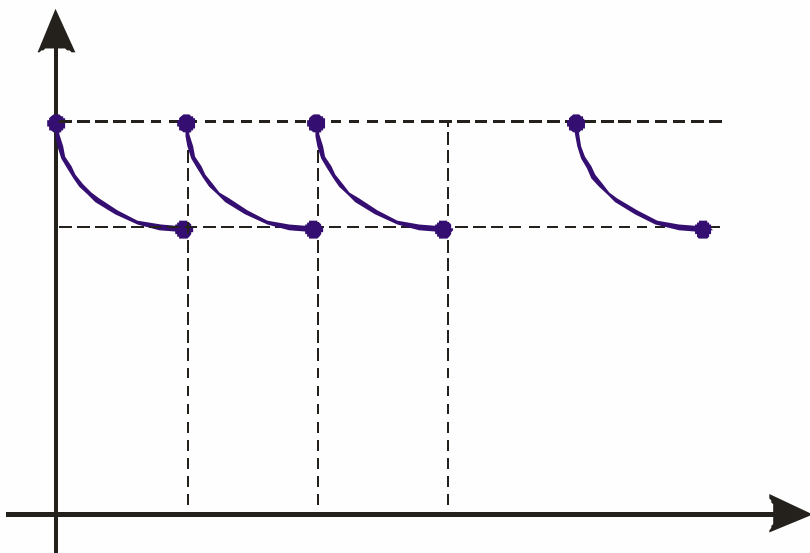
$$I_{a \max} = \frac{V_t - E_b(t_n^+)}{R_a}$$

⋮

$$\frac{I_{a \max}}{I_{a \min}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_2}{R_3} = \frac{R_3}{R_4} = \dots = \frac{R_n}{R_a}$$

$$\frac{R_1}{R_a} = \left( \frac{I_{a \max}}{I_{a \min}} \right)^n$$

$$\begin{cases} r_1 = R_1 - R_2 \\ r_2 = R_2 - R_3 \\ r_3 = R_3 - R_4 \\ \vdots \\ r_n = R_n - R_a \end{cases}$$



$$\omega_a = \frac{E_b}{k_v \varphi_p}$$

$$E_b = V_a - R_a I_a$$

$$\omega_a = \frac{V_a - R_a I_a}{k_v \varphi_p}$$

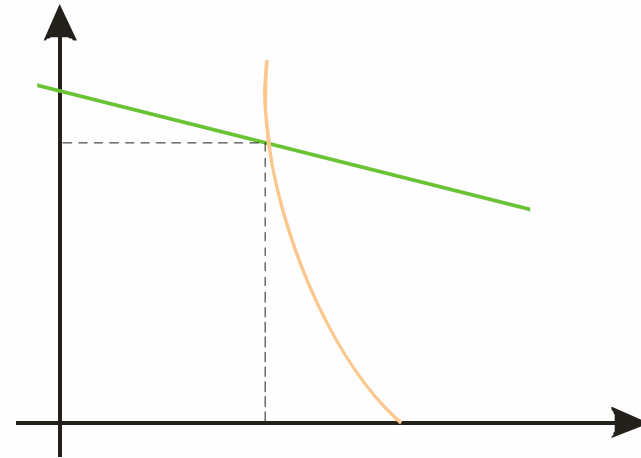
$$V_a = \begin{cases} V_t \\ \neq V_t \end{cases}$$

$$T_e = k_v \varphi_p I_a$$

$$I_a = \frac{T_e}{k_v \varphi_p}$$

$$\omega_a = \frac{V_a}{k_v \varphi_p} - \frac{R_a}{k_v \varphi_p} I_a = \frac{V_a}{k_v \varphi_p} - \frac{R_a}{(k_v \varphi_p)^2} T_e$$

⋮

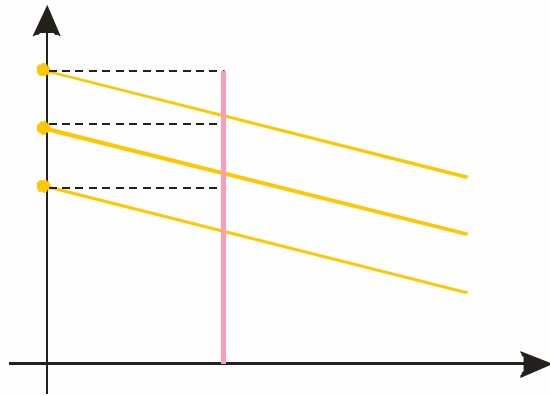


$$T_L = g(\omega_a)$$

$$T_e = T_L$$

$$f(\omega_a) = g(\omega_a)$$

: ( )

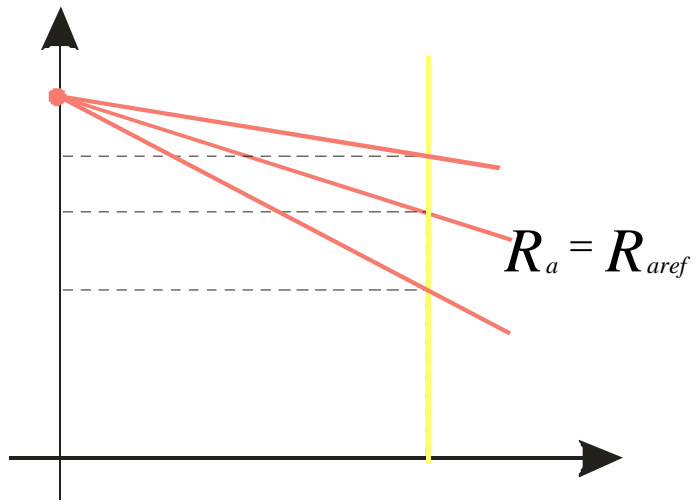


$$\omega_a = \frac{V_a}{k_v \varphi_P} - \frac{R_a}{(k_v \varphi_P)^2} T_e \quad , \quad R_a = Const \quad , \quad \varphi_P = Const$$

$$\omega_a = C_v V_a - C'_v T_e$$

$$V_a = V_{aref}$$

$$T_L = 0 \rightarrow \omega_{ml}$$

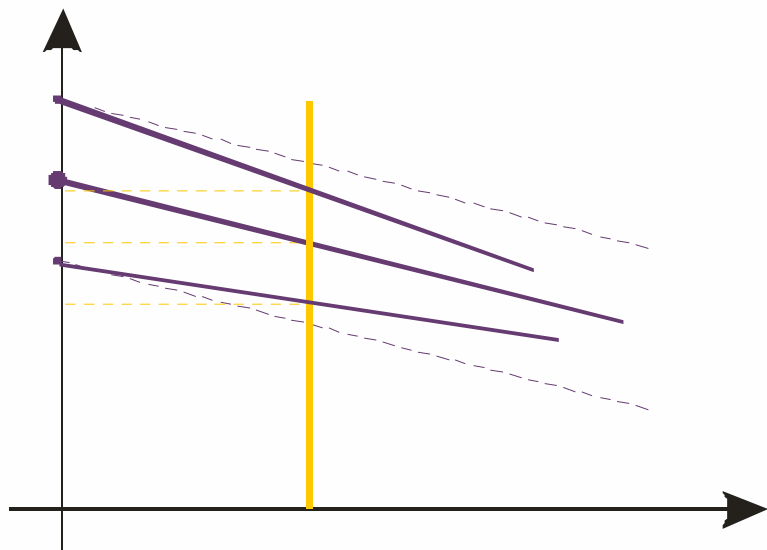


:

$$V_a = Const, \quad \varphi_p = Const$$

$$\omega_a = C_r - C'_r R_a T_e$$





:

$$R_a = Const, \quad V_a = Const$$

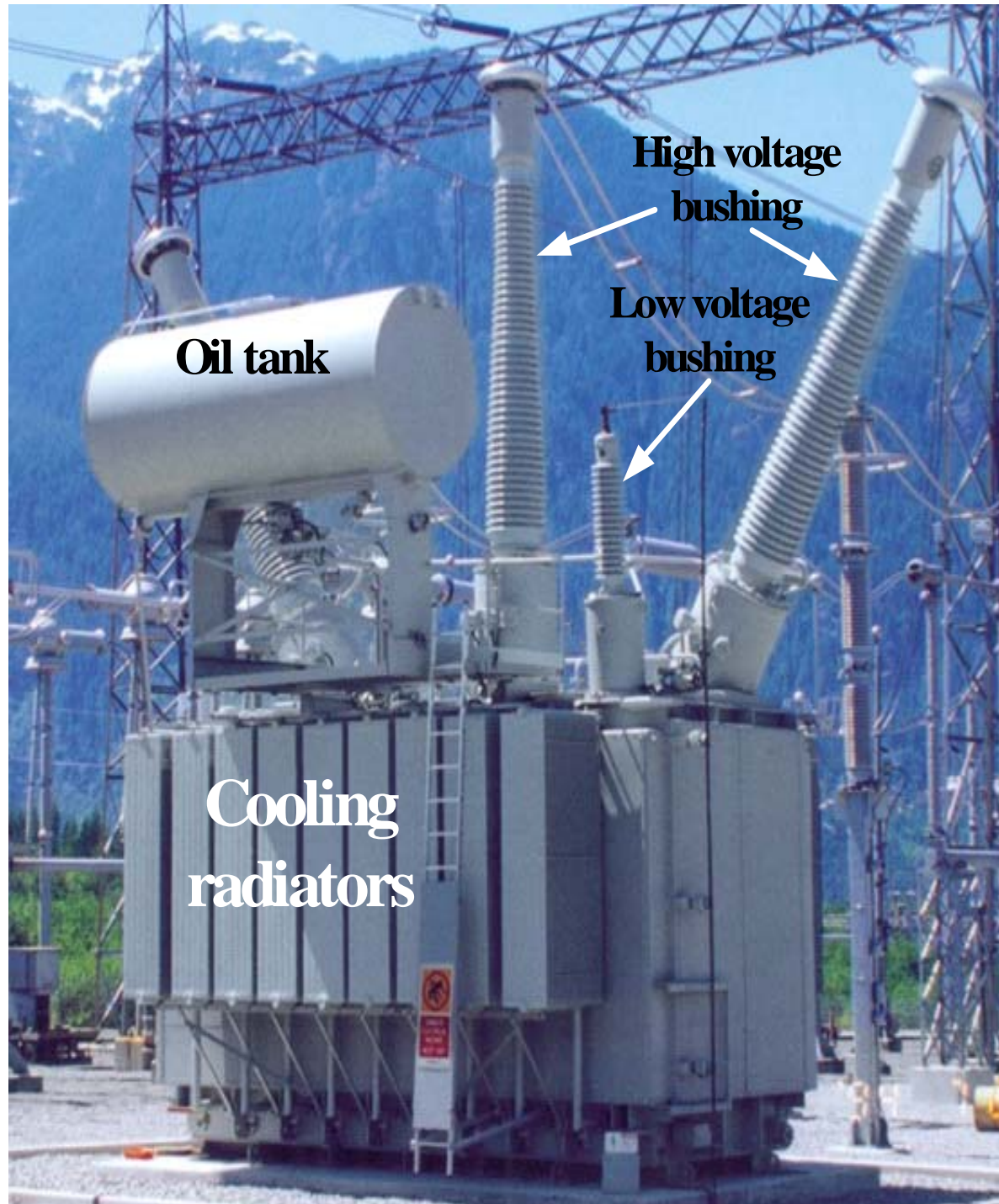
$$\omega_a = \frac{C_\varphi}{\varphi_P} - \frac{C'_\varphi}{\varphi_P^2} T_e$$

$$\varphi_P = \varphi_{Pref}$$

$$\varphi_P = \frac{N_f I_f}{R_{mach}}$$

ماشین های الکتریکی ۲

# ترانسفورماتور



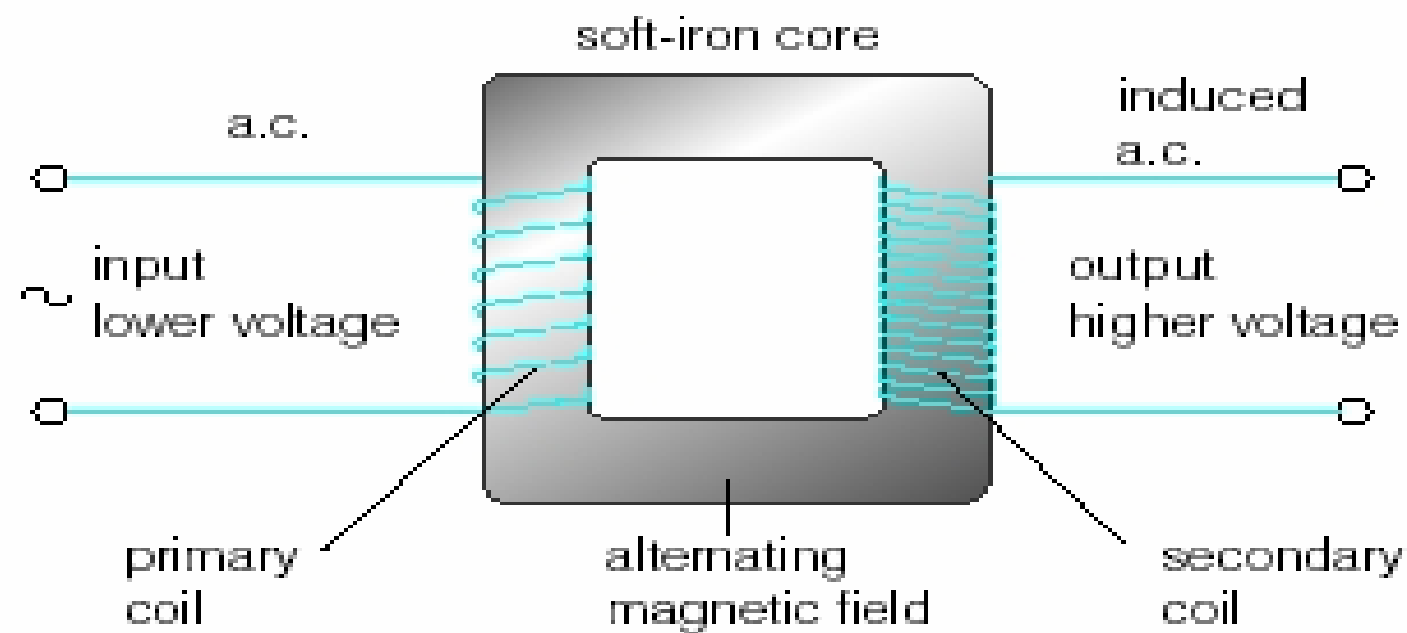
آیا ترانسفورماتورها جزء ماشین ها محسوب می شوند؟

خیر.

ترانسفورماتورها چون انرژی را از صورتی به صورت دیگر تبدیل نمی کنند جزء ماشین ها محسوب نمی شوند ولی به خاطر اهمیت و مشابهت آن به ماشین در درس ماشین بررسی می شوند.

# اجزاء ترانسفورماتورها:

سیم پیچی اولیه و ثانویه  
هسته و ...



## هسته

هسته از جنس مواد فرو مغناطیس است که در آن:

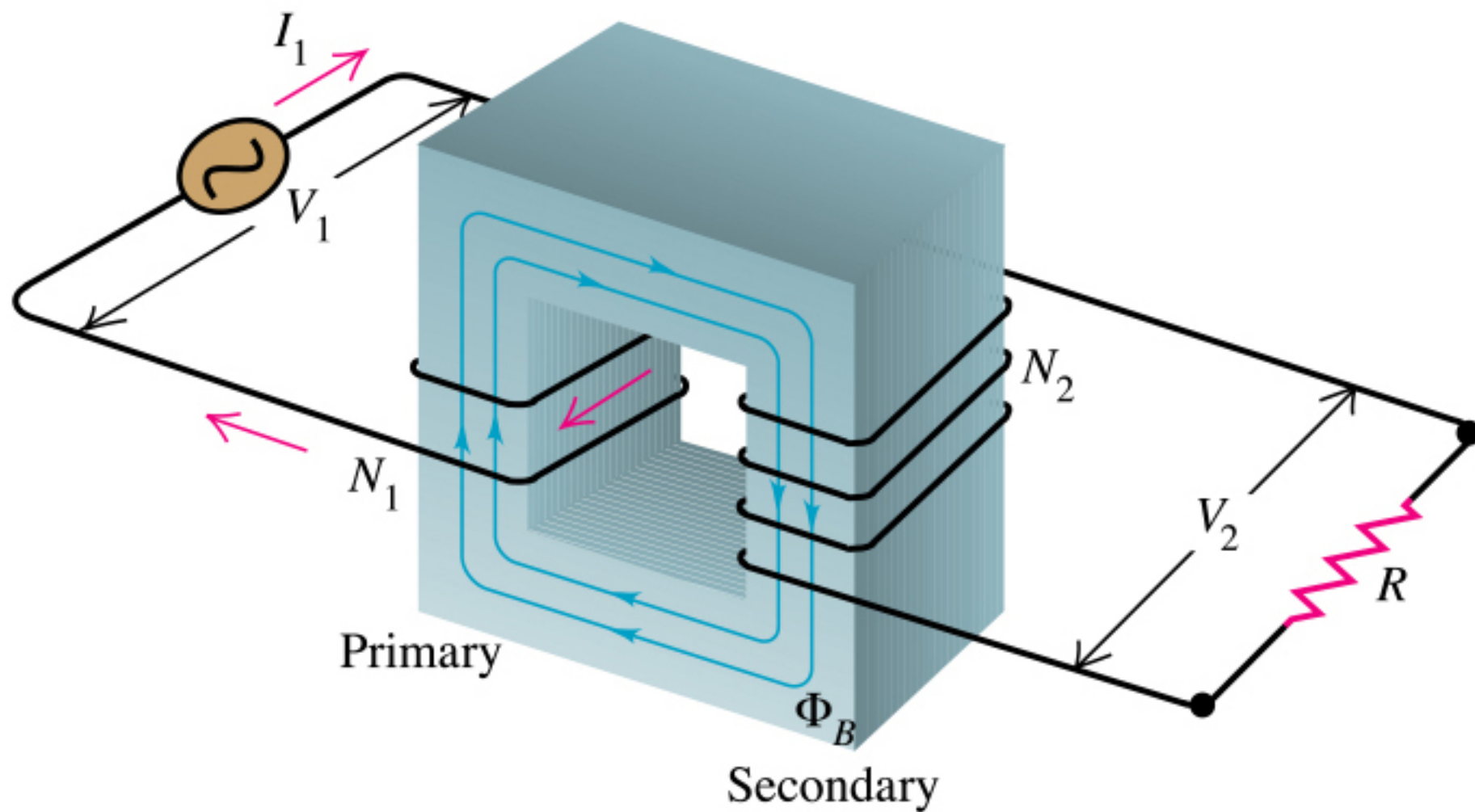
مقاومت یا رلوکتانس مغناطیسی  $R \rightarrow 0$

نفوذپذیری مغناطیسی  $\mu \rightarrow \infty$

نقشی که هسته در ترانسفورماتور دارد همان نقشی است که هسته در موتور dc ایفا می کند.

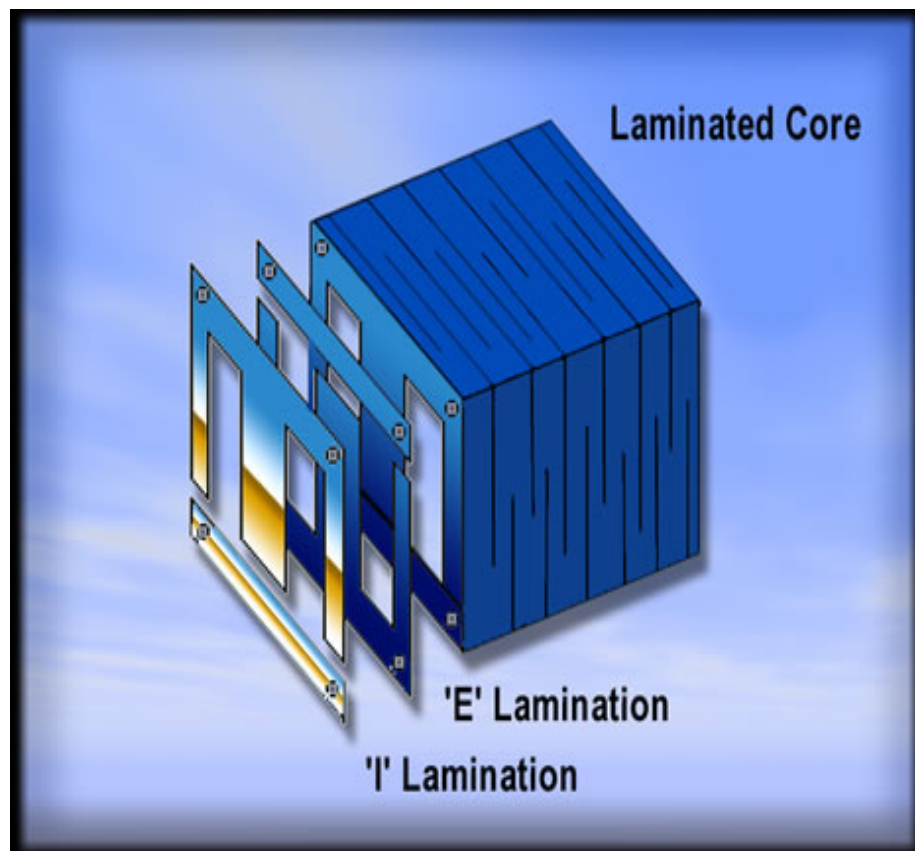
یعنی بستن شار در یک مسیر مشخص

چون ولتاژ اعمالی به ترانس متناوب است در نتیجه یک شار متناوب ایجاد خواهد شد که باعث ایجاد جریان گردابی است.



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

نمایشی از یک ترانسفورماتور



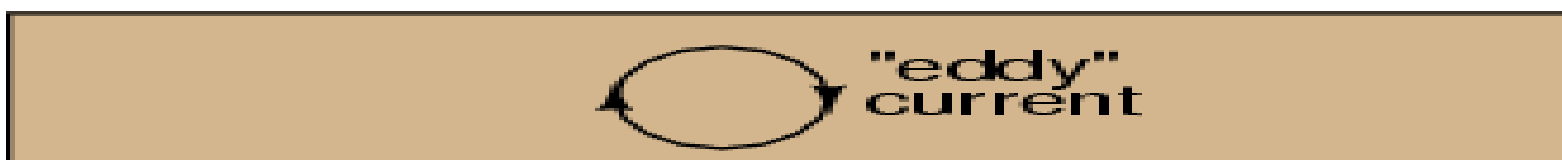
هسته ترانس باید مورق ساخته  
شود تا تلفات هسته کاهش یابد.

تلفات هسته نتیجه دو عامل است:

۱- تلفات فوکو Eddy Current

۲- تلفات هیستریزیس

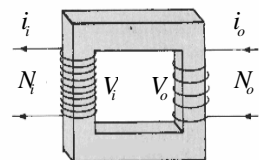
solid iron core



laminated iron core







## ترانسفورماتور تک فاز ایده آل:

$$P_{mag}=0$$

۱- هسته تلفات ندارد.

$$B=\mu.H \quad \mu=cte$$

۲- رفتار ماده سازنده هسته خطی است

$$\mu \rightarrow \infty$$

۳- مقاومت سیم پیچی صفر است.

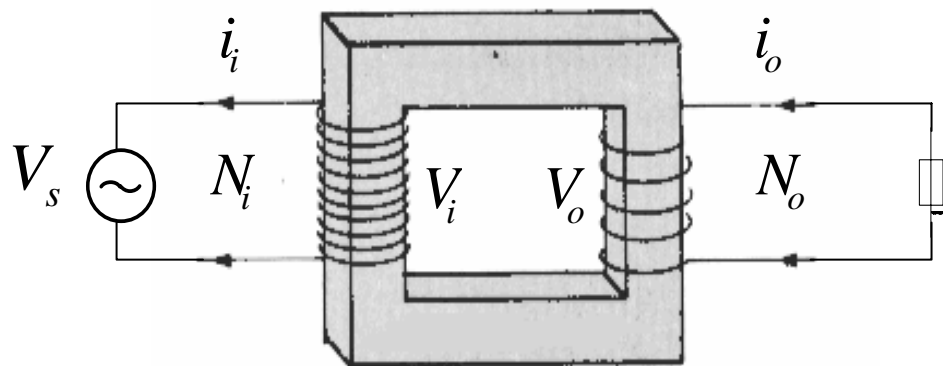
$$R_i = 0 \quad C_i = 0$$

$$R_o = 0 \quad C_o = 0$$

۴- شار نشتی نداریم.

$$l_o = l_i = 0$$

$$\mu = \infty \Rightarrow \begin{cases} L_{ii} = \infty & L_{oo} = \infty \\ L_{io} = \infty & L_{oi} = \infty \end{cases}$$



$$V_i = \frac{d}{dt}(\lambda_i)$$

$$V_L = V_o = \frac{d}{dt}(\lambda_o)$$

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^{N_i} \int_{A_j} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\lambda_o = \sum_{k=1}^{N_o} \int_{A_k} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\lambda_i = N_i \phi_c$$

$$\lambda_o = N_o \phi_c$$

$A_j$  سطح حلقه زام از سیم پیچی ورودی

$$\left\{ \begin{array}{l} V_i = N_i \frac{d\phi_c}{dt} \\ V_o = N_o \frac{d\phi_c}{dt} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = \frac{N_o}{N_i} \Rightarrow V_o = \frac{N_o}{N_i} V_i$$

ضریب تبدیل  $\frac{N_o}{N_i} \equiv k$

$$V_s = N_i \frac{d\varphi_c}{dt}$$

در مورد جریان داریم:

$$d\varphi_c = V_s \frac{1}{N_i} dt \Rightarrow \int_0^t d\varphi_c = \frac{1}{N_i} \int_0^t V_s(t) dt$$

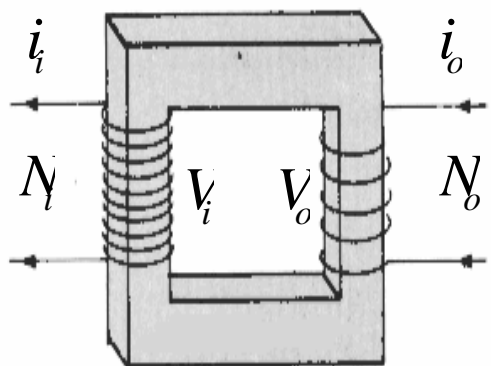
$$\varphi_c(t) = \frac{1}{N_i} \int_0^t V_s(t) dt + \varphi_c(0)$$

هیچ وقت به بی نهایت میل نمی کند یعنی کران دار است

$$B_c(t) = \frac{\varphi_c}{A_c}$$

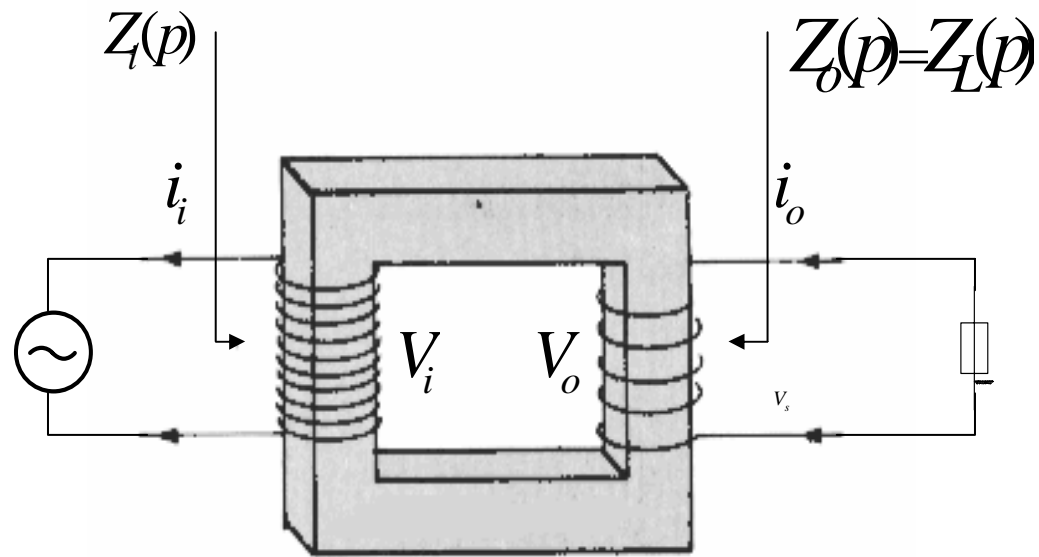
$$H_c(t) = \frac{B_c(t)}{\mu}$$

$$\begin{cases} \oint \vec{H}_c \cdot d\vec{l} = N_i i_i + N_o i_o \\ \oint \vec{H}_c \cdot d\vec{l} = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{i_o}{i_i} = -\frac{N_i}{N_o}$$



$$\begin{cases} \frac{\dot{i}_o}{\dot{i}_i} = -\frac{N_i}{N_o} \Rightarrow \dot{i}_i = \frac{N_o}{N_i} \dot{i}_L \\ \dot{i}_o = -\dot{i}_L \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_i = \frac{N_i}{N_o} V_o \\ \dot{i}_i = \frac{N_o}{N_i} \dot{i}_L \end{cases}$$

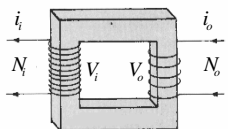


$$\frac{i_i}{-i_o} = \frac{i_i}{i_L} = \frac{N_o}{N_i}$$

$$\frac{i_i}{-i_o} = \frac{i_i}{i_L} = \frac{N_o}{N_i}$$

$$Z_o(p) = \frac{V_l}{i_o} = Z_L(p)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_i(p) = \frac{V_i}{i_i} \\ Z_i(p) = \frac{V_o \frac{N_i}{N_o}}{i_L \frac{N_o}{N_i}} = \left( \frac{N_i}{N_o} \right)^2 \frac{V_o}{i_L} = \left( \frac{N_i}{N_o} \right)^2 Z_o(p) \end{array} \right. \Rightarrow Z_i(p) = \left( \frac{N_i}{N_o} \right)^2 Z_o(p)$$



$$\left\{ \begin{array}{l} Z_o'(p) \triangleq \left( \frac{N_i}{N_o} \right)^2 Z_o(p) \\ V_o' \triangleq \frac{N_i}{N_o} V_o \\ i_L' \triangleq \frac{N_o}{N_i} i_L \end{array} \right.$$

امپدانس خروجی از دیدگاه ورودی  
(امپدانس خروجی که به طرف ورودی انتقال (تبدیل) یافته است)

ولتاژ خروجی از دیدگاه ورودی

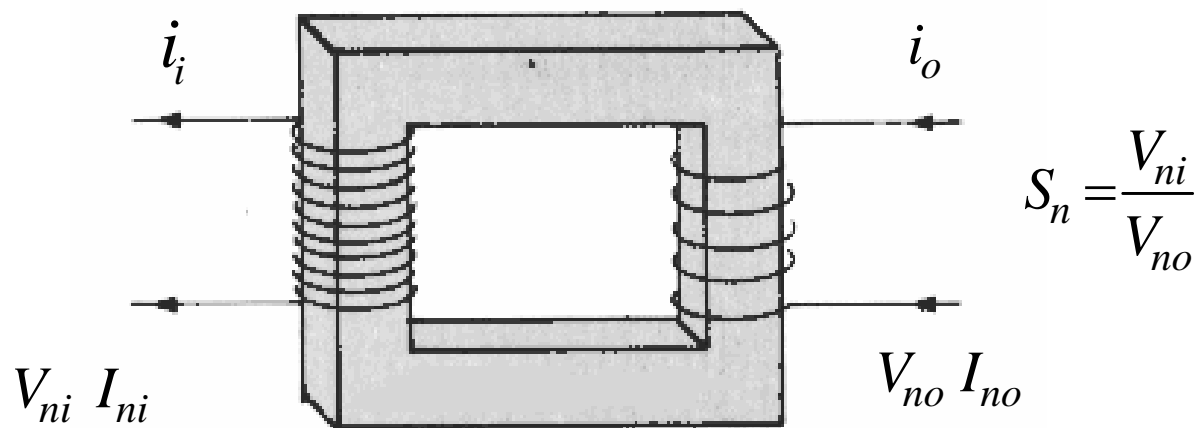
جریان خروجی از دیدگاه ورودی

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_i'(p) \triangleq \left( \frac{N_o}{N_i} \right)^2 Z_i(p) \\ V_i' \triangleq \frac{N_o}{N_i} V_i \\ i_i' \triangleq \frac{N_i}{N_o} i_i \end{array} \right.$$

امپدانس ورودی از دیدگاه خروجی  
(امپدانس ورودی که به طرف خروجی انتقال (تبدیل) یافته است)

ولتاژ ورودی از دیدگاه خروجی

جریان ورودی از دیدگاه خروجی



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{V_{ni}}{V_{no}} = \frac{N_i}{N_o} \\ \frac{I_{ni}}{I_{no}} = \frac{N_o}{N_i} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{V_{ni} I_{ni}}{V_{no} I_{no}} = 1$$

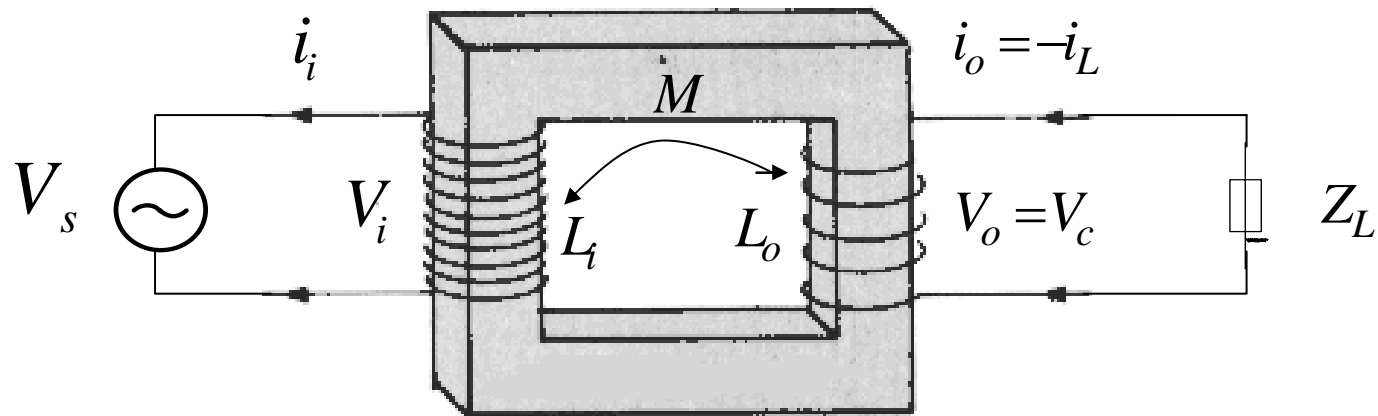
توان نامی ورودی  $V_{ni} I_{ni} = S_{ni}$

توان نامی خروجی  $V_{no} I_{no} = S_{no}$

# ٲرانسفورماتور واقعی







$$R_i \neq 0 \quad R_o \neq 0$$

$$\mu_{core} = const \quad \mu_{core} \neq \infty$$

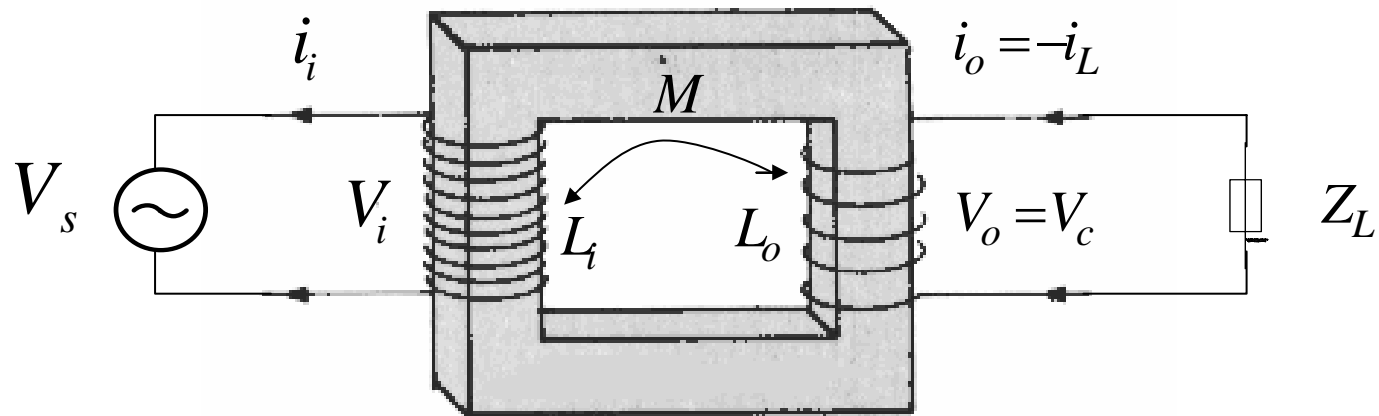
$$P_{mag} = 0$$

$$C_i = 0 \quad C_o = 0$$

$$L_i \neq \infty \quad L_i = const$$

$$L_o \neq \infty \quad L_o = const$$

$$M \neq \infty \quad M = const$$



$$V_s = V_i = R_i i_i + L_i \frac{di_i}{dt} + M \frac{di_o}{dt}$$

$$V_L = V_o = R_o i_o + M \frac{di_i}{dt} + \mu \frac{di_o}{dt}$$

$$V_L = Z_L(p) i_L \quad i_L = -i_o$$

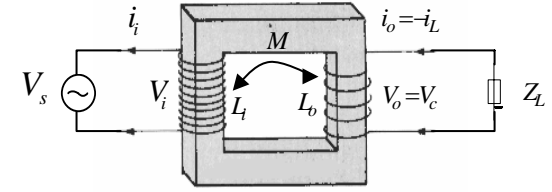
$$V'_o = \frac{N_i}{N_o} V_o \quad V'_L = \frac{N_i}{N_o} V_L$$

$$i'_o = \frac{N_o}{N_i} i_i \quad i'_L = \frac{N_o}{N_i} i_i$$

$$i'_o = \frac{N_o}{N_i} i_o \quad i'_L = \frac{N_o}{N_i} i_L$$

$$R'_o = \left( \frac{N_o}{N_i} \right)^2 R_o \quad Z'_L(p) = \left( \frac{N_i}{N_o} \right)^2 Z_L(p)$$

$$L'_o = \left( \frac{N_i}{N_o} \right)^2 L_o \quad L_o = L_{mo} + l_i \Rightarrow L'_o = \left( \left( \frac{N_i}{N_o} \right)^2 L_{mo} \right) + \left( \left( \frac{N_i}{N_o} \right)^2 l_o \right) = L'_{mo} + l'_o$$



$$V_s = V_i = R_i i_i + L_i \frac{di_i}{dt} + M \frac{d}{dt} \left( \frac{N_i}{N_o} i'_o \right)$$

$$\frac{N_o}{N_i} V'_L = \frac{N_o}{N_i} V'_o = \left( \left( \frac{N_o}{N_i} \right)^2 R'_o \right) \left( \frac{N_i}{N_o} i'_o \right) + M \frac{di_i}{dt} + \left( \left( \frac{N_o}{N_i} \right)^2 L'_o \right) \frac{d}{dt} \left( \frac{N_i}{N_o} i'_o \right)$$

$$V_s = V_i = R_i i_i + (L_m + l_i) \frac{di_i}{dt} + \left( \frac{N_i}{N_o} M \right) \frac{di'_o}{dt}$$

$$V'_L = V'_o = R'_o i'_o + \left( \frac{N_i}{N_o} M \right) \frac{di_i}{dt} + (L'_{mo} + l'_o) \frac{di'_o}{dt}$$

$$V_s = V_i = R_i i_i + (L_m + l_i) \frac{di_i}{dt} + L_{mi} \frac{di'_o}{dt}$$

$$V'_L = V'_o = R'_o i'_o + L_{mi} \frac{di_i}{dt} + L_{mi} \frac{di'_o}{dt}$$

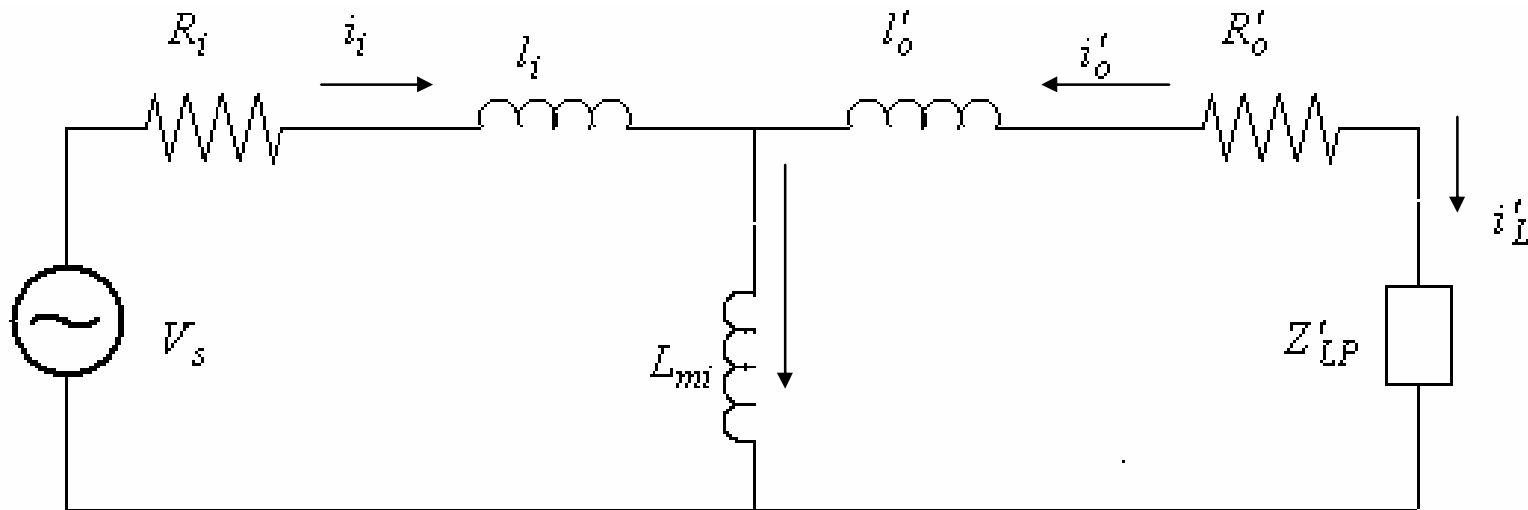
$$L_{mi} = \frac{N_i^2}{R_{core}} \quad L_{mo} = \frac{N_o^2}{R_{core}}$$

$$M = \frac{N_i N_o}{R_{core}} \quad \frac{N_i}{N_o} M = \frac{N_i^2}{R_{core}} = L_{mi}$$

$$L'_{mo} = \left( \frac{N_i}{N_o} \right)^2 L_{mo} = \frac{N_i^2}{N_o^2} \frac{N_o^2}{R_{core}} = \frac{N_i^2}{R_{core}} = L_{mi}$$

$$V_s = V_i = R_i i_i + l_i \frac{di_i}{dt} + L_{mi} \left( \frac{di_i}{dt} + \frac{di'_o}{dt} \right)$$

$$V'_L = V'_o = R'_o i'_o + l'_o \frac{di_i}{dt} + L_{mi} \left( \frac{di_i}{dt} + \frac{di'_o}{dt} \right)$$



مدار معادل ترانسفورماتور از دیدگاه سیم پیچی ورودی

$$V_s = V_i = R_i i_i + l_i \frac{di_i}{dt} + L_{mi} \frac{d}{dt} (i_i + i'_o)$$

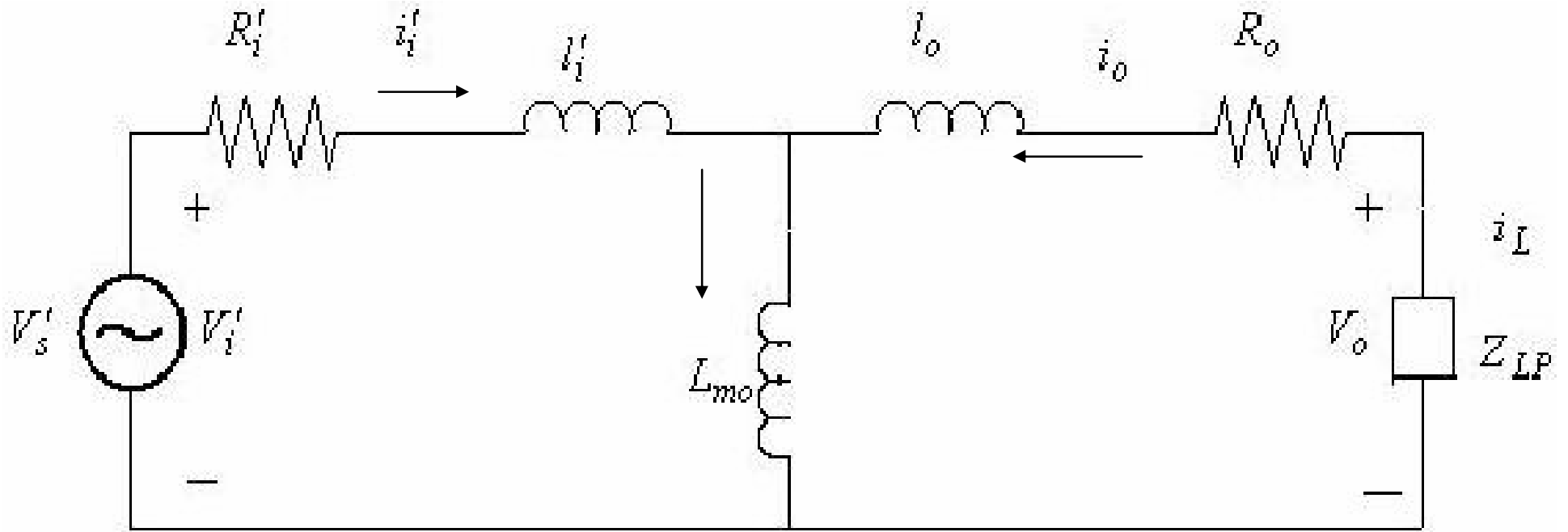
$$V'_L = V'_o = R'_o i'_o + l'_o \frac{di_i}{dt} + L_{mi} \frac{d}{dt} (i_i + i'_o)$$

$$V_i' = \frac{N_o}{N_i} V_i \quad V_s' = \frac{N_o}{N_i} V_s$$

$$i_i' = \frac{N_i}{N_o} i_i \quad R_i' = \left( \frac{N_o}{N_i} \right)^2 R_i$$

$$V_s' = V_i' = R_i' i_i' + L_i' \frac{di_i'}{dt} + M \left( \frac{N_o}{N_i} \right) \frac{di_o}{dt}$$

$$V_L = V_o = R_o i_o + M \left( \frac{N_o}{N_i} \right) \frac{di_i'}{dt} + L \frac{di_o}{dt}$$



مدار معادل ترانسفورماتور از دیدگاه سیم پیچی خروجی

$$V_L = V_o = R_o i_o + l_o \frac{di_o}{dt} + L_{mo} \frac{d}{dt} (i_i' + i_o)$$

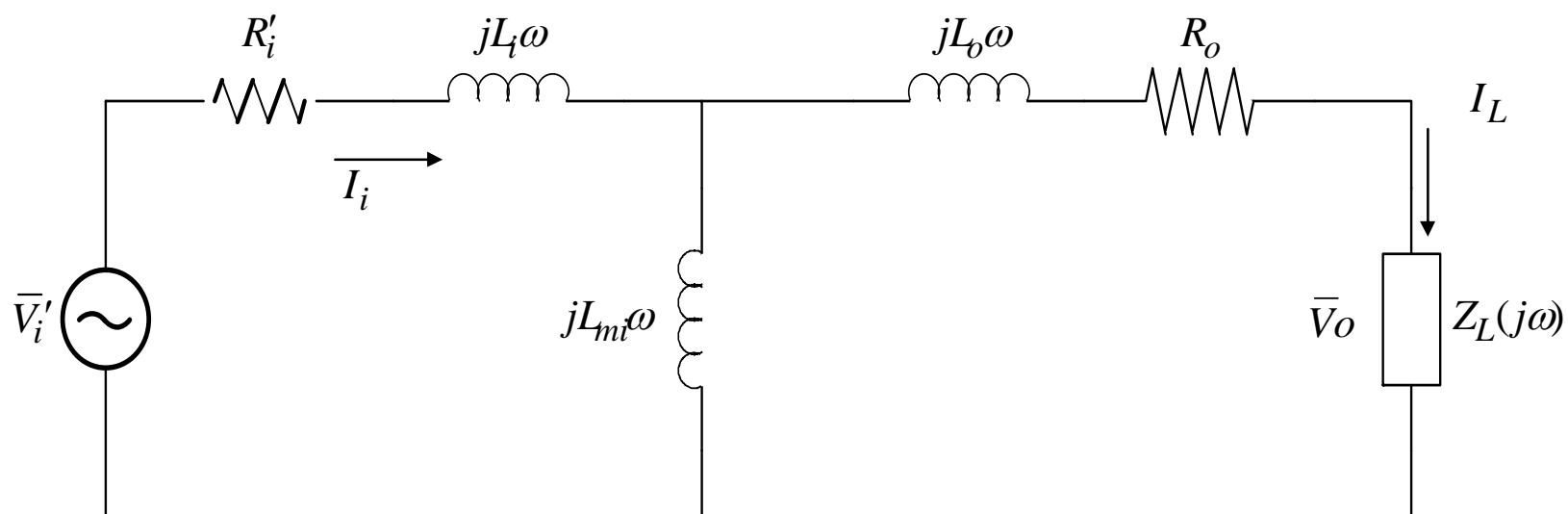
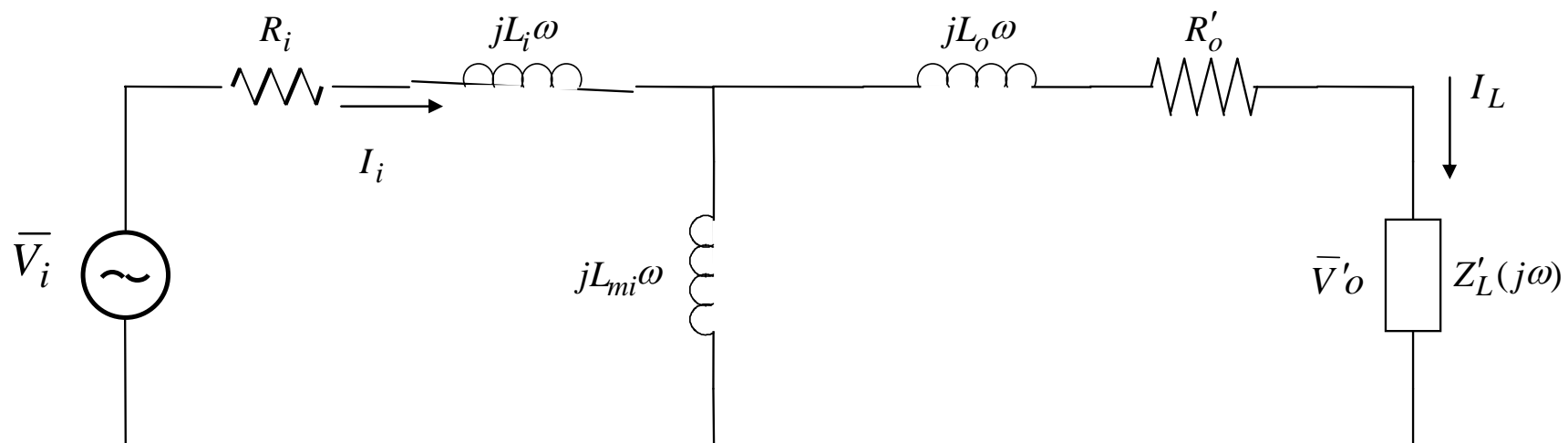
$$V_s' = V_i' = R_i' i_i' + l_i' \frac{di_i'}{dt} + L_{mo} \frac{d}{dt} (i_i' + i_o)$$

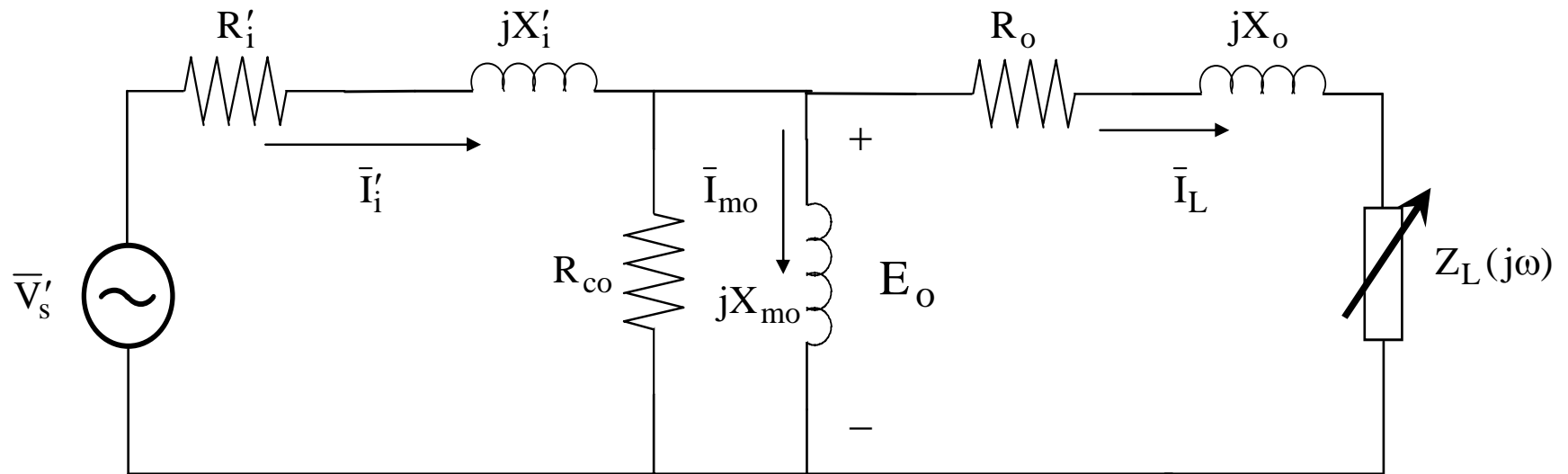
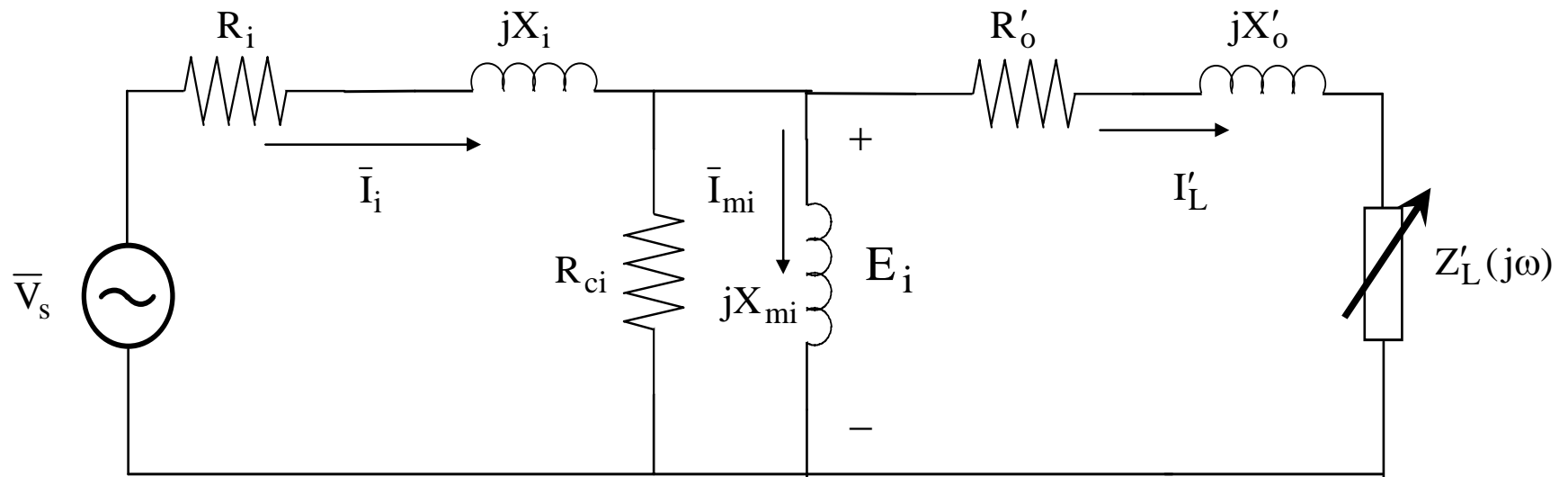
در ترانسفورماتور واقعی از آنجایی که ترانسفورماتور  
مانند یک فیلتر عمل میکند همه فرکانس هایی که در  
ورودی وجود دارد به خروجی منتقل نمی شود و در  
نتیجه در خروجی اعوجاج دارد.

اگر یک ورودی تک فرکانس داشته باشیم (سینوسی)  
شکل موج خروجی مانند شکل موج ورودی خواهد شد.



## مدار معادل ترانسفورماتور برای یک ورودی سینوسی





$$\bar{V}_i = \bar{V}'_L + (R_i + jX_i)\bar{I}_i + (R'_o + jX'_o)\bar{I}'_L$$

در ترانس واقعی

$$\bar{V}_i = \frac{N_i}{N_o} \bar{V}_L = \frac{N_i}{N_o} V_o$$

در ترانس ایده ال

$$\bar{V}_o = \bar{V}_L = \frac{N_o}{N_i} \bar{V}_i$$

$$V'_o = H(j\omega)\bar{V}_i \quad \text{در واقع}$$

$$|H(j\omega)| \neq 1$$

$$\angle H(j\omega) \neq 0$$

$$\bar{I}_i = I_{mi} + \bar{I}'_L$$

در ترانس واقعی

$$\bar{I}_i = I_{mi} + \frac{N_o}{N_i} \bar{I}_L$$

$$i_L = \frac{N_i}{N_o} i_i$$

در ترانس ایده ال

در ترانس واقعی جریان بی باری غیر صفر است  
در ترانس ایده ال جریان بی باری صفر است

در ترانس واقعی

$$I'_L = 0 \rightarrow \bar{I}_i = I_{mi} = \frac{\bar{V}_s}{R_i + j(X_i + X_{mi})}$$

در ترانس ایده ال

$$P_i = P_o$$

$$P_i = V_i I_i \cos \angle \bar{V}_i \bar{I}_i$$

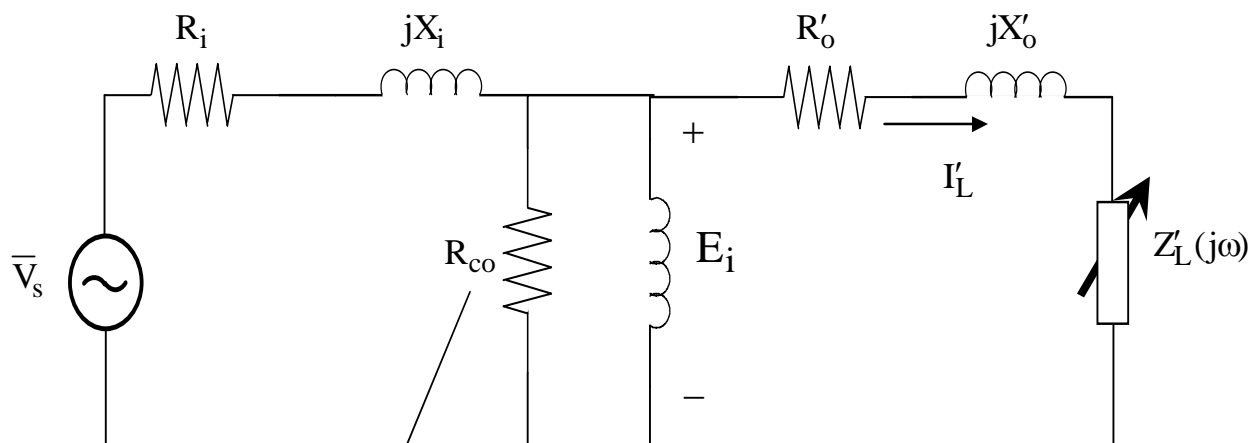
$$P_o = V'_L I'_L \cos \angle V'_L I'_L$$

$$P_i = P_o + R'_o I'^2_L + R_i I_i^2$$

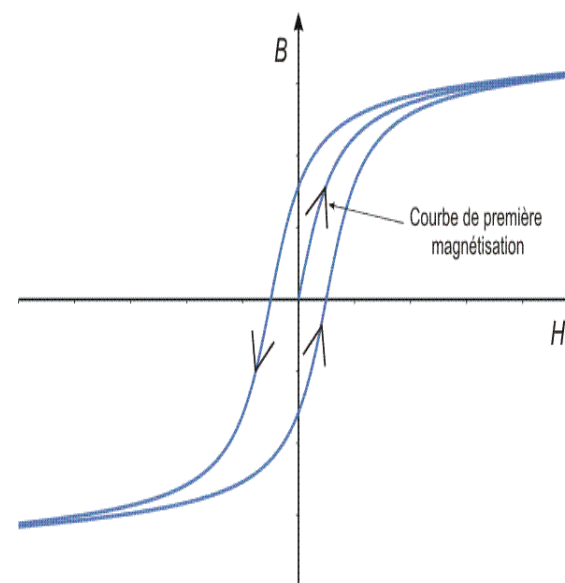
$$P_R = R'_o I'^2_L + R_i I_i^2$$

تلفات اهمی ترانسفورماتور

## مدل سازی تلفات هسته



مقاومت مدل کننده تلفات مغناطیسی



$$P_{mag} = P_H + P_E = R_{co} I_{co}^2 = R_{ci} I_{ci}^2$$

$$\Delta P = P_{mag} + P_R$$

تلفات ترانسفور ماتور واقعی

تلفات مغناطیسی غیر خطی است اما این تلفات در ترانس تک فاز زیاد جدی نیست.

$$\bar{V}_L' = \bar{V}_o' = Z_L'(j\omega)\bar{I}_L'$$

$$\bar{E}_i = \bar{V}_o' + (R_o' + jX_o')\bar{I}_L'$$

$$\bar{I}_{mi} = \frac{\bar{E}_i}{jX_{mi}}$$

جریان مغناطیس کننده

$$\bar{I}_{ci} = \frac{\bar{E}_i}{R_{ci}}$$

جریان مدل کننده تلفات هسته

$$\bar{I}_e = \bar{I}_{mi} + \bar{I}_{ci}$$

جریان تحریک (جریان بی باری)

$$I_i = \bar{I}_L' + \bar{I}_e$$

$$\bar{V}_s = \bar{V}_i = \bar{E}_i + (R_i + jX_i)I_i$$

# مدار معادل الکتریکی یکائی شده ترانسفور ماتور

خصوصیات:

عناصر مدار معادل الکتریکی از دیدگاه یک سیم پیچی محاسبه نمی گردد.  
در شبکه های بزرگ که تعداد زیادی ترانسفور ماتور در شبکه وجود دارد کاربرد دارد

توصیف این مدار معادل:

$$V_i = R_i i_i + \frac{d\lambda_i}{dt} \quad V_i = R_i i_i + l_i \frac{di_i}{dt} + L_{mi} \frac{di_i}{dt} + M \frac{di_o}{dt}$$
$$V_o = R_o i_o + \frac{d\lambda_o}{dt} \quad V_o = R_o i_o + l_o \frac{di_o}{dt} + L_{mo} \frac{di_o}{dt} + M \frac{di_i}{dt}$$

معادله های الکتریکی در حالت ماندگار با ورودی سینوسی

$$\bar{V}_i = R_i \bar{I}_i + (jl_i \omega) \bar{I}_i + (jL_{mi} \omega) \bar{I}_i + (jM \omega) \bar{I}_o$$

$$\bar{V}_o = R_o \bar{I}_o + (jl_o \omega) \bar{I}_o + (jL_{mo} \omega) \bar{I}_o + (jM \omega) \bar{I}_i$$

$$\bar{V}_i = R_i \bar{I}_i + jX_i \bar{I}_i + jX_{mi} \bar{I}_i + jX_m \bar{I}_o$$

$$\bar{V}_o = R_o \bar{I}_o + jX_o \bar{I}_o + jX_{mo} \bar{I}_o + jX_m \bar{I}_i$$

یکائی کردن (یکه ای کردن, پیرونیت کردن نرمالیزه کردن) یک کمیت :

$X_{ac}$  اندازه واقعی کمیت الکتریکی

$X_B$  کمیت پایه

$X_u$  کمیت یکائی شده

$$X_u \triangleq \frac{X_{ac}}{X_B}$$



$$\begin{aligned}
I_{Bi} &= I_{ni} & Z_{Bi} &= \frac{V_{Bi}}{I_{Bi}} = \frac{V_{ni}}{I_{ni}} \\
V_{Bi} &= V_{ni} \\
I_{Bo} &= I_{no} & Z_{Bo} &= \frac{V_{Bo}}{I_{Bo}} = \frac{V_{no}}{I_{no}} \\
V_{Bo} &= V_{no}
\end{aligned}$$

همگی کمیت ها را در معادله های الکتریکی ترانسفورماتور بر حسب پایه ها و اندازه های یکائی شده بازنویسی می کنیم

$$\begin{aligned}
X_{ac} &= X_u X_B \\
(\bar{V}_{iu} V_{ni}) &= (R_{iu} \frac{V_{ni}}{I_{ni}})(\bar{I}_{iu} \bar{I}_{ni}) + (\bar{I}_{iu} \bar{I}_{ni})(jX_{iu} \frac{V_{ni}}{I_{ni}}) + (\bar{I}_{iu} \bar{I}_{ni})(jX_{miu} \frac{V_{ni}}{I_{ni}}) + jX_m \bar{I}_{ou} \bar{I}_{no} \\
V_{iu} &= R_{iu} I_{iu} + jX_{iu} \bar{I}_{iu} + jX_{miu} \bar{I}_{iu} + j(\frac{X_{mo} I_{no}}{V_{ni}}) \bar{I}_{ou} \\
V_{ou} &= R_{ou} \bar{I}_{ou} + jX_{mou} \bar{I}_{ou} + j(\frac{X_{mi} I_{ni}}{V_{no}}) I_{iu}
\end{aligned}$$

$$X_{miu} = \frac{X_{mi}}{\frac{V_{ni}}{I_{ni}}} = \frac{\frac{N_i^2}{R_{core}} \omega}{\frac{V_{ni}}{I_{ni}}} = \frac{N_i^2 I_{ni} \omega}{R_{core} V_{ni}}$$

$$\frac{V_{ni}}{V_{no}} = \frac{N_i}{N_o} \quad \frac{I_{ni}}{I_{no}} = \frac{N_o}{N_i}$$

$$X_{mou} = \frac{X_{mo}}{\frac{V_{no}}{I_{no}}} = \frac{\frac{N_o^2}{R_{core}} \omega}{\frac{V_{no}}{I_{no}}} = \frac{N_o^2 I_{no} \omega}{R_{core} V_{no}} = \frac{N_o^2}{R_{core}} \left( \frac{N_i}{N_o} I_{ni} \right) \omega \frac{1}{V_{ni} \frac{N_o}{N_i}} = \frac{N_i^2 I_{ni} \omega}{R_{core} V_{ni}}$$

$$\frac{X_m I_{no}}{V_{ni}} = \frac{\frac{N_i N_o}{R_{core}} \omega I_{no}}{V_{ni}} = \frac{N_i N_o \omega I_{no}}{R_{core} V_{ni}} = \frac{N_i^2 I_{ni} \omega}{R_{core} V_{ni}}$$

$$\frac{X_m \bar{I}_{ni}}{V_{no}} = \frac{\frac{N_i N_o}{R_{core}} \omega I_{ni}}{V_{ni}} = \frac{N_i N_o \omega I_{ni}}{R_{core} V_{no}} = \frac{N_i^2 I_{ni} \omega}{R_{core} V_{ni}}$$

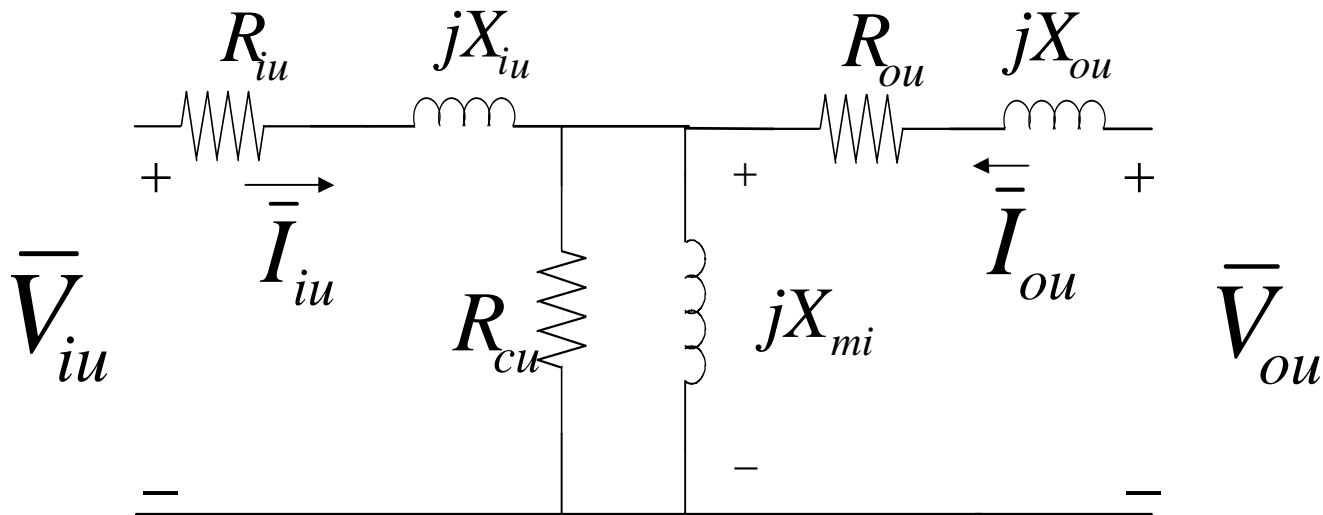
بنابراین

$$X_{miu} = X_{mou} = \frac{X_m I_{ni}}{V_{no}} = \frac{X_m I_{no}}{V_{ni}} \triangleq X_{mu}$$

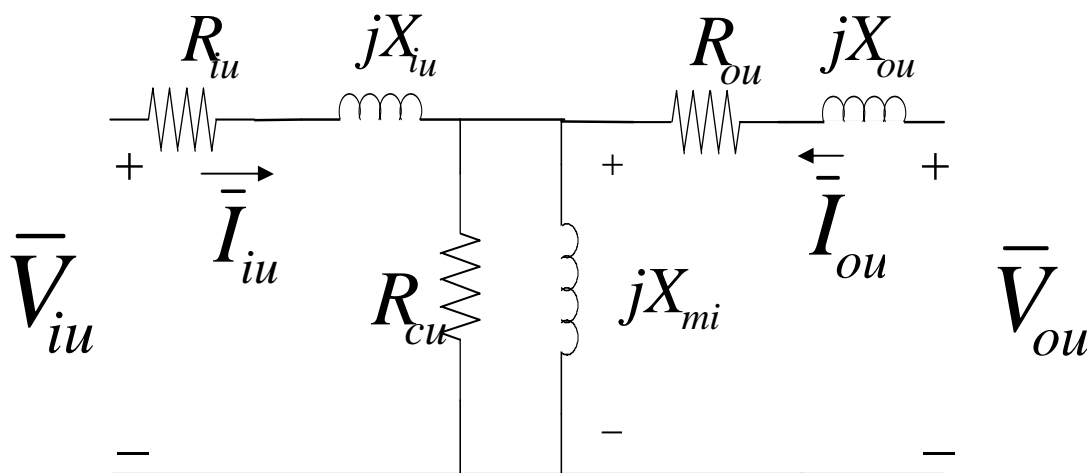
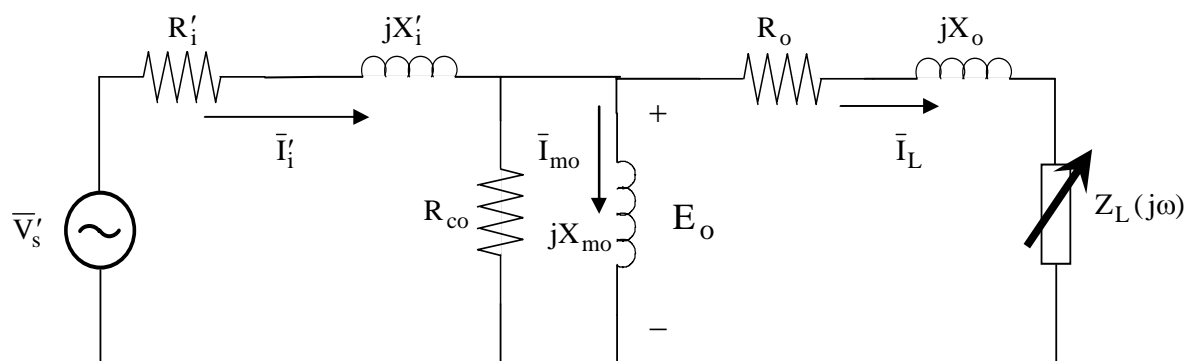
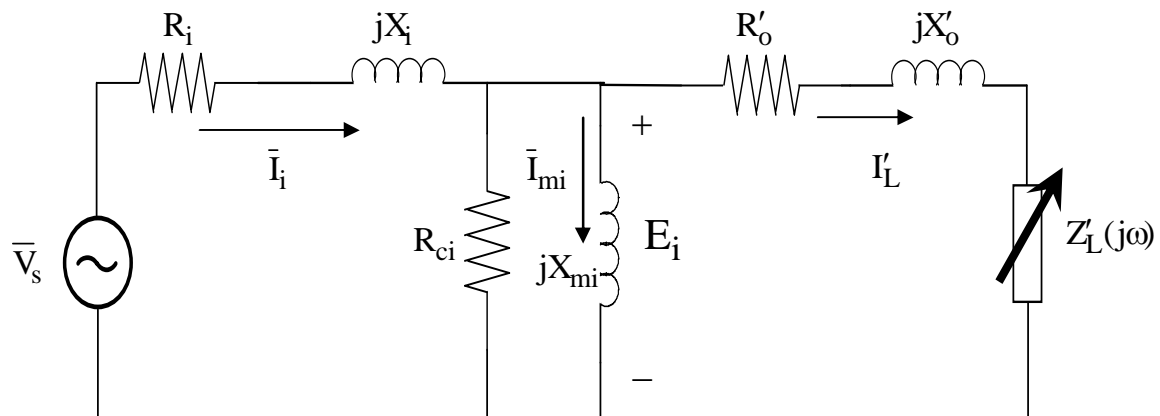
معادلات یکانی به صورت زیر درمی آید.

$$\bar{V}_{iu} = R_{iu} \bar{I}_{iu} + jX_{iu} \bar{I}_{iu} + jX_{mu} (\bar{I}_{iu} + \bar{I}_{ou})$$

$$\bar{V}_{ou} = R_{ou} \bar{I}_{ou} + jX_{ou} \bar{I}_{ou} + jX_{mu} (\bar{I}_{iu} + \bar{I}_{ou})$$

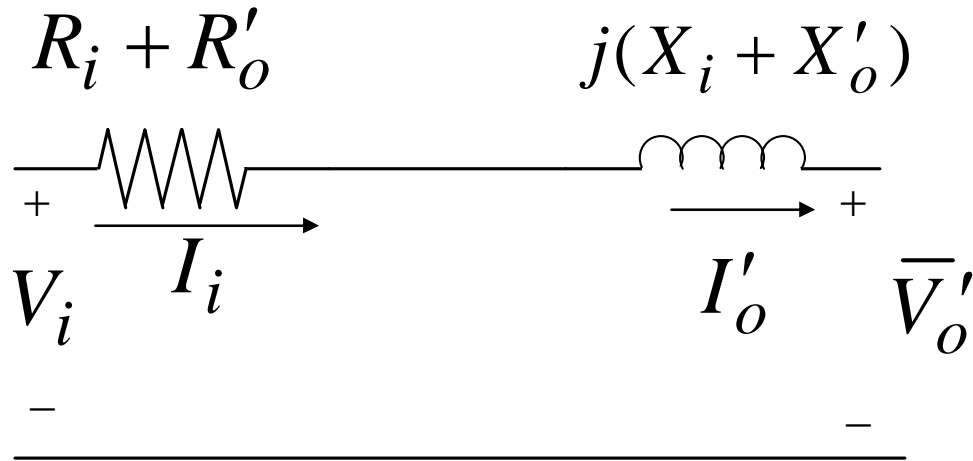


مروری بر مدارهای  
معادل ترانسفورماتور



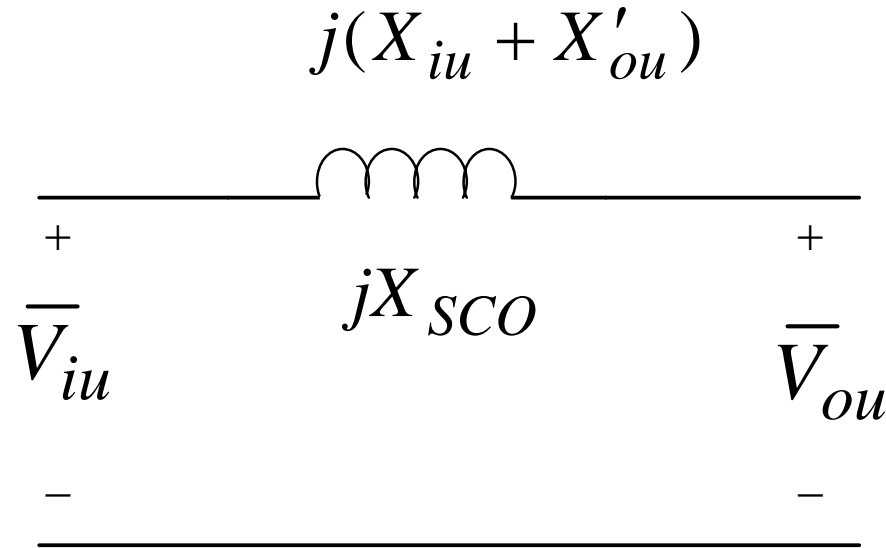
مدار معادل تقریبی ترانسفورماتور :

یک نوع تقریب:



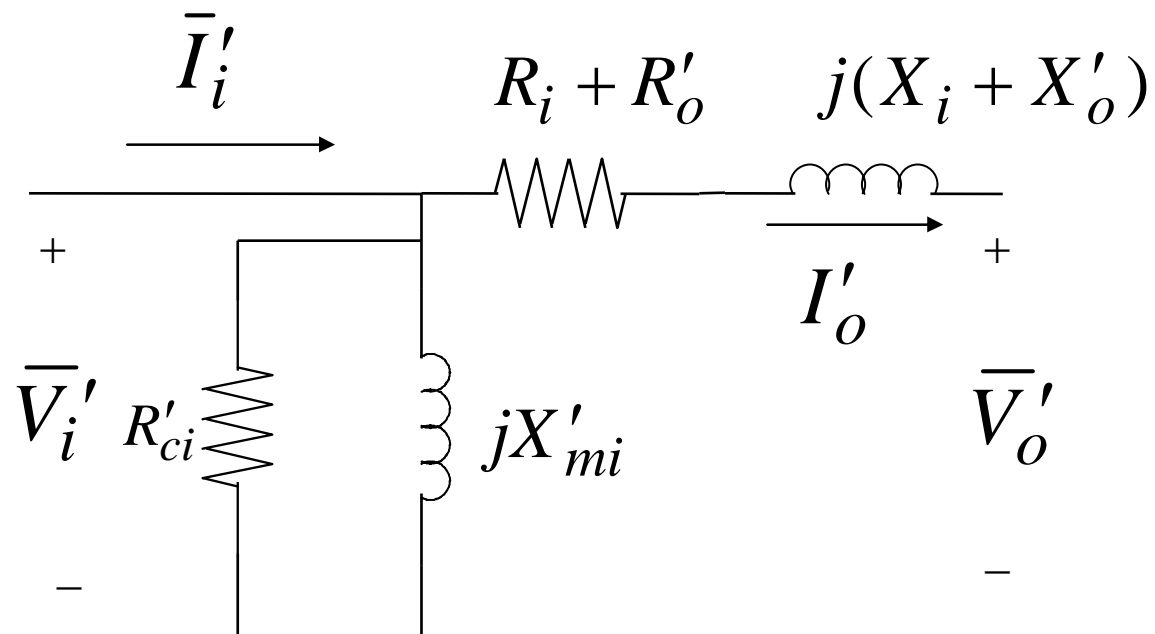
از جریان تحریک به سبب کمی بیش از حد آن چشم پوشی شده است.

یک نوع تقریب دیگر:



در این مدار معادل از جریان تحریک و تلفات اهمی سیم پیچی صرف نظر شده است.

راکتانس اتصال کوتاه یکائی شده



تقریبی دیگر:

جریان تحریک ثابت (بی تغییر) در نظر گرفته شده است.

## ترسیم دیاگرام برداری جریان ها و ولتاژهای ترانسفورماتور

$$\bar{E}_u = \bar{V}_{ou} + (R_{ou} + jX_{ou}) \bar{I}_{ou}$$

مدار الکتریکی یکائی شده مبنای  
ترسیم دیاگرام برداری است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{I}_{mu} = \frac{\bar{E}_u}{jX_{mu}} \\ \bar{I}_{cu} = \frac{\bar{E}_u}{R_{cu}} \end{array} \right. \Leftrightarrow \bar{I}_{eu} = \bar{I}_{mu} + \bar{I}_{cu}$$

$$\bar{I}_{iu} = \bar{I}_{ou} + \bar{I}_{eu}$$

$$\bar{V}_{iu} = \bar{E}_u + (R_{iu} + jX_{iu}) \bar{I}_{iu}$$

$$\bar{V}_{ou} = V_{ou} \angle 0 \quad \text{معمولاً ولتاژ خروجی بردار مرجع است.}$$

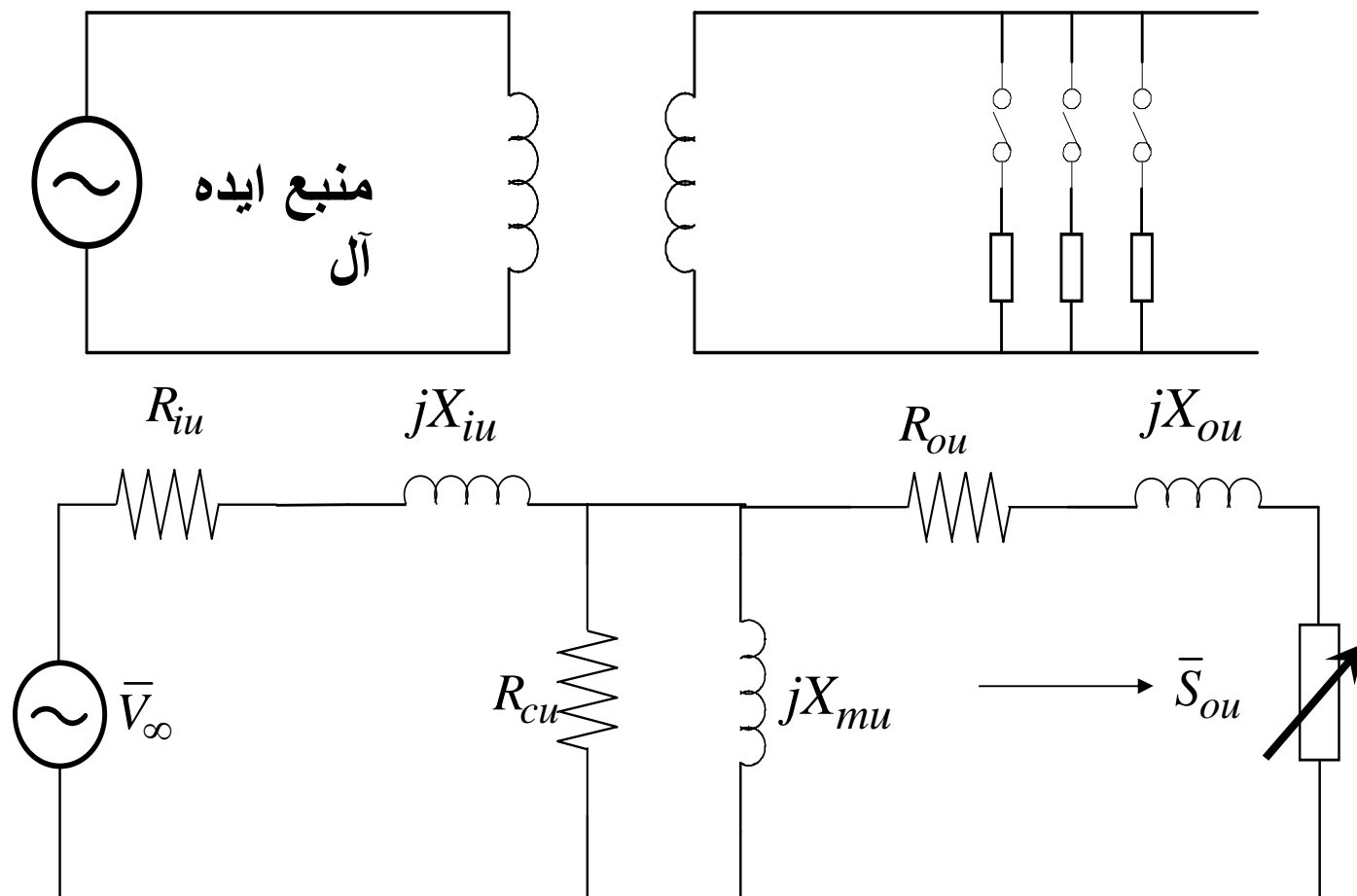
$$\bar{I}_{ou} = I_{ou} \angle \varphi \quad \text{با توجه به ویژگی بار به جریان خروجی می توان دست یافت.}$$

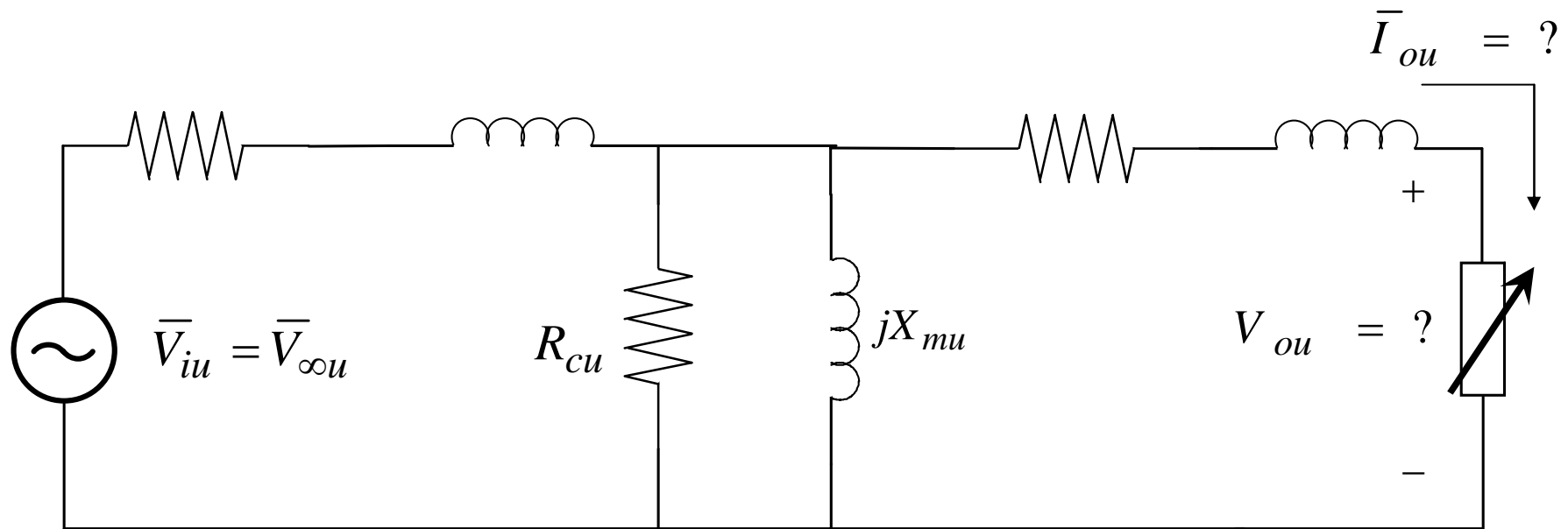
$$R_{io}, X_{io}, R_{ou}, X_{ou}, X_{mu}, R_{cu}$$



$$\begin{aligned}\bar{S}_{ou} &= \bar{V}_{ou} I_{ou}^* & P_{ou} &= V_{ou} I_{ou} \cos \theta_o & Q_{ou} &= V_{ou} I_{ou} \sin \theta_o \\ \bar{S}_{iu} &= \bar{V}_{iu} I_{iu}^* & P_{iu} &= V_{iu} I_{iu} \cos \theta_i & Q_{iu} &= V_{iu} I_{iu} \sin \theta_i\end{aligned}$$

زیر بار رفتن ترانسفورماتور  
تحلیل کار ترانسفورماتور به هنگام با باری:





$$\bar{V}_{ou} I_{ou}^* = \bar{S}_{ou}$$

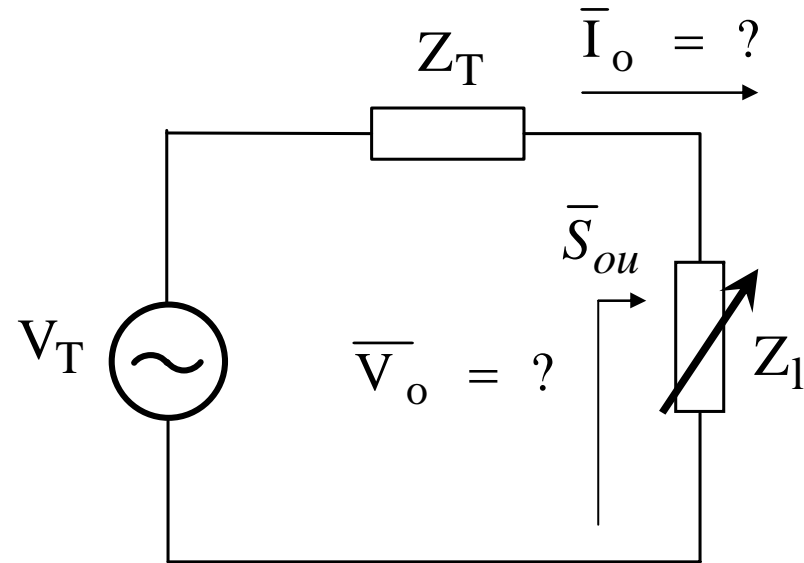
روش تقریبی:

$$Z_e^{\Delta} = R_{cu} \parallel jX_{mu} = \frac{R_{cu} (jX_{mu})}{R_{cu} + jX_{mu}}$$

$$Z_{li} = R_{iu} + jX_{iu} \quad Z_{lo} = R_{ou} + jX_{ou}$$

$$\bar{V}_T = \bar{V}_i \frac{Z_e}{Z_c + Z_{ei}} \quad \bar{Z}_T = \frac{Z_e \cdot Z_{li}}{Z_e + Z_{li}} + Z_{lo}$$

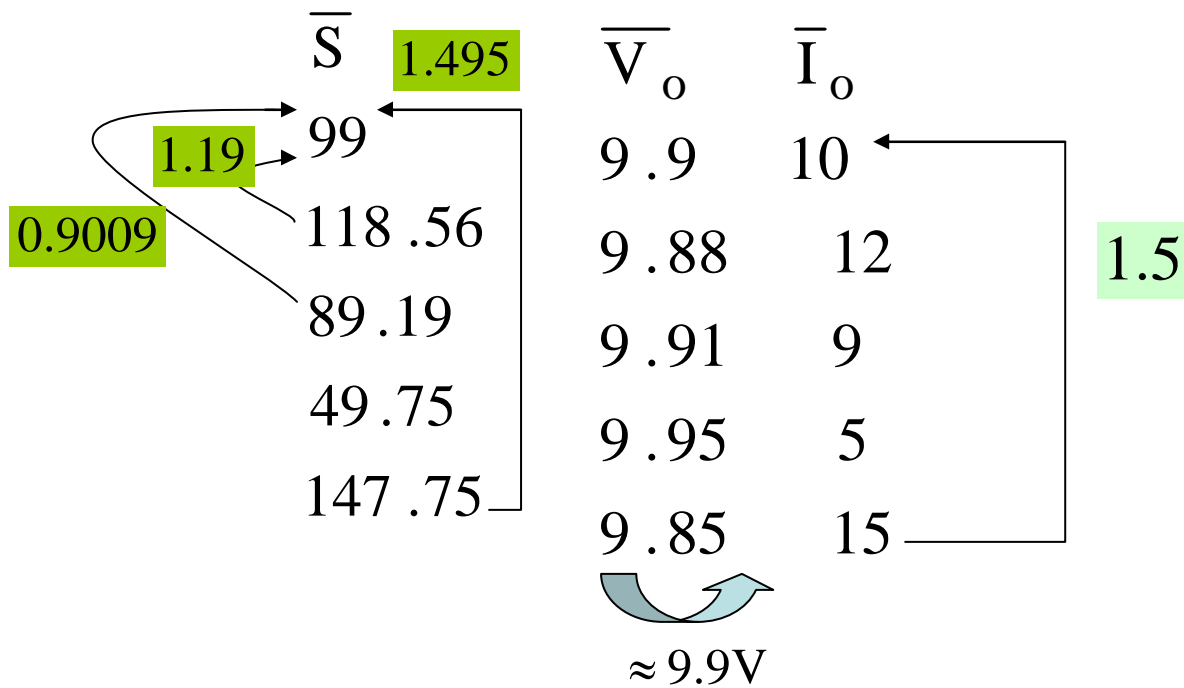
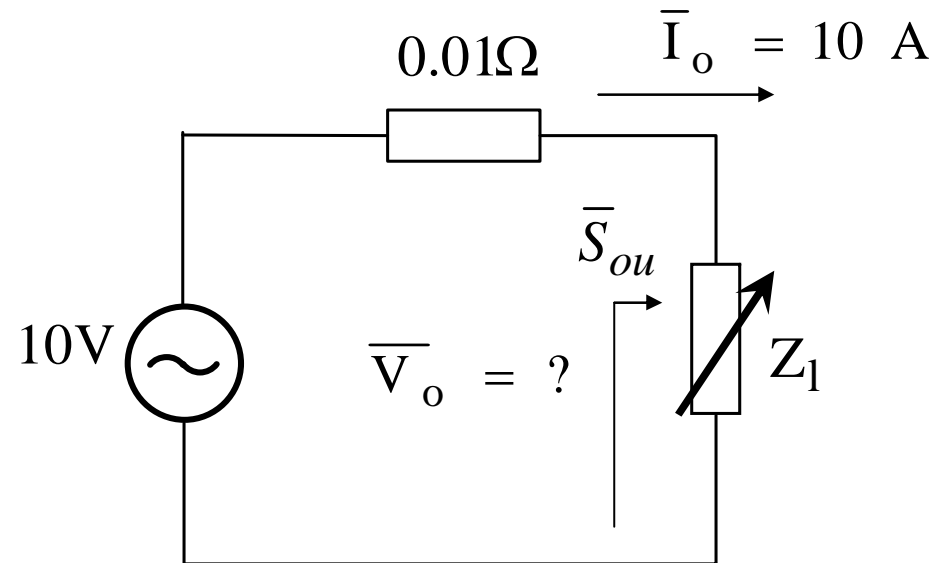
$$Z_T = Z_{li} + Z_{lo}^{\Delta} = Z_{scu}$$

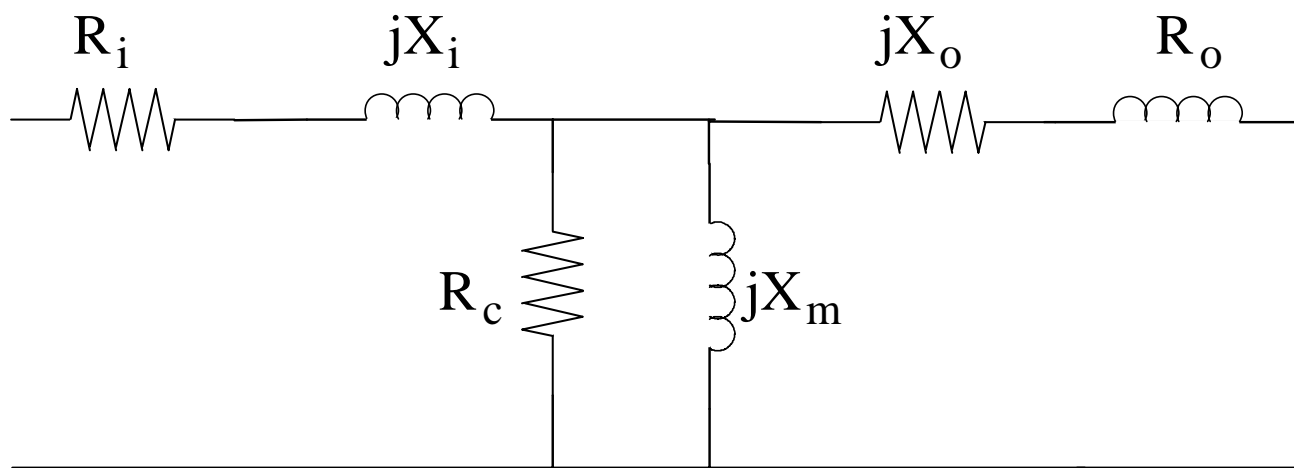


$$V_T = \text{Constant} \quad Z_T \rightarrow 0$$

طرح یک مسأله

$\overline{S}$	$\overline{V}_o$	$\overline{I}_o$
$\overline{S}_{o1}$	...	...
$0.5\overline{S}_{o1}$	...	...
$1.1\overline{S}_{o1}$	...	...
$0.8\overline{S}_{o1}$	...	...





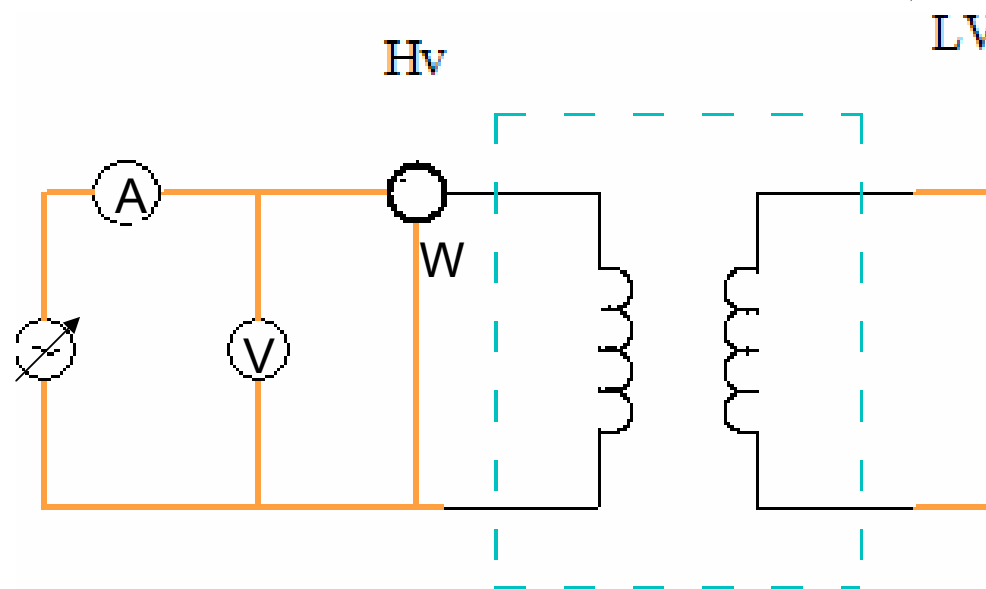
پارامتر ها یكائی شده اند

آزمایش هایی برای دسترسی به پارامترهای مدار معادل الکتریکی ترانسفورماتور

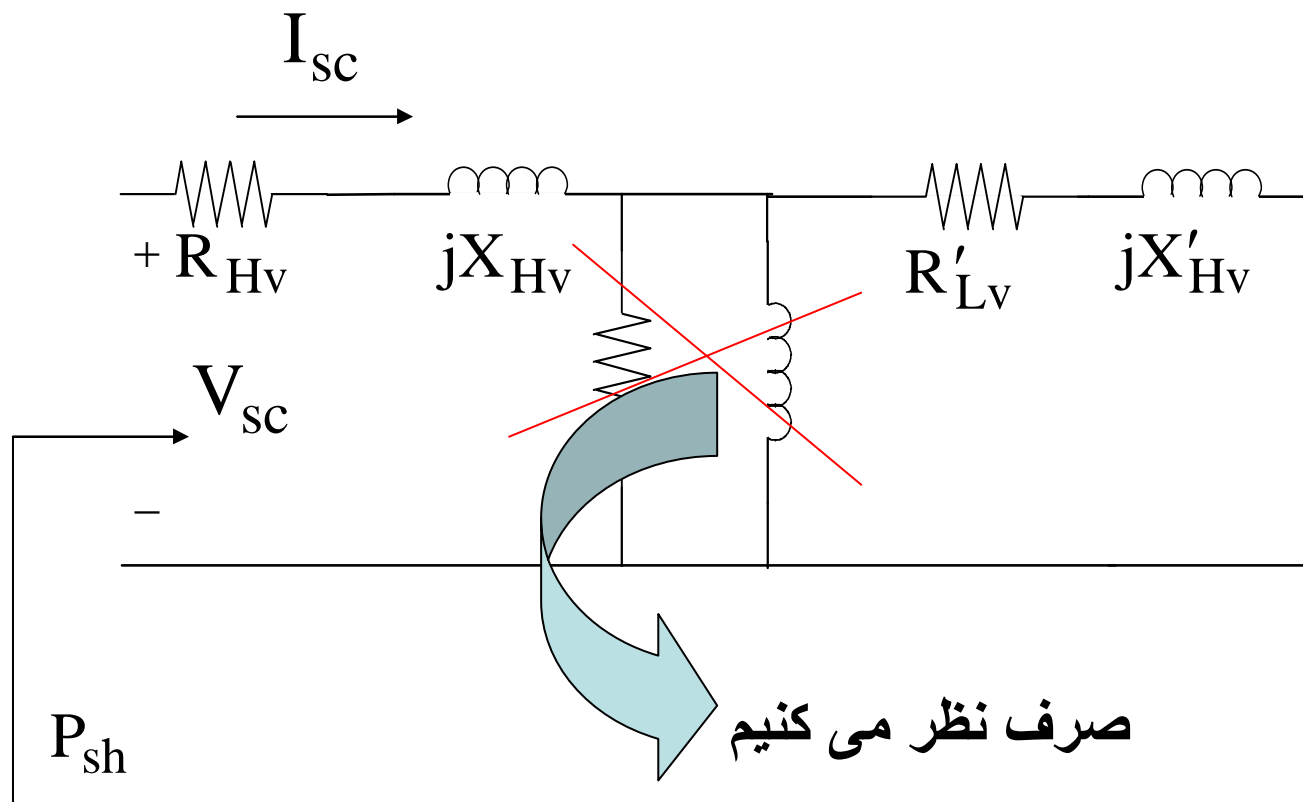
آزمایش اتصال کوتاه:

در آزمایش اتصال کوتاه یک زوج سر را اتصال کوتاه می کنیم (ترجیحا"  
فشار ضعیف را اتصال کوتاه می کنیم)

سپس یک منبع کنترل پذیر را به آن وصل می کنیم. آرام آرام ولتاژ را  
افزایش می دهیم تا جریان  $H_v$  به جریان نامی برسد.



$$I_{sc} = I_{nom} \quad V_{sc} \leftrightarrow P_{sc}$$



از طراحی ترانسفورماتور انتظار می رود:

$$R_{Hv} \approx R'_{Lv}$$

$$X_{Hv} \approx X'_{Lv}$$

$$Z_{scH_v} = (R_{H_v} + R'_{L_v}) + j(X_{H_v} + X'_{L_v}) = R_{scH_v} + jX_{scH_v}$$

$$P_{sc} = R_{scH_v} I_{sc}^2 \quad R_{scH_v} = \frac{P_{sc}}{I_{sc}^2}$$

$$|Z_{sc}|_{H_v} = \frac{V_{sc}}{I_{sc}} \quad |Z_{sc}|_{H_v} = \sqrt{R_{scH_v}^2 + X_{scH_v}^2}$$

$$X_{scH_v} = \sqrt{|Z_{sc}|_{H_v}^2 - R_{scH_v}^2} = \sqrt{\left(\frac{V_{sc}}{I_{sc}}\right)^2 - \left(\frac{P_{sc}}{I_{sc}^2}\right)}$$

$$X_{H_v} \approx X'_{L_v} = \frac{R_{scH_v}}{2} \quad R_{H_v} = R'_{L_v} = \frac{R_{scH_v}}{2}$$

$$P_{sc} = R_{scH_v} I_{sc}^2 \quad P_{sc} = (R_{H_v} + R'_{L_v}) I_{nH_v}^2$$

$$P_{sc} = R_{H_v} I_{nH_v}^2 + (R_{L_v} \left(\frac{N_{H_v}}{N_{L_v}}\right)^2) I_{nH_v}^2$$

$$= R_{H_v} I_{nH_v}^2 + R_{L_v} \left(\frac{N_{H_v} I_{nH_v}}{N_{L_v}}\right)^2$$

$$P_{scn} = R_{H_v} I_{nH_v}^2 + R_{L_v} I_{nL_v}^2$$



تلفات اهمی ترانسفورماتور:

$$S_o = \alpha S_n$$

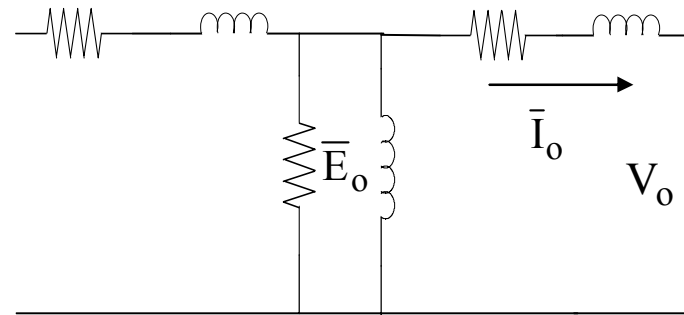
$$V_o = V_{no} \quad I_o = \frac{S_o}{V_o} = \frac{\alpha S_n}{V_{no}} = \alpha I_{no}$$

$$\bar{E}_o = \bar{V}_o + (R_o + jX_o)\bar{I}_o$$

$$\bar{I}_e = \frac{\bar{E}_o}{jX_{mo}} + \frac{\bar{E}_o}{R_{co}}$$

$$\bar{I}'_i = \bar{I}_o + \bar{I}_e$$

$$P_R = R_o \bar{I}_o^2 + R'_i \bar{I}'_i^2$$



تلفات اهمی ترانسفورماتور در نقطه کار یاد شده

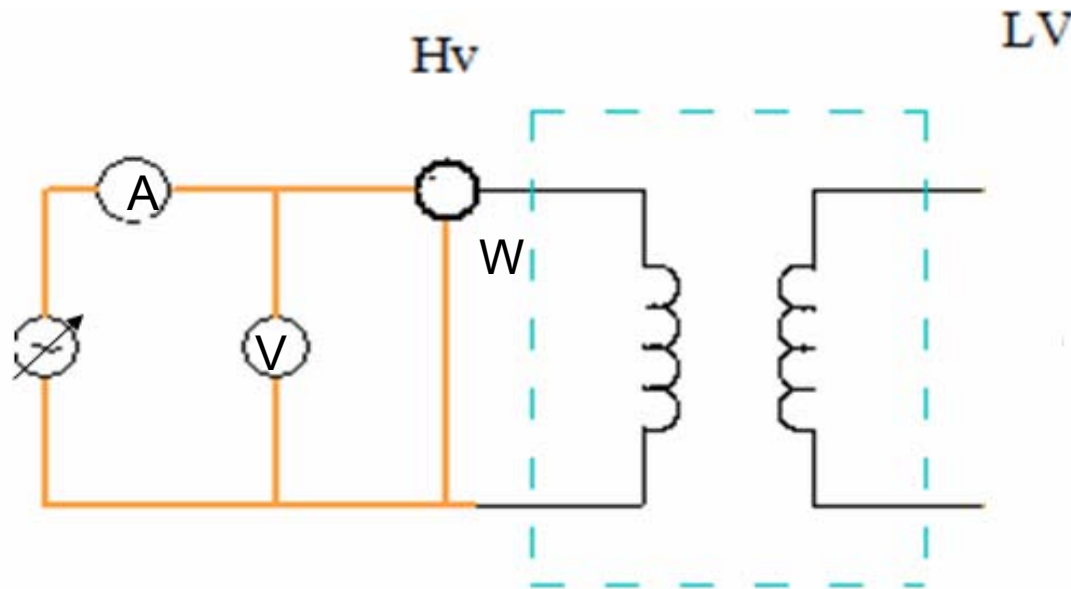
$$\bar{I}_{e1} \approx 0 \quad \bar{I}'_i \approx \bar{I}_o$$

$$\begin{aligned} P_R &= R_o (\alpha I_{no})^2 + R'_i (\alpha I_{no})^2 = \alpha^2 (R_o I_{no}^2 + R'_i I_{no}^2) \\ &= \alpha^2 (R_o I_{no}^2 + R_i \left(\frac{N_o}{N_i}\right)^2 I_{no}^2) \end{aligned}$$

$$P_R \approx \alpha^2 P_{scnom}$$

آزمایشی که **Isc** برابر جریان نامی شود آزمایش اتصال کوتاه می گویند.

آزمایش بی باری:

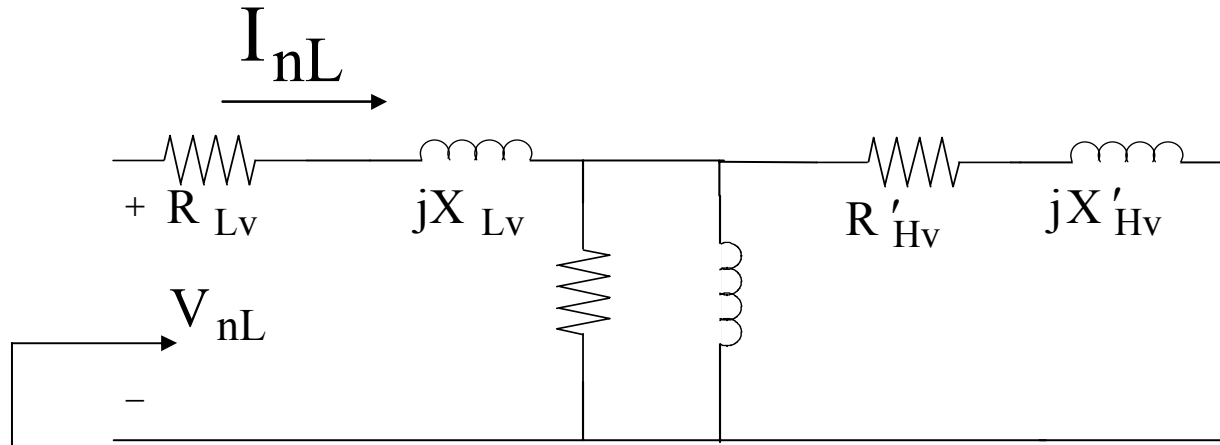


فرقی نمی کند که کدام دو سر را به منبع ولتاژ وصل کنیم و کدام باز باشد اما بهتر است سیم پیچ **LV** را به منبع وصل کنیم. در این صورت بهتر است که ولتاژ منبع ولتاژ نامی ترانسفورماتور باشد.

$$V_{nL} = V_{oc} = V_{nom}$$

$$P_{nL} = P_{oc} = P_{nom}$$

$$I_{nL} \quad V_{nL} \quad P_{nL}$$



راه یکم

$P_{nL}$

$$\cos \theta_{nL} = \frac{P_{nL}}{V_{nL} I_{nL}}$$

$$\theta_{nL} = -\cos^{-1} \frac{P_{nL}}{V_{nL} I_{nL}}$$

$$\bar{I}_{nL} = I_{nL} \angle \theta_{nL}$$

$$\bar{E} = \bar{V}_{nL} - (R_{Lv} + jX_{Lv}) \bar{I}_{nL}$$

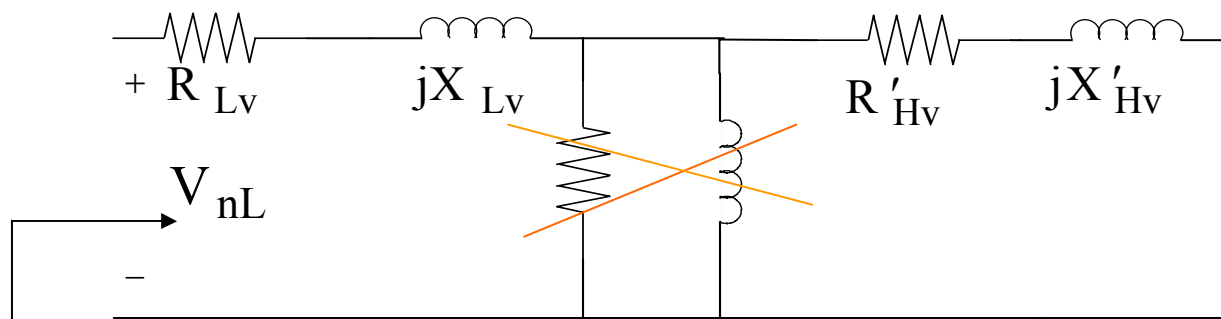
$$P_{nL} = R_{Lv} I_{nL}^2 + R_{cLv} I_c^2 \quad R_{cLv} I_c^2 = P_{nL} - R_{Lv} I_{nL}^2$$

$$R_{cLv} I_c^2 = \frac{\bar{E}^2}{R_{cLv}} \quad R_{cLv} = \frac{\bar{E}^2}{P_{nL} - R_{Lv} I_{nL}^2} \quad I_c = \frac{P_{nL} - R_{Lv} I_{nL}^2}{\bar{E}}$$

$$I_{nL}^2 = I_c^2 + I_m^2 \quad I_m = \sqrt{I_{nL}^2 - I_c^2} \quad X_{mLv} = \frac{\bar{E}}{I_m}$$

با آزمایش توانستیم مقاومت مدل کننده  
تلفات هسته و راکتانس مغناطیس کنندگی  
را به دست آوریم

راه دوم



$$P_{nL} \quad R_{Lv} + jX_{Lv} \approx 0$$

$$R_{cLv} = \frac{V_{nL}^2}{P_{nL}}$$

$$I_c = \frac{P_{nL}}{V_{nL}}$$

$$I_m = \sqrt{I_{nL}^2 - I_c^2} \quad X_{mLv} = \frac{V_{nL}}{I_m}$$

$$S_o = \alpha S_n$$

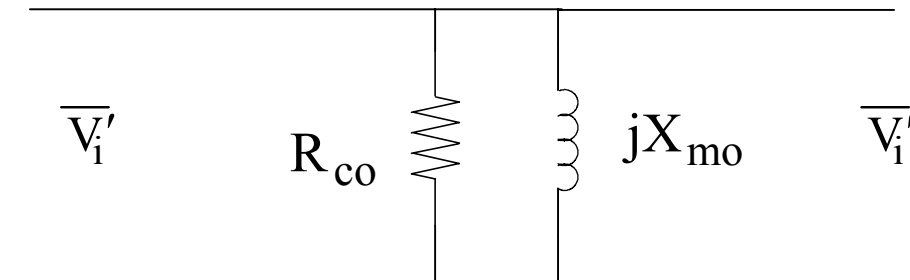
$$V_o = V_{no} \quad I_o = \frac{S_o}{V_o}$$

$$\bar{E}_o = \bar{V}_o + (R_o + jX_o)\bar{I}_o \quad P_{mag} = \frac{\bar{E}_o^2}{R_{co}}$$

تلفات مغناطیسی ترانسفورماتور  
در حالت با باری

فرض:

از افت پتانسیل بر روی امپدانس پراکندگی سیم پیچی های خروجی و ورودی صرف نظر شود.



$$P_{mag} = \frac{V_o^2}{R_{co}} = \frac{V_i^2}{R_{co}} = \frac{V_{no}^2}{R_{co}}$$

$$P_{nL} = \frac{V_{nL}^2}{R_{cL}} = \frac{V_{nLv}^2}{R_{cLv}}$$

$$P_{mag} = P_{nLnom}$$

اگر در فشار قوی تغذیه کرده باشیم

$$P_{mag} = \frac{V_{nHv}^2}{R_{cHv}} = \frac{(V_{nLv} \frac{N_{Hv}}{N_{Lv}})^2}{R_{cHv}} = \frac{V_{nLv}^2}{R_{cHv} (\frac{N_{Lv}}{N_{Hv}})^2} = \frac{V_{nLv}^2}{R_{cLv}} = P_{nLnom}$$

$$\bar{E} = \bar{V}_o + (R_o + jX_o)\bar{I}_o$$

$$\bar{I}_c = \frac{\bar{E}}{R_c} + \frac{\bar{E}}{jX_m}$$

$$\bar{V}'_i = \bar{E} + (R'_i + jX'_i)\bar{I}'_i$$

$$\bar{I}'_i = \bar{I}_o + \bar{I}_c$$

راه اول

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} \quad \text{راندمان عادی}$$

$$P_o = V_o I_o \cos \theta_o = S_o \cos \theta_o$$

$$\theta_i = \angle V'_i I'_i$$

$$P_o = V'_i I'_i \cos \theta_i$$

$$\eta = \frac{V_o I_o \cos \theta_o}{V'_i I'_i \cos \theta_i}$$

راه دوم

$$P_o = S_o \cos \theta_o = \alpha S_n \cos \theta_o$$

$$P_R = R_o I_o^2 + R_i' I_i'^2 = \alpha^2 P_{scn} \leftarrow \bar{I}_c = 0$$

$$P_{mag} = P_{nLn} \leftarrow Z_{Lo} \approx 0, Z_{Li} \approx 0$$

$$Z_{Li} = R_i + jX_i \quad Z_{Lo} = R_o + jX_o$$

$$\eta = \frac{\alpha_n V_{no} I_{no} \cos \theta_o}{\alpha_n V_{no} I_{no} \cos \theta_o + \alpha^2 P_{scn} + P_{nLn}}$$

ترانسفورماتور می تواند بارهای متفاوتی را تامین کند جز آنکه:

ضریب توان آن بارهای گوناگون برابرند و ولتاژ خروجی ترانسفورماتور نیز تغییر چندانی نمی کند.



$$\alpha^2 P_{scn} = P_{nLn} \Rightarrow \eta = \eta_{max}$$

در شرایطی که تلفات اهمی و مغناطیسی برابر باشد راندمان ماکزیمم است.

$$P_R = P_{mag} \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{P_{nLn}}{P_{scn}}} \quad S_o = S_n \sqrt{\frac{P_{nLn}}{P_{scn}}}$$

راندمان شبانه روزی

$$\eta_{allday} = \frac{W_o(T = 24h) \text{ KWh}}{W_i(T = 24h) \text{ KWh}} = \frac{\text{انرژی خروجی در یک شبانه روز}}{\text{انرژی ورودی در یک شبانه روز}}$$

So(KVA)	T(h)	Pf
S1	T1	Pf1
S2	T2	Pf2
....	....	----
....	....	----
Sj	Tj	Pfj
....	....	....
....	....	....
SN	TN	PfN


$$\sum_{j=1}^N T_j = 24$$

$$W_o = \sum_{j=1}^N S_j Pf_j T_j$$

$$\Delta W_{mag} = 24 P_n L_n$$

چرا تلفات مغناطیسی ثابت است؟

$$E = V_s = \pi \sqrt{2} N \times f \times B_{max}$$



$$P_{\text{mag}} = V_{\text{ol}} (K_H \times f \times B_{\text{max}}^{1.6} + K_C \times f^2 \times B_{\text{max}}^2)$$

ج

$$\Delta W_{Rj} = \left(\frac{S_i}{S_n}\right)^2 P_{\text{scn}} T_j \quad \Delta W_R = \sum_{j=1}^m T_j \left(\frac{S_i}{S_n}\right)^2 P_{\text{scn}}$$

$$\sum_{j=1}^N S_j P f_j T_j$$

$$\eta_{\text{allday}} = \frac{\sum_{j=1}^N S_j P f_j T_j + 24 P_{\text{nLn}} + P_{\text{scn}} \sum_{j=1}^m T_j \left(\frac{S_i}{S_n}\right)^2}{\quad}$$

## درصد تنظیم ولتاژ (رگولاسیون ولتاژ)

تفاضل اندازه های موثر ولتاژ خروجی در بی باری و با باری

$$\text{رگولاسیون ولتاژ} = \frac{\text{اندازه های موثر ولتاژ خروجی در بی باری} - \text{اندازه های موثر ولتاژ خروجی در با باری}}{\text{اندازه های موثر ولتاژ خروجی در بی باری}}$$

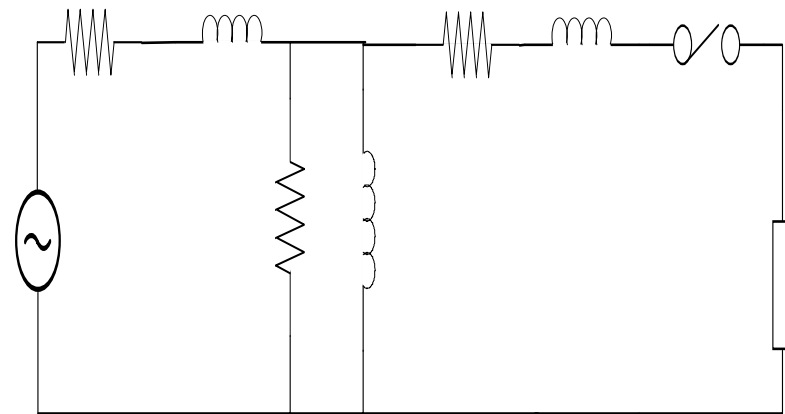
راه اول

$$R_{\text{reg}} = \frac{V_{\text{oNL}} - V_{\text{oL}}}{V_{\text{oL}}} \quad R_{\text{reg}} \approx \frac{V'_s - V_o}{V_o}$$

$$V_{\text{oNL}} = \left| \frac{Z_{\text{cor}}}{Z_{\text{cor}} + Z'_{\text{Li}}} V'_s \right| \approx V'_s$$

$$Z_{\text{cor}} = \frac{jX_{\text{mo}} R_{\text{co}}}{R_{\text{co}} + jX_{\text{mo}}}$$

$$Z'_{\text{Li}} = R'_i + jX'_i$$



$$V_{onL} = V'_s$$

$$\overline{V}_o = \overline{V}'_s - (R_{sco} + jX_{sco})\overline{I}_o$$

$$Reg = \frac{V'_s - V_o}{V_o}$$

$$V'_s = \overline{OM} \quad V_o = \overline{OF}$$

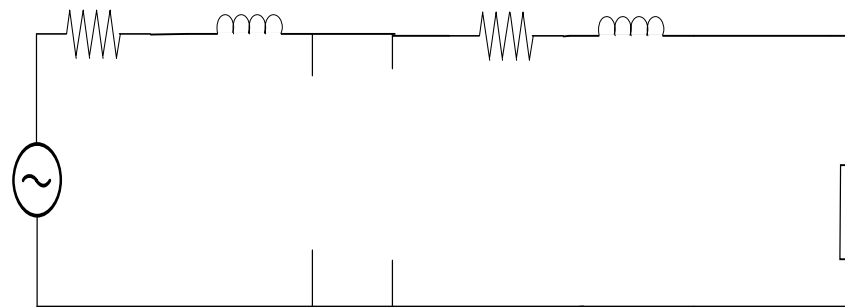
$$V'_s - V_o = \overline{OM} - \overline{OF} = \overline{FM}$$

$$\overline{FM} = \overline{FQ} + \overline{QM}$$

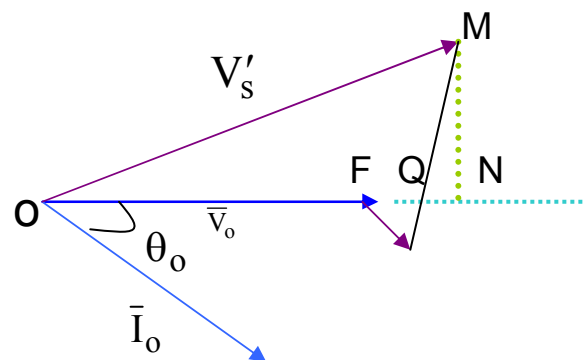
$$R_{sco} \cos \theta_o \quad X_{sco} \sin \theta_o$$

$$Reg = \frac{(R_{sco} \cos \theta_o + X_{sco} \sin \theta_o) I_o}{V_o}$$

$$Reg = \frac{(R_{sco} \cos \theta_o - X_{sco} \sin \theta_o) I_o}{V_o}$$



راه دوم: صرف نظر از شاخه های موازی

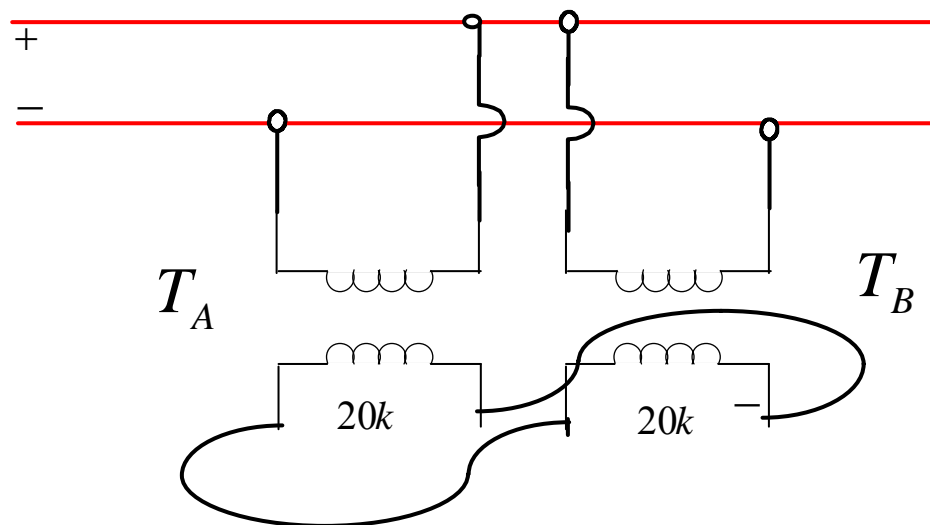


برای بار پس فاز

به طریق مشابه برای بار پیش فاز

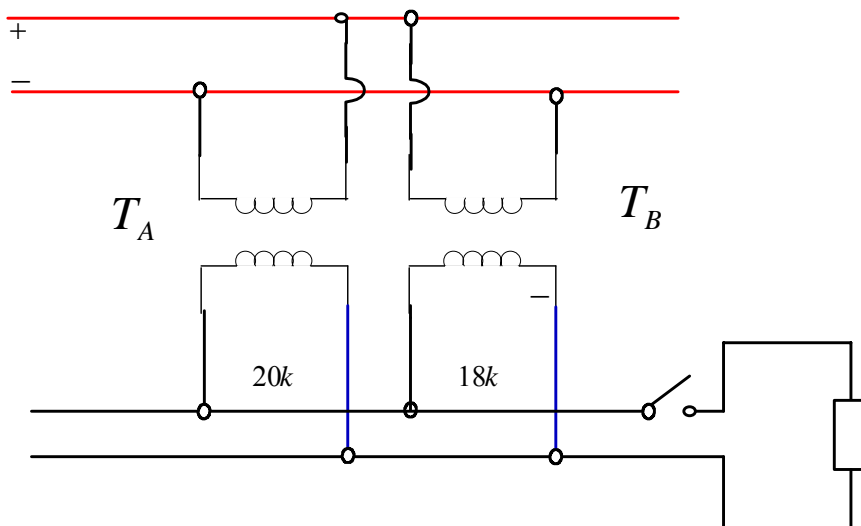
# موازی کردن ترانسفورماتورها

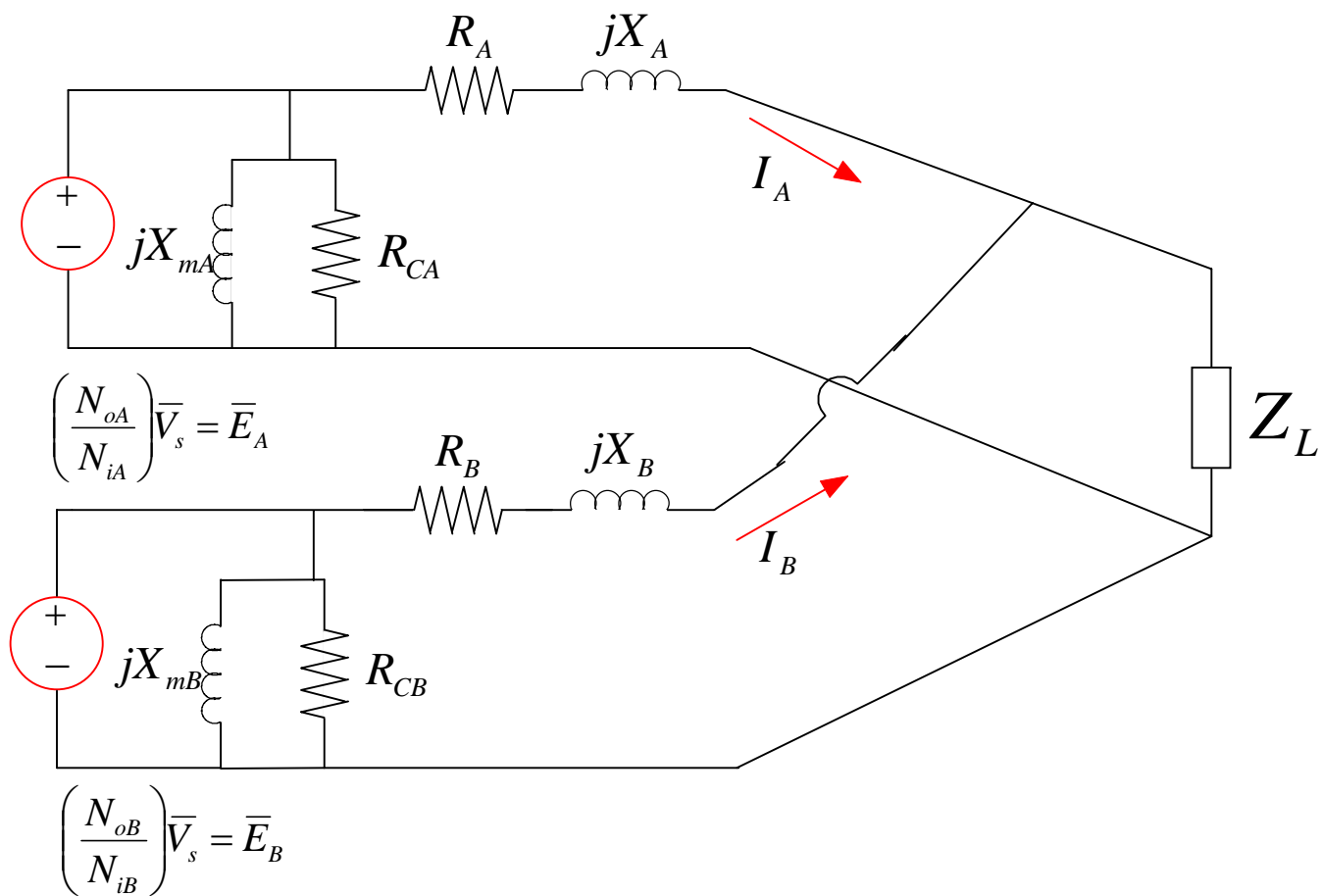
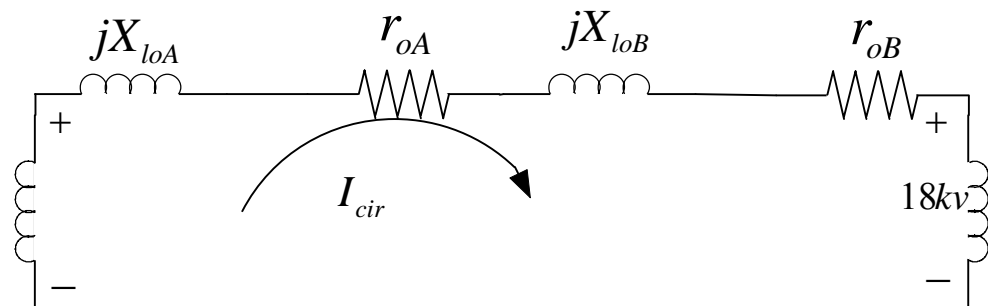
چرا ترانسفورماتورها را موازی می کنیم؟  
ایا نمی توان از یک ترانسفورماتور بزرگ استفاده کرد؟  
نیاز به تعمیر و رسیدگی ضروری است.  
مصرف کننده بدون انرژی نمی ماند.  
هزینه چند ترانسفورماتور کوچک کمتر از یک ترانسفورماتور بزرگتر است.  
ترانسفورماتور باید در نقطه کار خود کار کند. مصرف کننده ها یک اهنگ رشد دارند.



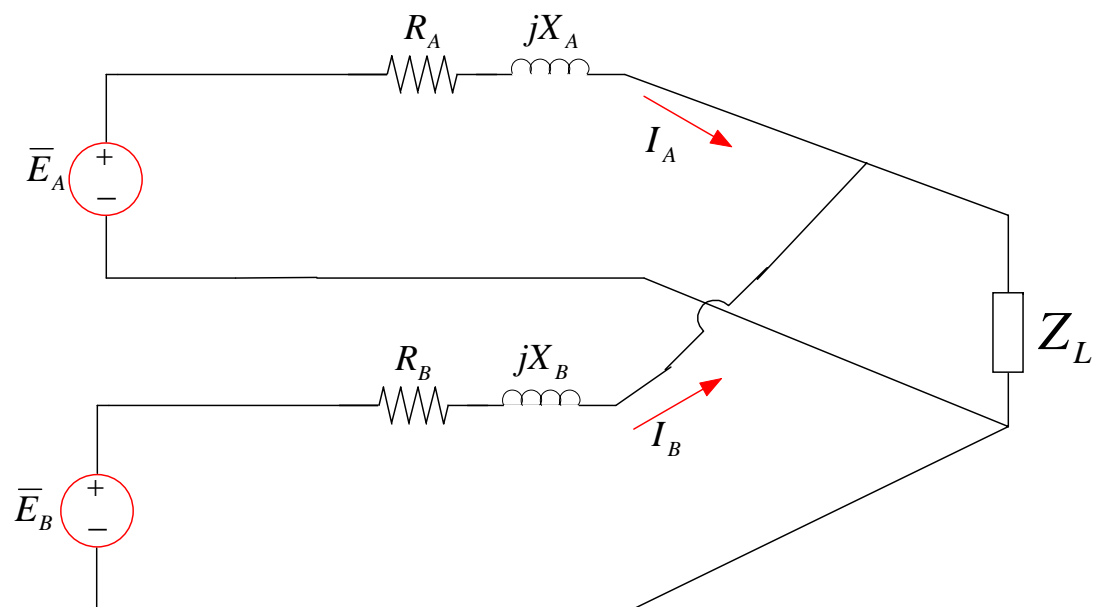
شرط ۱  $V_{inA} = V_{inB}$   $V_{nA} = V_{nB}$   
 $V_{onA} = V_{onB}$

شرط ۲: پایانه های هم نام از خروجی های ترانسفورماتورهایی که پارالل می گردند بایستی به هم اتصال یابند









$$X_A = X_{ScAo} \quad R_A = R_{ScAo}$$

$$R_{CA} = R_{CAo} \quad X_{mA} = X_{mAo}$$

$$\bar{E}_A - Z_A I_A = \bar{E}_B - Z_B \bar{I}$$

$$\bar{I}_A + \bar{I}_B = \bar{I}_L$$

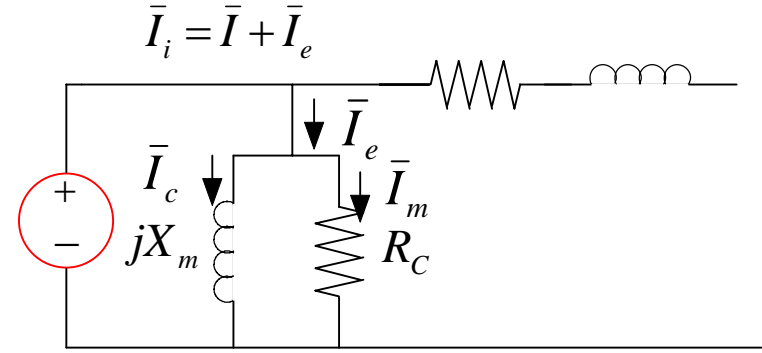
$$\begin{bmatrix} -Z_A & Z_B \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_A \\ \bar{I}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{E}_B - \bar{E}_A \\ \bar{I}_L \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_A \\ \bar{I}_B \end{bmatrix} = \frac{1}{-(Z_A + Z_B)} \begin{bmatrix} 1 & -Z_B \\ -1 & -Z_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E}_B - \bar{E}_A \\ \bar{I}_L \end{bmatrix}$$

$$\bar{I}_A = -\frac{\bar{E}_B - \bar{E}_A}{Z_A + Z_B} + \frac{Z_B}{Z_A + Z_B} \bar{I}_L$$

$$\bar{I}_B = \frac{\bar{E}_B - \bar{E}_A}{Z_A + Z_B} + \frac{Z_A}{Z_A + Z_B} \bar{I}_L$$

$$\text{if } I_L = 0 \rightarrow \begin{cases} \bar{I}_A = \frac{\bar{E}_A - \bar{E}_B}{Z_A + Z_B} \\ \bar{I}_B = \frac{\bar{E}_B - \bar{E}_A}{Z_A + Z_B} \end{cases}$$



$$\text{با صدق شرط ۱} \quad \Rightarrow \bar{E}_A = \bar{E}_B \Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_{ANL} = 0 \\ I_{BNL} = 0 \end{cases}$$

$$\bar{I}_A = \frac{Z_B}{Z_A + Z_B} \bar{I}_L$$

$$\bar{I}_B = \frac{Z_A}{Z_A + Z_B} \bar{I}_L$$

$$S_o = \bar{V}_o \bar{I}_o^*$$

$$S_A = \frac{Z_B^*}{Z_A^* + Z_B^*} S_L$$

$$S_A = \frac{Z_A^*}{Z_A^* + Z_B^*} S_L$$

شرط ۳

$$\angle Z_A = \angle Z_B$$

$$\frac{X_A}{R_A} = \frac{X_B}{R_B}$$

$$\frac{R_A}{|Z_A|} = \frac{R_B}{|Z_B|}$$

$$\frac{X_A}{|Z_A|} = \frac{X_B}{|Z_B|}$$

$$if \angle Z_A = \angle Z_B \Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_A = \frac{Z_B}{Z_A + Z_B} \bar{I}_L \\ S_A = \frac{Z_B}{Z_A + Z_B} \bar{I}_L \end{cases}$$

$$\bar{I}_A = \frac{Z_B}{Z_A + Z_B} \bar{I}_L \quad \bar{I}_B = \frac{Z_A}{Z_A + Z_B} \bar{I}_L$$

$$\bar{I}_A = \bar{I}_{nA} \quad \bar{I}_B = \bar{I}_{nB}$$

$$\frac{\bar{I}_A}{I_B} = \frac{Z_B}{Z_A} \xrightarrow{\angle I_A = \angle I_B} I_A Z_A = I_B Z_B \rightarrow I_{nA} Z_A = I_{nB} Z_B$$

$$Z_A I_{nA} = Z_B I_{nB}$$

$$\frac{Z_A I_{nA}}{V_{nA}} = \frac{Z_B I_{nB}}{V_{nB}}$$

$$\frac{Z_A}{\frac{V_{nA}}{I_{nA}}} = \frac{Z_B}{\frac{V_{nB}}{I_{nB}}} \Rightarrow \frac{Z_A}{Z_{base_A}} = \frac{Z_B}{Z_{base_B}} \Rightarrow Z_{Au} = Z_{Bu}$$

شرط ۴

دو ترانسفورماتور تک فاز  $10 \text{ MV/A}$  با یکدیگر پارالل شده اند ضریب تبدیل آنها یکسان بوده و مقاومت سیم پیچی ها ناچیز است یک ترانسفورماتور مقاومت القائی معادل  $0.1$  پریونیت و دیگری مقاومت القائی معادل  $0.06$  / پریونیت دارد. الف) اگر ترانسفورماتور بار  $20 \text{ MV/A}$  را تغذیه کنند سهم بار هر ترانسفورماتور را تعیین کنید. ب) حداکثر بار کل هر ترانسفورماتور را بدون اضافه بار تعیین کنید. ج) اگر هر ترانسفورماتور مقاومت معادل  $0.1$  پریونیت داشته باشند آیا مجموع  $V/A$  بار در دو ترانسفورماتور مساوی مجموع بار تغذیه شده توسط ترانسفورماتورهاست .

$$Z_{Au} = j0.1 pu \quad Z_{Bu} = j0.06 pu$$

$$Z_{Au} \neq Z_{Bu}$$

$$S_{nA} = S_{nB} = 10 \text{ MV} / A$$

$$\bar{I}_A = \frac{Z_B}{Z_A + Z_B} \bar{I}_L \quad \bar{I}_B = \frac{Z_A}{Z_A + Z_B} \bar{I}_L$$

$$Z_u = \frac{Z}{Z_{Base}} \quad Z_{Bae} = \frac{V_n}{I_n} \frac{V_n}{I_n} = \frac{V_n^2}{S_n}$$

$$I_B = \frac{Z_A}{Z_B + Z_A} \bar{I}_L = \frac{Z_{Au} Z_{Base_A}}{Z_{Au} Z_{Base_A} + Z_{Bu} Z_{Base_B}} \bar{I}_L = \frac{Z_{Au}}{Z_{Bu} + Z_{Au}} \bar{I}_L$$

$$S_A = \frac{Z_{Bu}}{Z_{Au} + Z_{Bu}} S_L$$

$$S_A = \frac{0.06}{0.1 + 0.06} 20 = 7.5 MV / A$$

$$S_L = S_A + S_B \rightarrow S_B = 20 - 7.5 = 12.5 MV / A$$

$$S_B = \frac{0.1}{0.1 + 0.06} 20 = 12.5$$

گیریم Ta اولین ترانسفورماتوری است که که بار آن به اندازه توان نامی گردد.

$$S_A = 10 MV \rightarrow S_L \rightarrow S_B$$

$$S_A Z_A = S_B Z_B$$

$$S_A = 10 MV$$

$$10 \times j0.1 = S_B \times j0.06$$

$$S_B = 10 \times \frac{10}{6} > 10$$

Tb با اضافه بار مواجه شده است

$$S_B = 10 MV / A$$

$$10 \times 0.06 = S_A \times 0.1$$

$$S_A = 6 MV / A < 10 MV / A$$

$$S_{L_{\max}} = 10 + 6 = 16 MV / A$$

از آزمایش یک ترانسفورماتور یک فاز ۱,۵KVA ۱۱۰v/۲۲۰v و ۶۰Hz نتایج زیر به دست آمده است .  
(۱) آزمایش مدار باز با تحریک سیم پیچی فشار ضعیف:

$$V_{oc} = 110 \quad I_{oc} = 0.4A \quad P_{oc} = 25W \quad V = 220V$$

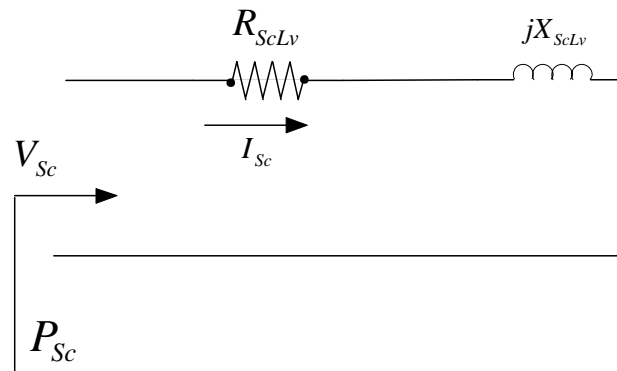
(۲) آزمایش اتصال کوتاه با تحریک سیم پیچی فشار ضعیف :

$$V_{sc} = 8.25v \quad I_{sc} = 1.36A \quad P_{sc} = 40W$$

(۳) آزمایش مقاومت سیم پیچی ها با جریان مستقیم :

$$R_{Lv} = 0.013 \quad R_{Hv} = 0.413$$

الف) مدار معادل ترانسفورماتور ارجاع شده به طرف فشار ضعیف را تعیین کنید.ب) بازده بار کامل را وقتی که ترانسفورماتور در ۱۱۰v باری با ضریب توان ۰/۸ پس فاز را تغذیه می کند.



$$R_{ScLv} = \frac{P_{Sc}}{I^2} = \frac{40}{(13.6)^2} = 0.216\Omega$$

$$|Z_{ScLv}| = \frac{8.25}{13.6} = 0.607\Omega$$

$$X_{ScLv} = \sqrt{(.607)^2 - (.216)^2} = 0.567\Omega$$

$$X_{Lv} = X'_{Hv} = \frac{X_{ScLv}}{2} = \frac{0.567}{2} = 0.284\Omega$$

$$R_{Lv} \cong R'_{Hv} = \frac{R_{ScLv}}{2} = \frac{0.216}{2} = 0.158\Omega$$

$$R_{Lv} = 0.113 \quad R_{Hv} = 0.413$$

$$R'_{Hv} = 0.413 \times \left( \frac{N_{Lv}}{N_{Hv}} \right)^2 = 0.413 \times \frac{1}{4} = 0.103\Omega$$

$$\text{اتصال کوتاه} \quad R_{Lv} < R_{Lv} \quad \text{آزمایش DC}$$

$$\text{اتصال کوتاه} \quad R_{Hv} > R_{Hv} \quad \text{آزمایش DC}$$



V(A)	I(A)	P(W)
220	1.52	1.61
205	9.1	465

220V/2200V

Sn=20KVA

$$R_{lv} = 0.0311 \quad R_{Hv} = 2.51\Omega$$

Sl/Sn	T(h)	Pf
95%	8	0.8
60%	8	0.8
50%	8	1

$$S_L = ? \Leftrightarrow \eta = \eta_{\max}$$

$$V_{LV} = 220\text{V} \quad V_{HV} = 2200\text{V}$$

$$I_{LV} = \frac{20 \times 10^3}{220} = \frac{1000}{11} = 90.9$$

$$I_{HV} = \frac{20 \times 10^3}{2200} = 9.09\text{A} = 9.1\text{A}$$

$$R_{scHV} = \frac{465}{(9.1)^2} = 5.62\Omega$$

$$|Z_{scHV}| = \frac{205}{9.1} = 22.55\Omega$$

$$X_{scHV} = \sqrt{(22.55)^2 - (5.62)^2} = 21.18$$

$$X_{HV} \cong X'_{LV} = \frac{21.18}{2} = 10.6\Omega$$

$$R_{Hv} = R'_{Lv} = \frac{6.62}{2} = 2.81\Omega$$

$$R_{Lv} = 2.81 \times \left(\frac{220}{2200}\right)^2 = 0.0281\Omega$$

$$R_{Hvac} > R_{Hvdc}$$

$$R_{Hv} = 2.81\Omega \quad R_{Lv} = 0.0311\Omega \quad P_{Rn} = P_{scn}$$

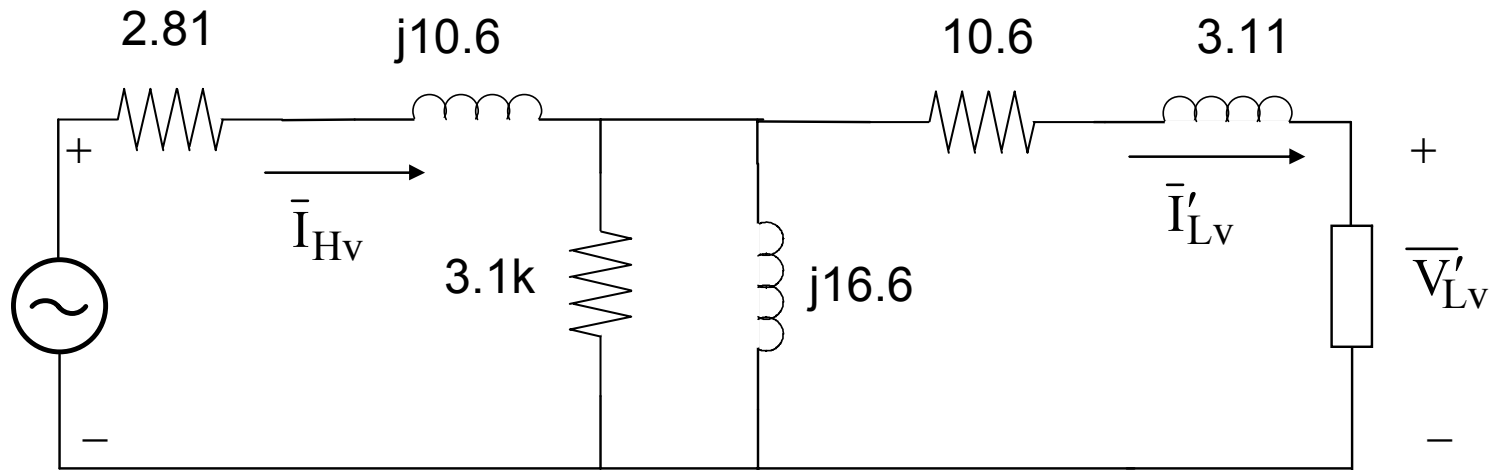
$$R_{cLv} = \frac{(220)^2}{161} = 301\Omega$$

$$I_c = \frac{220}{301} = 0.73A \quad I_m = \sqrt{(1.52)^2 + (0.73)^2} = 1.33A$$

$$X_{mLv} = \frac{220}{1.33} = 166$$

$$X_{cHv} = \left(\frac{2200}{220}\right)^2 \times 301 = 30100\Omega$$

$$X_{mLv} = \left(\frac{2200}{220}\right)^2 \times 166 = 16600\Omega$$



$$W_o = 8 \times 20(0.95 + 0.060 + 0.05) = 216 \text{ KWH}$$

$$P_{ocn} = P_{mag} = 161 \text{ w}$$

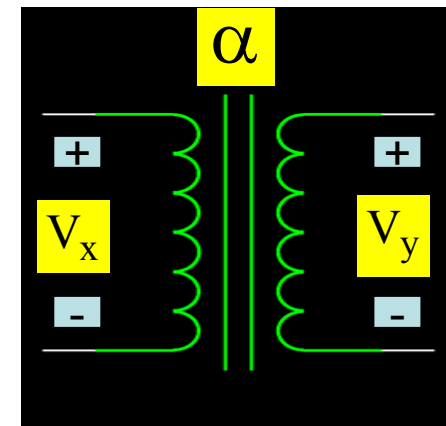
$$W_i = W_o + \Delta W_{V_{Hv}}$$

$$\Delta W = 24 \times (161 \times 10^{-3}) + 8 \times (465 \times 10^{-3})((0.95)^2 + (0.6)^2 + (0.05)^2) = 9.41 \text{ KWH}$$

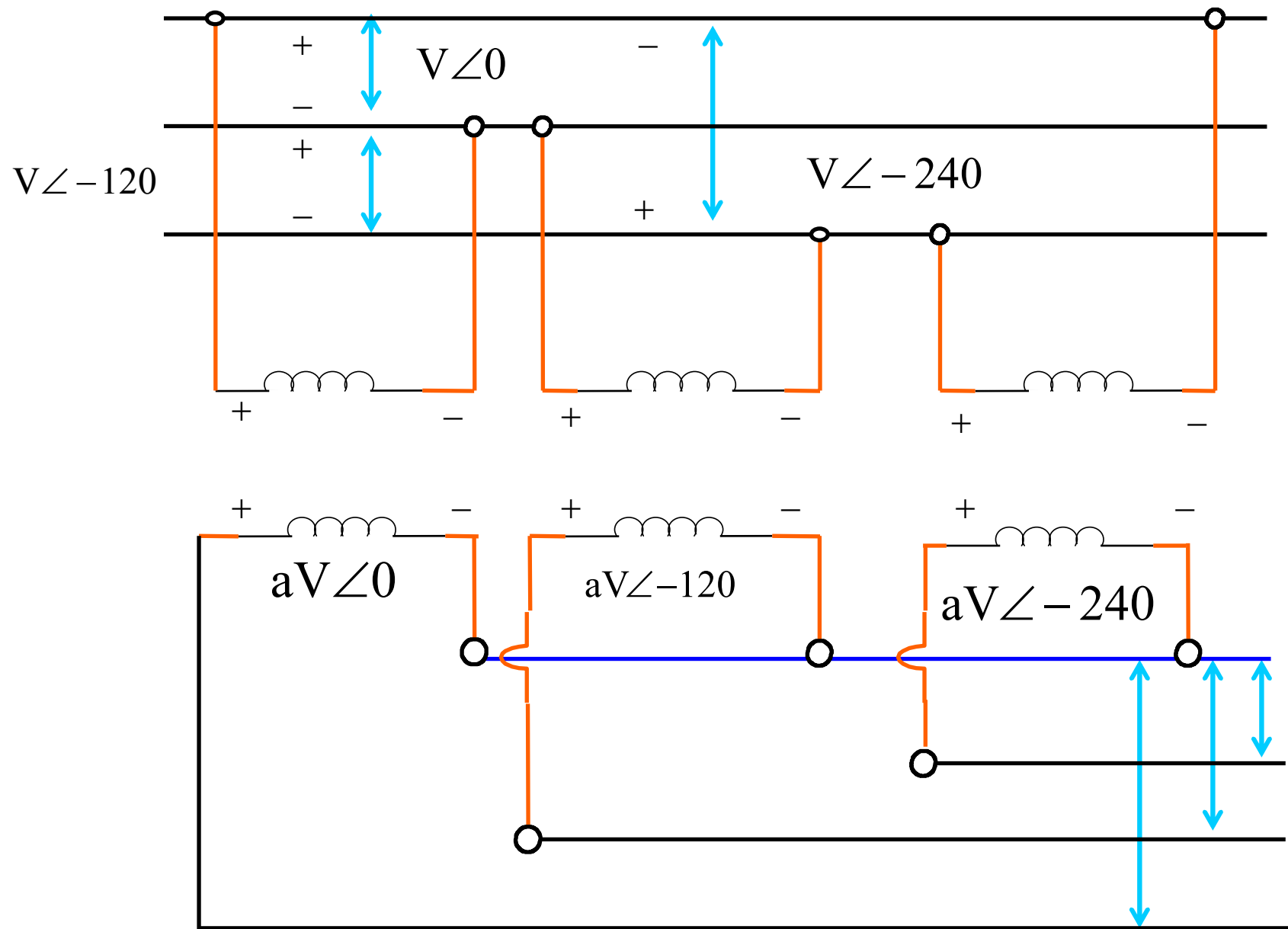
$$\eta_{allday} = \frac{216}{216 + 9.41} = \frac{216}{225.41} = 0.96$$

$$P_R = \alpha^2 P_{Scn} = P_{mag} = P_{Ocn}$$

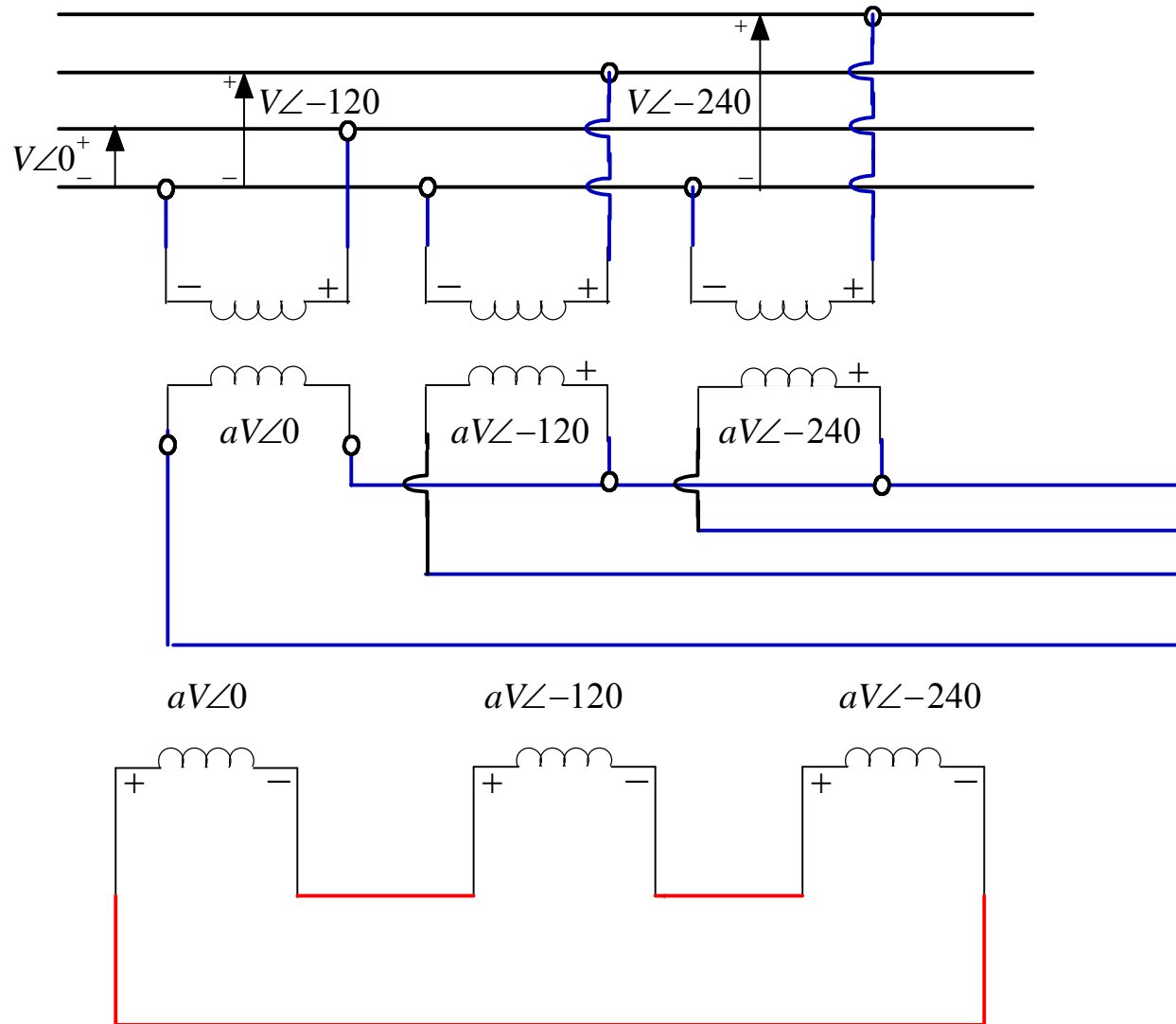
$$\alpha^2 \times 465 = 161 \rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{161}{465}} = 0.59 \leftarrow \alpha = \frac{V_y}{V_x}$$



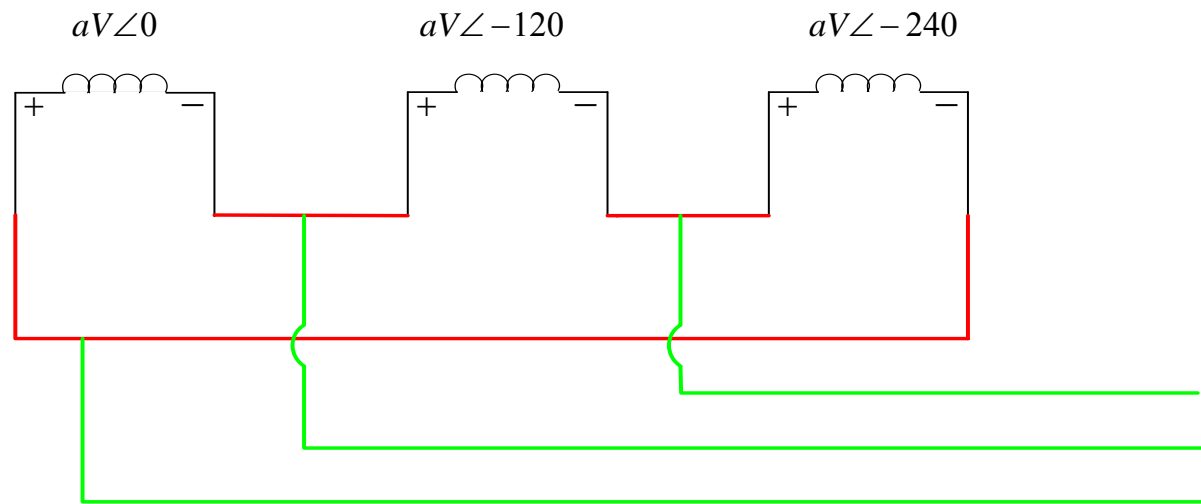
$\Delta$ -Y



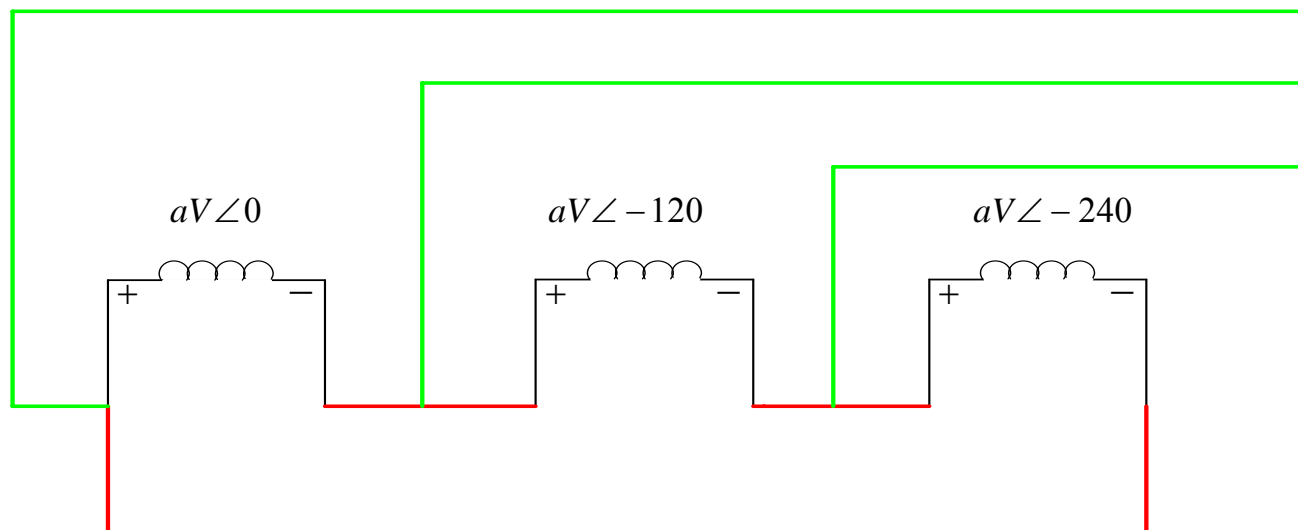
$Yy$



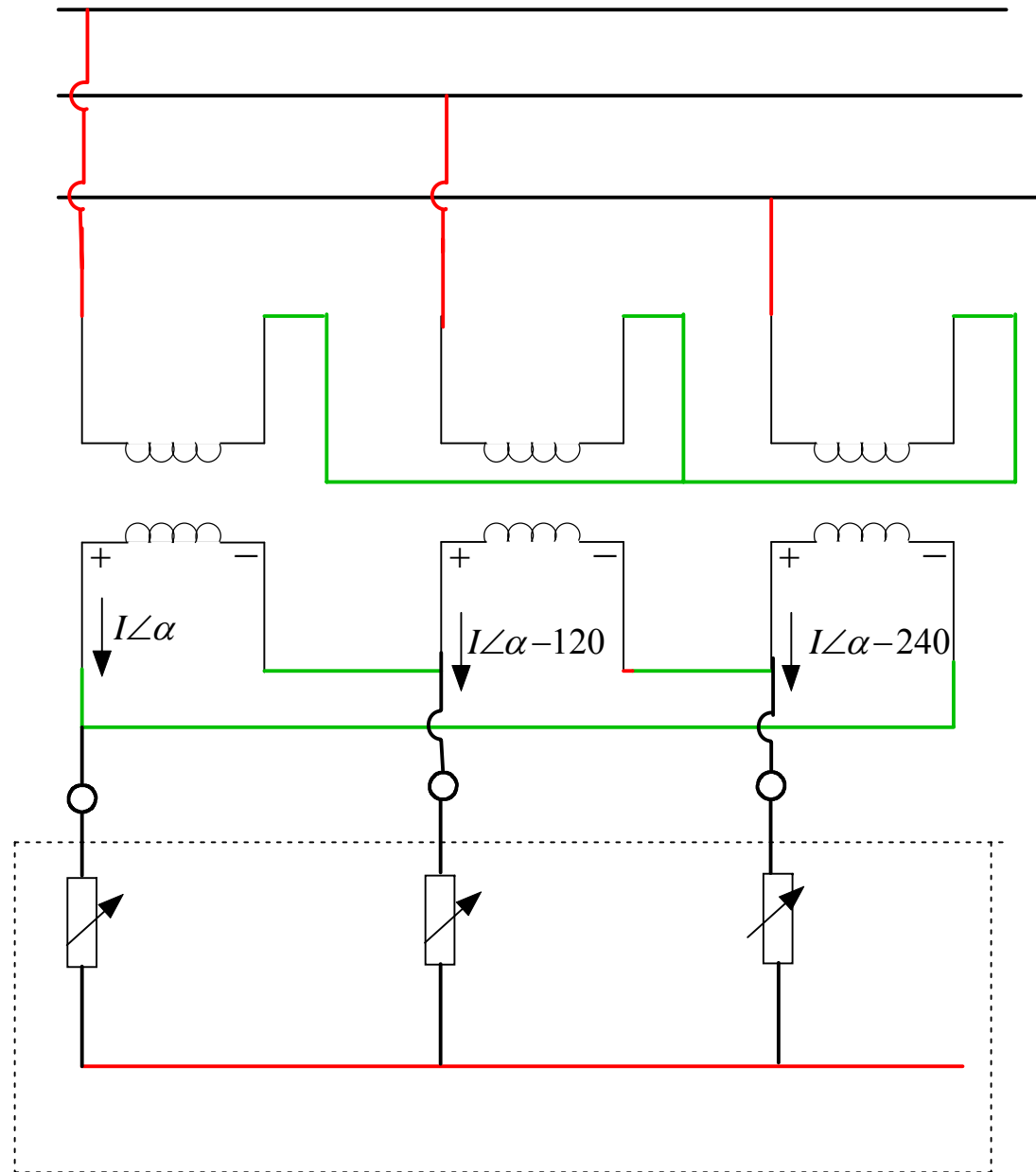
$Dd$



$Yd$

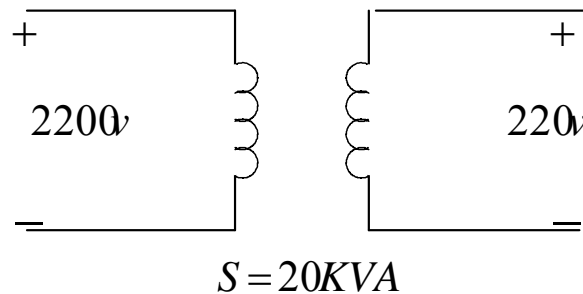


$Yd$



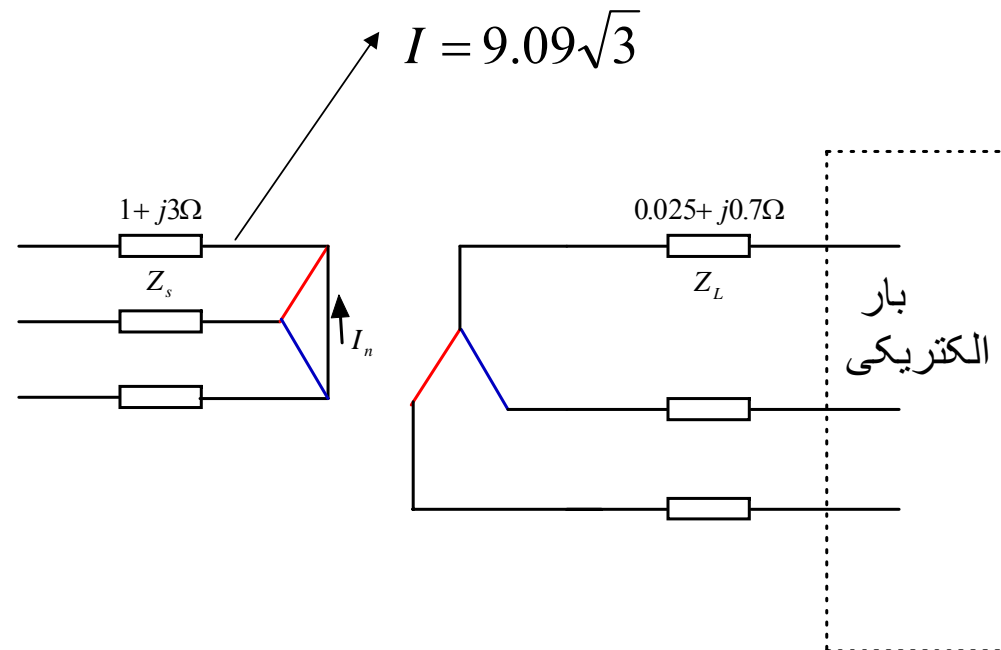


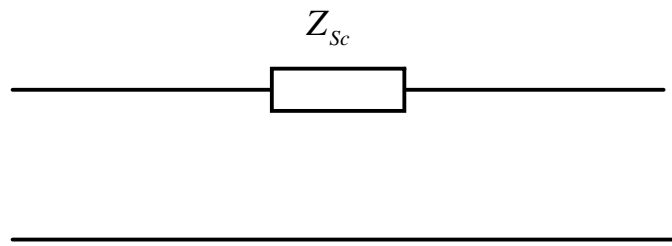
سه ترانسفورماتور یک فاز مشابه ۲۰ KVA ، ۲۲۰،۶۰/۲۲۰،۲۲۰ Hz با اتصال مثلث-ستاره در طرف فشار ضعیف با سه فاز متعادل با ضریب توان ۰/۸ پس فاز را تغذیه می کنند مقاومت ظاهری معادل یک ترانسفورماتور ارجاع شده به طرف فشار قوی  $5/62 + j21/8$  است بار از طریق خط سه فازی به مقاومت ظاهری  $0.025 + j0.7$  به ترانسفورماتور وصل می شود اولیه ترانسفورماتور از طریق خط سه فازی با مقاومت  $1 + j3$  وصل است مدار معادل و نمودار بردار (بدون مقیاس) این ترانسفورماتور را رسم کرده و اختلاف پتانسیل را در محل بار وقتی ترانسفورماتور جریان نامی را عمل می کند تعیین کنید.



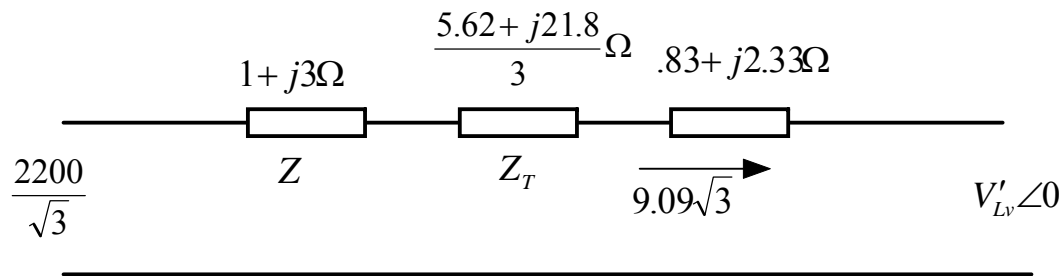
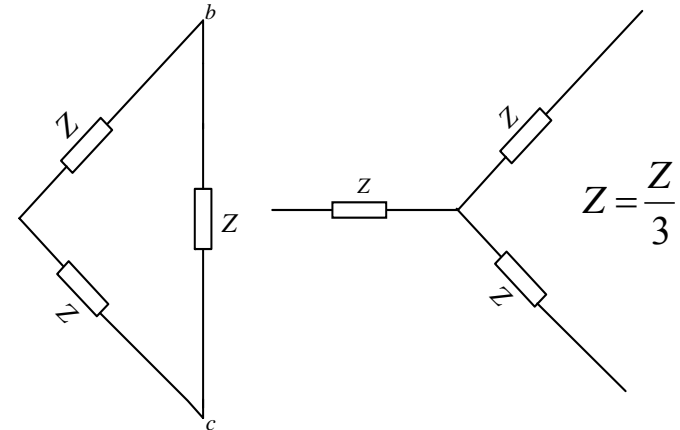
$$Z_{ScHv} = 5.26 + j21.8\Omega$$

$$I_{n_{Hvph}} = \frac{20 \times 10^3}{2200} = 9.09$$





مدل



$$Pf = 0.8$$

$$Z'_L = \left( \frac{2200}{220} \right)^2 (0.025 + j0.07) = 2.5 + j7$$

$$\frac{2.5 + j7}{3}$$

$$Z_e = (1 + 1.87 + .83) + j(3 + 7.3 + 2.33) = 3.7 + j12.63 \Omega$$

$$\bar{V}_{Hv} = \bar{V}_{LV} + Z_e \bar{I}$$

$$1270 \angle \alpha = V'_{Lv} + (3.7 + j12.63)(15.74 \angle -37^\circ)$$

$$1270 \angle \alpha = V'_{Lv} + 204 \angle 37$$

$$1270 \cos \alpha = V'_{Lv} + 163.8$$

$$1270 \sin \alpha = 122.85$$

$$V'_L = 1101.05$$

# Transformers



**Very large three-phase network transformer.**

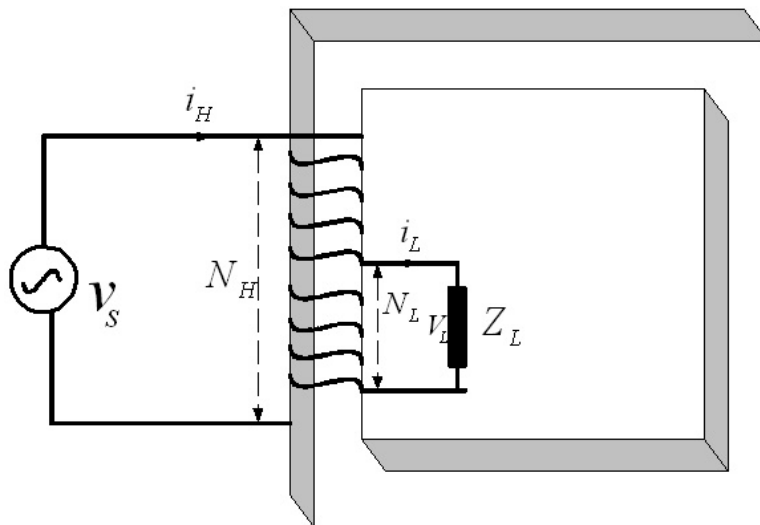
# اتو ترانسفورماتور



در اینجا يك نکته مطرح است، از آن نظر که ما باید ترانسفورماتورها را در ولتاژهايي حول و حوش ولتاژ نامي‌شان را به کار ببریم، پس قاعدتاً ورودی‌هاي ترانسفورماتورها باید به منبع ولتاژي برابر ولتاژ نامي‌شان وصل شوند. چون در این فرآیند به يك منبع وصل می‌شوند در نتیجه باید ولتاژ نامي ورودی‌شان با هم برابر باشد. یعنی اگر بر فرض این دو ترانسفورماتور دارای ولتاژ فشار قوی است ولتاژ نامي هر دو با هم برابر برابر باشد B باید با ولتاژ نامي A باشد یا اگر هم تفاوتی وجود دارد، این تفاوت بسیار کم باشد. پس ولتاژ نامي B باید با ولتاژ نامي A برابر باشد.

### اتوترانسفورماتور و نحوه کارکرد آن:

ما در ترانسفورماتورها دو سیم پیچی داشتیم، اما در اینجا يك سیم پیچی بیشتر نداریم. دو سر سیم پیچی را به عنوان فشار قوی ترانسفورماتور و دو سر دیگر را بعنوان دو سر فشار ضعیف در نظر می‌گیریم. گاه در ترانس يك حلقه لغزان در نظر می‌گیرند تا بتوان تعداد حلقه‌هاي مختلف از این مجموعه را انتخاب نمود. بعبارت دیگر معمولاً اتوترانسفورماتورها می‌توانند چند تبدیل انجام دهند.



اگر ما سیستم ایده‌ال را فرض کنیم یعنی مقاومت سیم پیچی صفر، ضریب نفوذ هسته بینهایت، تلفات هسته صفر، و ظرفیت فازی صفر، اگر این شرایط را در نظر بگیریم اتوترانسفورماتور ایده‌ال خواهیم داشت، حال اگر منبع اعمال کنیم، چون مقاومت صفر است، بنابراین تلفات اهمی نداریم. چون ضریب نفوذ هسته بینهایت است هیچ پراکندگی در سیم پیچی نداریم. بنابراین می‌توانیم بگوئیم

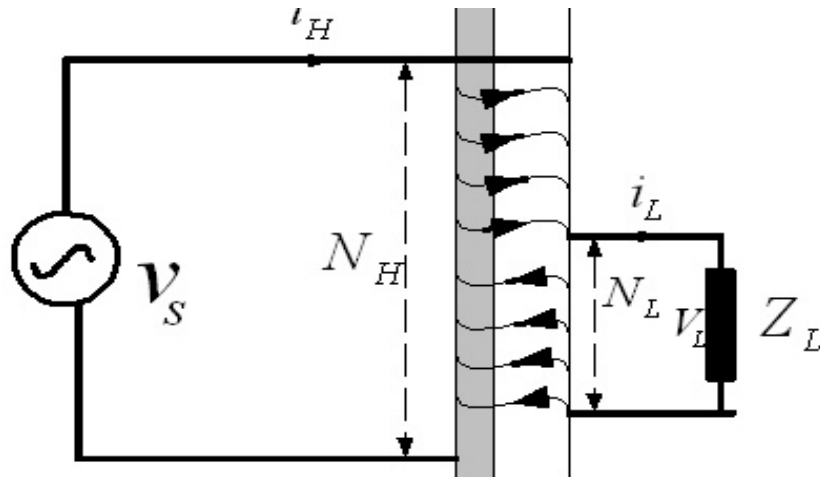
$$V_s = \frac{d\lambda_{Hv}}{dt} = \frac{d}{dt}(N_H \varphi_{core}) \neq 0 \Rightarrow \frac{d\varphi_{core}}{dt} \neq 0$$

$$V_L = \frac{d\lambda_{Lv}}{dt} = \frac{d}{dt}(N_L \varphi_{core})$$

$$\text{اگر } V_s \neq 0 \text{ باشد که هست ناچار } \frac{d\varphi_{core}}{dt} \neq 0 \text{ لذا: } \frac{V_s}{V_L} = \frac{N_H}{N_L}$$

تا اینجا هیچ تفاوتی با ترانس دو سیم پیچی دیده نمی‌شود، هر نوع ولتاژی از ورودی به خروجی انتقال داده ضرورتی ندارد که شکل موج خاصی داشته باشد مثلاً سینوسی هر شکل موجی می‌تواند به  $V_s$  می‌شود. عنوان ورودی محسوب شود.

چگونه است. در قسمت II حال يك بار در مدار اتوترانسفورماتور قرار می‌دهیم، می‌خواهیم ببینیم جریان مشترك سیم پیچی‌های فشار ضعیف و فشار قوی هم می‌تواند جریان وجود داشته باشد



از حیث جریان هم ما اینجا دو رابطه داریم: اولی از قانون گره‌ها خواهیم داشت:

$$KCL: i_C + i_H = i_L$$

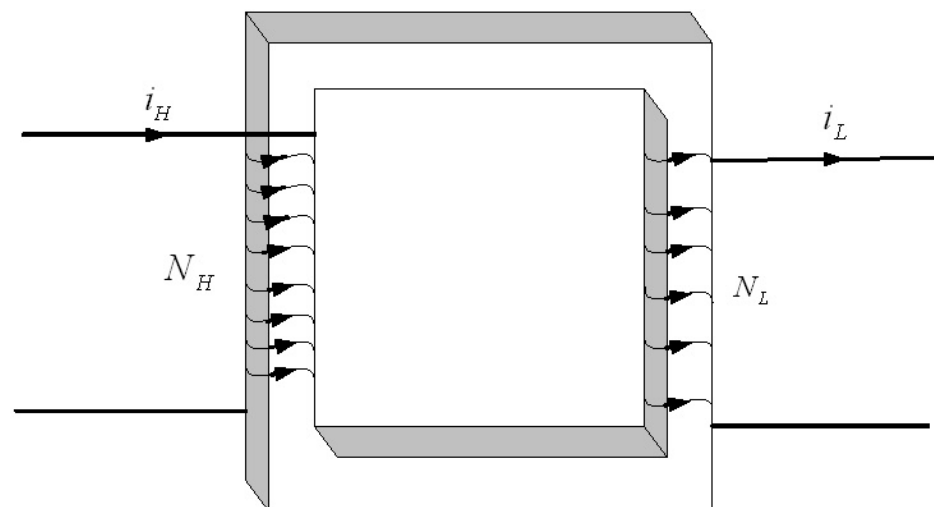
چون ضریب نفوذ هسته را بینهایت گرفتیم، نتیجتاً  $H_{Core}$  صفر می‌شود، در نتیجه افت پتانسیل مغناطیسی هسته صفر می‌شود، یعنی اگر محدوده‌ای به نام  $\gamma$  اختیار کنیم.

$$\oint_{\gamma_{core}} \vec{H} \cdot d\vec{t} = 0 = \int \vec{J} \cdot d\vec{s} = (N_H - N_L)i_H - i_C N_L = 0$$

$$\Rightarrow i_C = \frac{N_H - N_L}{N_L} i_H$$



اگر به ترانس دو سیم پیچه برگردیم دو تفاوت اصلی میان رابطه جریانهای ترانسفورماتورهای دو سیم پیچه و اتوترانسفورماتور می‌بینیم:



(۱) در ترانس دو سیم پیچه با توجه به شکل زیر داریم

(رابطه صفر بودن آمپر دور در ترانس):

$$N_H i_H - N_L i_L = 0$$

در اینجا ما یک رابطه برای جریانها داریم (برابری صفر بودن جمع جبری آمپر دوری سیم پیچی ورودی و خروجی)

در ترانس دو سیم پیچه جریان فشار قوی در دو سیم پیچی در تمام حلقه‌های سیم پیچی‌ها برقرار است و جریان فشار ضعیف هم در تمام حلقه‌ها برابر است، اما در اتوترانسفورماتور، جریان فشار قوی در یک درصدی از حلقه‌های فشار قوی جا گرفته و جریان فشار ضعیف اصلاً در سیم پیچی فشار ضعیف نیست، لذا درست است که ما توازن آمپر دوری داریم، اما در ترانس دو سیم پیچه جریان ورودی در تمام حلقه‌های فشار قوی جاری است، اما در اتوترانس جریان فشار قوی وجود دارد اما در بخشی از حلقه‌های فشار قوی جاری است.

در ترانس دو سیم پیچه جریان فشار ضعیف عیناً خروجی در تمام حلقه‌های فشار ضعیف جاری است اما در اتوترانس نشانی از جریان خروجی در تعادل آمپر دور نیست. می‌توان گفت جریانی در فشار ضعیف هست که در خروجی ظاهر نمی‌شود. پس ما یک تعادل آمپر دور داریم اما میان جریانهایی که در سیستم کارهای مختلف انجام می‌دهند. در اتوترانسفورماتور ما اتصال الکتریکی میان ورودی و خروجی داریم لذا جریان ورودی به عنوان مولفه‌ای برای ساختن جریان خروجی دخالت می‌کند اما در ترانس دو سیم پیچه جریان ورودی مستقیماً در ساختن  $i_L$  کمک می‌کند، اما در اتوترانسفورماتور  $\dot{i}_L$  فقط از طریق عملکرد مغناطیسی دخالت می‌کند، خلاصه چنین حضور مستقیمی برای جریان فشار قوی از جریان سیم پیچی فشار ضعیف نیست، به خاطر فقدان اتصال الکتریکی میان ورودی و خروجی ترانس دو سیم پیچه و اتو ترانس

جریان خروجی از دو قسمت تشکیل شده  $i_H$  میان فشار قوی که در ترانس دو سیم پیچه نبود. در ترانسفورماتور دو سیم پیچه ما جریانی به نام  $\dot{i}_H$  صورت عملکرد مستقیم نداشتیم، به صورت عملکرد مغناطیسی داشتیم، لذا اصطلاحاً به این جریان جریان الکتریکی می‌گویند.

به این دلیل به این جریان، جریان الکتریکی می‌گویند که ارتباط الکتریکی میان ورودی و خروجی در ساختن جریان بار اتوترانس ظاهر شده، نه به خاطر اینکه جریان الکتریکی است.

گاهی به آن جریان هدایتی هم می‌گویند، یعنی به خاطر هدایت یا اتصال الکتریکی میان ورودی و خروجی در اتوترانس چنین مولفه‌ای ظاهر شده و به خاطر اینکه در ترانس دو سیم پیچه نشانی از این اتصال نبود ما اصلاً چنین جریانی را هم نمی‌دیدیم که در ساختن جریان بار شرکت داشته باشد. این جریان در حقیقت جریان ترانسفورماتوری یا القایی است. چون دقیقاً همان قانونی که این جریان را در خروجی سیم پیچی ترانس دو سیم پیچه ظاهر کرد، همین قانون (قانون صفر بودن آمپر دورها) یک چنین جریانی اینجا در اتوترانسفورماتور ایجاد کرده پس خلاصه اینکه: به خاطر اینکه این خروجی اتوترانس مجزا از ورودی نیست بلکه بخشی از ورودی اتوترانسفورماتور است جریان ورودی در اتوترانس دو مولفه پیدا می‌کند.

$$N_H \rangle N_L$$

بواسطه يك پديده الكترومغناطيسي ايجاد مي‌شود، يكي به خاطر اتصال ورودي و خروجي به همدیگر كه همان است، ديگر به خاطر عمل ترانسفورماتوري يا القاگري كه ميان دو سيم پيچي ورودي ايجاد مي‌شود. حال  $i_H$  در همين مفهوم توان را تعريف مي‌كنيم:

$$\begin{aligned} P_{otu} &= V_L i_L = V_L (i_C + i_H) \\ &= V_L i_C + V_L i_H \end{aligned}$$

اين توان را اصطلاحاً توان ترانسفورماتوري يا القايي مي‌گويند. يعني به خاطر عملکرد ترانسفورماتوري ميان دو قسمت از سيم پيچي‌هاي ترانسفورماتور اين اتفاق مي‌افتد.

اين بحثي كه كرديم به صورت كلي بود يعني هر نوع ورودي داشته باشيم سازگار است. پس اگر ورودي ما حالت سينيوسي داشته باشد قطعاً حرف ما براي ورودي سينيوسي هم سازگار است. اما ايجاد بد نيست چند تا مطلب را به خاطر وضعيت ورودي سينيوسي بگوئيم، وقتي ورودي سينيوسي باشد طبيعاً همه جريانه‌ها به صورت فازور مي‌شود و ما داريم:

$$\bar{I}_C = \frac{N_H - N_L}{N_L} \times I_H$$

$$\bar{I}_L = \bar{I}_C + \bar{I}_H$$

چون  $N_H \rangle N_L$  است پس  $N_H - N_L > 0$  است پس جريانه‌هاي هم فازند چون با هم جمع شده  $i_L$  را مي‌دهند و اين دو هم فازند پس  $i_L$  هم با آنها هم فاز است. پس اگر يك اتوترانس ايدئال داشته باشيم تمام جريانه‌هاي درون آن هم فازند. (البته با فرض اينكه جهت چرخش جريانه‌ها در حلقه مشترك را با قسمت بالاي فشار قوي ناهم جهت بگيريم). حال اگر چنانچه توانها را محاسبه كنيم يعني:

$$\bar{I}_L * \bar{V}_L = \bar{I}_C * \bar{V}_L + \bar{I}_H * \bar{V}_L$$

$$\bar{S}_{out} = \bar{S}_L = \bar{S}_T + \bar{S}_C$$

این سه توان با هم با هم، همفازند، لذا از نظر محاسباتی کار بسیار ساده است، چون همه همفازند اختلاف فاز مهم نیست، هر فازی داشته باشند یکسان است، بنابراین همه بصورت اعداد حقیقی با هم جمع می‌شوند. خلاصه اینکه جریانهای مختلف و توانهای مختلف هم فازند، با یک نکته بحث اتوترانسها را به انجام می‌رسانیم: اگر چنانچه ما یک توان مشخص خروجی ثابت از یک ترانسفورماتور بکشیم اما در دو حالت:

(۱) تعداد حلقه‌های خروجی کم باشد.

(۲) تعداد حلقه‌های خروجی زیاد باشد.

یعنی یک بار  $N_L$  را نسبت به  $N_H$  کم می‌گیریم و یکبار  $N_L$  تقریباً برابر  $N_H$  می‌گیریم حال توان را تامین می‌کنیم. می‌خواهیم ببینیم نقش این دو مولفه توان یا نفش این دو پدیده در برآوردن چنین توانی در این دو حالت چگونه است؟

ما یک توان ثابت  $(S_{OUT})$  از این ترانسفورماتور تامین می‌کنیم الا اینکه یکبار با  $N_L \ll N_H$  و یکبار با  $N_L \approx N_H$  ببینیم نقش این دو پدیده را در برآوردن توان یکسان است؟ طبیعی است وقتی که  $I_L$  ثابت باشد  $I_L$  ثابت می‌شود. لذا:

$$\bar{I}_H = \frac{S_{out}}{\bar{V}_S} = cons \tan t$$

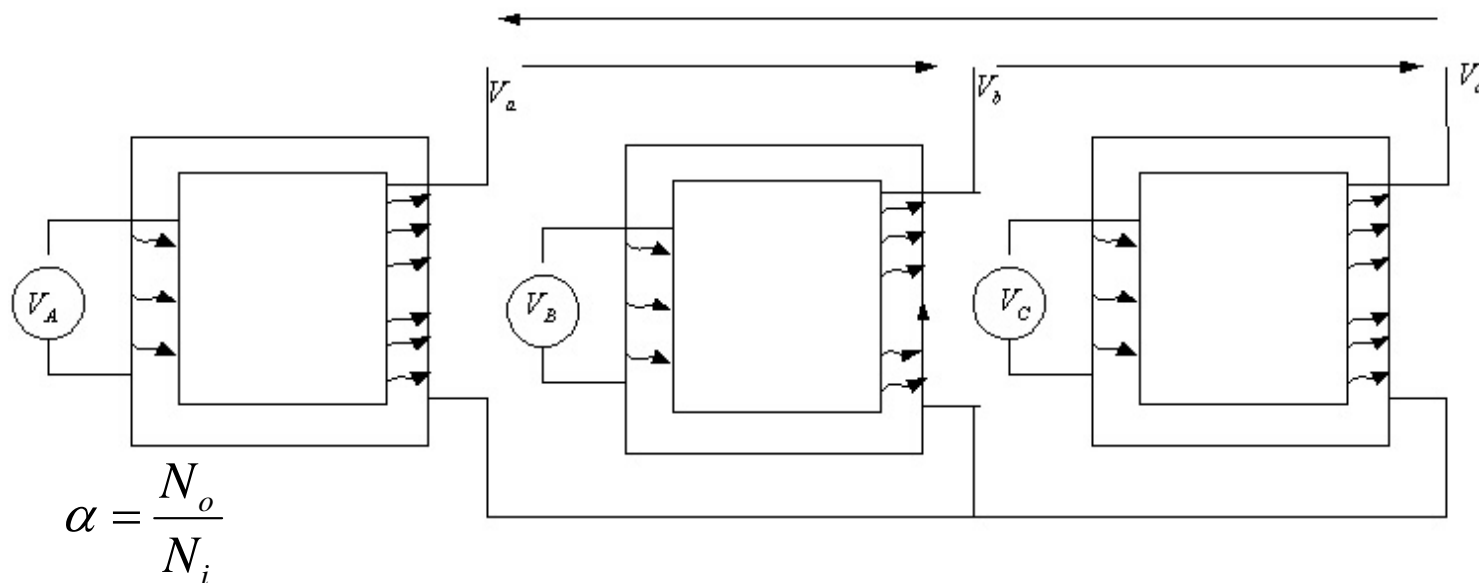
$$\bar{I}_C = \frac{N_H - N_L}{N_L} \bar{I}_H$$

$$\bar{I}_L * \bar{V}_L = \bar{I}_C * \bar{V}_L + \bar{I}_H * \bar{V}_L$$

S out      توان القايي      توازن هدايتي

اگر ولتاژها را حذف کنیم می بینیم که توانها دقیقاً متناظر با جریانهاست. اگر  $N_H \ll N_L$  باشد  $I_C$  به دو دلیل  $N_L$  بزرگ می شود یکی به خاطر کوچک شدن مخرج کسر و دیگری بزرگ شدن صورت آن. پس با کوچک شدن  $N_L$  مقدار  $I_C$  بالا می رود. ضمناً هر چه  $N_L$  کمتر شود  $V_L$  هم کاهش می یابد. اگر چنانچه  $N_L$  کم شود،  $I_C$  افزایش می یابد  $I_H$  ثابت است ولی تمام جریانها در يك مقدار کمی ضرب می شود و توان ایجاد می شود. پس نتیجتاً سهم توان القايي در ساختن توان ثابت زیاد می شود چون مولفه  $V_L$  آنها یکسان است  $I_C$  زیاد شده در نتیجه عملکرد القايي در ساختن توان افزایش پیدا می کند. برعکس درست است که  $I_H$  ثابت است ولی  $V_L$  کمی در آن ضرب می شود و توان هدايتي بوجود می آید، عملکرد الكتريكي کاهش پیدا می کند. پس هر چقدر مقدار حلقه هاي  $N_L$  کم می شود سهم عملکرد القايي در ساختن توان بیشتر می شود سهم عملکرد هدايتي و اتصال الكتريكي کاهش پیدا می کند. حال اگر  $N_L$  به سمت  $N_H$  میل کند، جریان  $I_C$  کوچک می شود به دو دلیل: یکی اینکه مخرج بزرگ شده دیگر اینکه صورت کوچک شده و پس  $I_C$  کم می شود. ولی  $I_H$  ثابت است الا اینکه وقتی  $N_L$  بزرگ می شود سهم  $I_H$  زیاد می شود. یعنی قضیه وارونه می شود، مقدار عمل القاگري کم می شود و به سمت افزایش هدايت میل می کند. اینکه خیلی مسئله را واضح می سازد زمانی است که دقیقاً  $N_L = N_H$  شود، اینجا کاملاً عمل القايي صفر است.

فرض می کنیم ترانسها ایده آل باشد. در قدم اول دو تا ترانس موازی می شوند. چون ترانسها ایده آل و مشابه اندولتاژهای یکسان دارند ولتاژهای نامی شان با هم برابر است این را هم در نظر می گیریم که اگر بخواهیم منبع تصور کنیم دو تا منبع باید دامنه های یکسان داشته باشند و اختلاف فازشان ۱۲۰ درجه باشد.

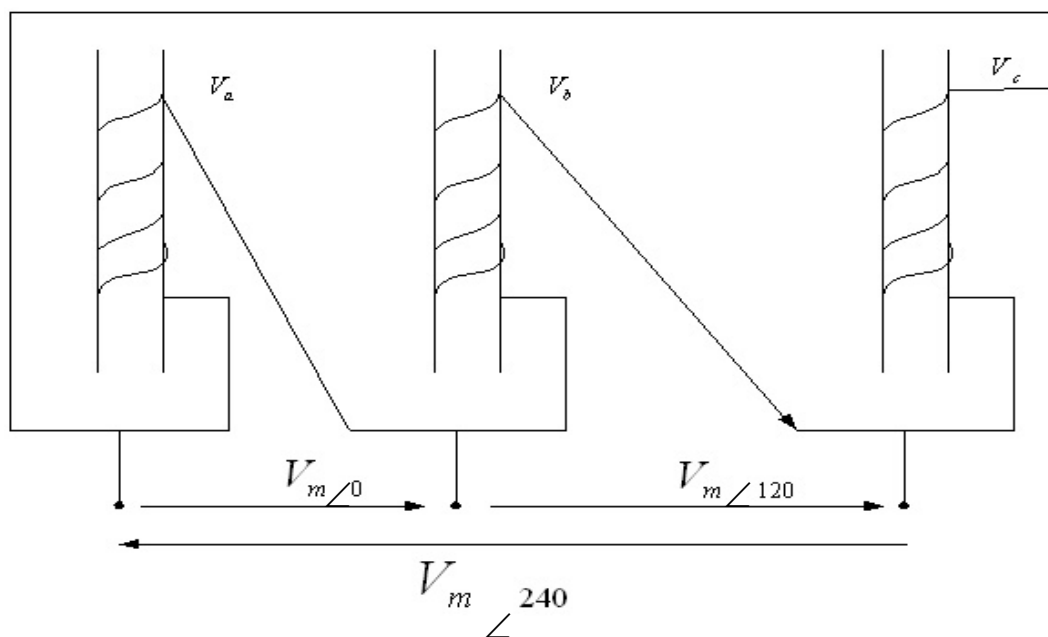


$$V_A = V_m \cos \omega t \quad V_B = V_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad V_C = V_m \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$V_a = \alpha V_m \cos \omega t \quad V_b = \alpha V_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad V_c = \alpha V_m \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

نوع دیگر اتصال مثلث است. یک مدار منفی ایجاد شده. اگر ما یک مجموعه ترانس تک فازه کاملاً مشابه داشته باشیم اگر منابع ورودی باشد در این صورت در خروجی می شود یک سیستم سه فازه ایجاد کرد با اتصال ستاره و با اتصال مثلث. معمولاً این سه منبع تغذیه را بدین شکل تامین نمی کنیم یعنی به صورت جداگانه تامین نمی کنیم.

چون ما شبکه سه فازه داریم. اصولاً برق صنعتی به صورت سه فازه ایجاد می شود گویی ما یک خط سه فازه داریم.



$\Delta$ ,  $D$ , اتصال مثلث

این سه تا سیم پیچی به صورت یک بار متعادل در برابر شبکه سه فازه است لذا اینجا ولتاژهای  $V_\alpha$ ,  $V_\beta$ ,  $V_\gamma$  ایجاد می شود.

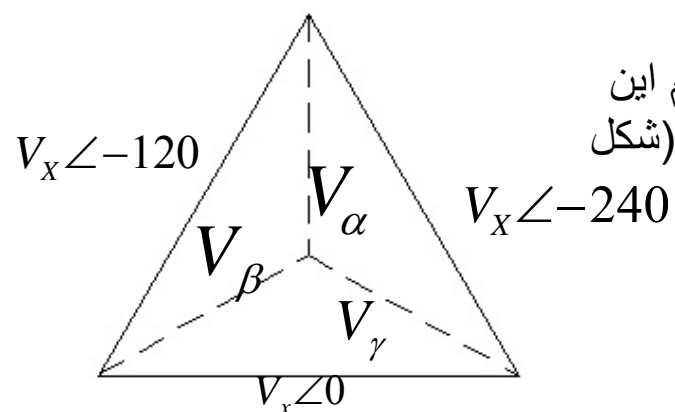
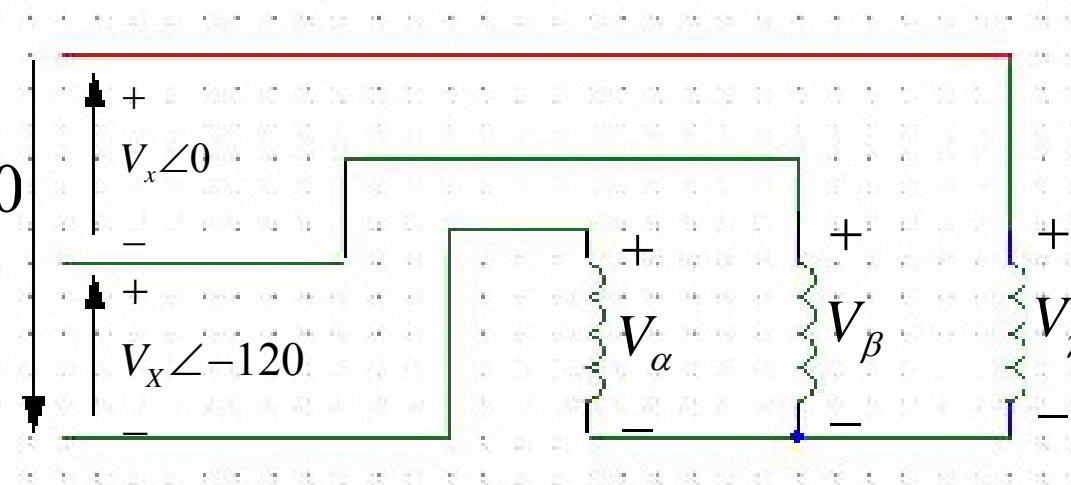
این شبکه سه فازه جریان شکل موجش به این صورت می تواند باشد می تواند یک فاز اولیه داشته باشد که ما به آن کاری نداریم  $V_\alpha, V_\beta, V_\gamma$  را بدست می آوریم یعنی بدست می آوریم روی هر کدام از این بارها چه ولتاژهایی اعمال می شود.

$$V_X \angle -240$$

$$V_\gamma = V_y \angle \phi - 240$$

$$V_\beta = V_y \angle \phi - 120$$

$$V_\alpha = V_y \angle \phi$$



حالا اگر گرانیگاه این مثلث متساوی الاضلاع را پیدا کنیم ادعا می کنیم این سه تا ولتاژ همان  $V_\gamma, V_\beta, V_\alpha$  است اگر در حلقه  $KVL$  بنویسیم (شکل بالا)



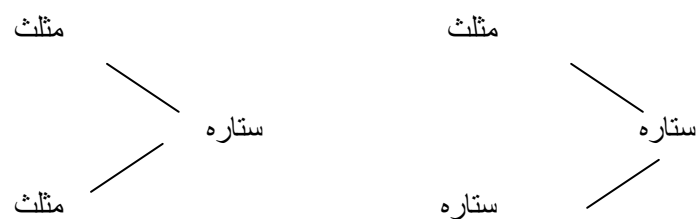
$$V_\gamma - V_\beta = 0$$

$$-V_x \angle -120 + V_\beta - V_\gamma = 0$$

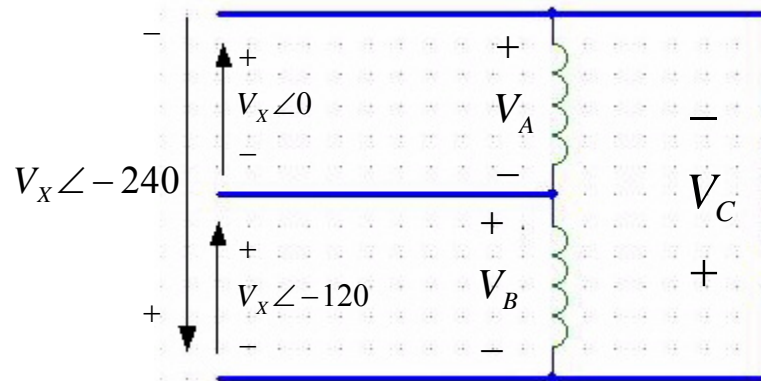
$$-V_x \angle -240 + V_\alpha - V_\gamma$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{V}_\gamma = \frac{V_x}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \\ \bar{V}_\beta = \frac{V_x}{\sqrt{3}} \angle -150^\circ \\ \bar{V}_\alpha = \frac{V_x}{\sqrt{3}} \angle -270^\circ \end{array} \right.$$

در حقیقت سیستمی داریم که اتصال ورودی اش ستاره است و اتصال خروجی اش هم میتواند ستاره یا مثلث باشد.



اگر این سه خط را  $V_x \angle -240, V_x \angle -120, V_x \angle 0$  را به صورت مثلث ببندیم خروجی را بصورت زیر در نظر می گیریم:



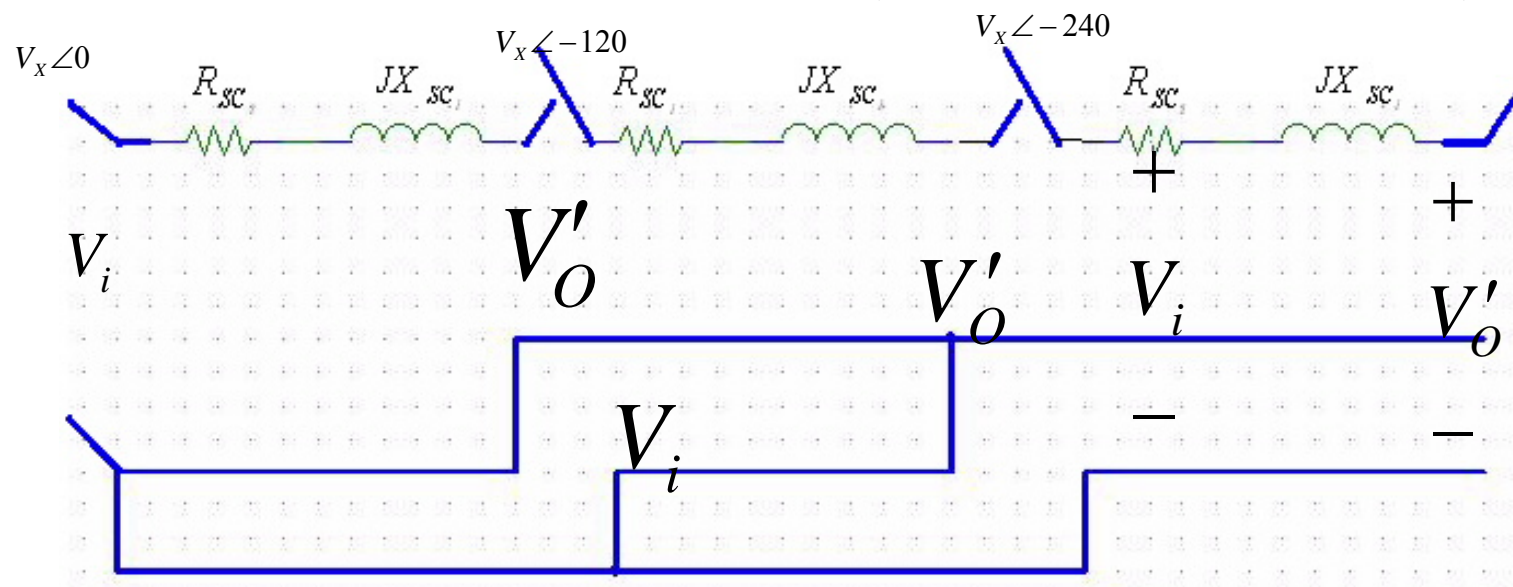
مثلت :

وقتی سیستم را به صورت مثلث می بندیم کار بسیار ساده تر میشود. همان منبع ولتاژ که بین خط ظاهر می شود عینا به ورودی های سه تا مثلث اعمال می شود  $Y, X$  نشان دهنده اتصال ستاره مثلث است ترانس ها نسبتشان یا ترانس کاهش است یا افزایشده. آن سیم پیچی که ولتاژ بزرگتری تحمل می کند یک به یک نیست فشار ضعیف نامیده می شود در نشان دادن فرم اتصال ترانس ها ابتدا نوع اتصال سیم پیچ های فشار قوی را نشان میدهیم و با حروف بزرگ می نویسیم  $(Y, D)$  ، نوع سیم پیچی فشار ضعیف را هم با حروف کوچک باحروف کوچک  $(y, d)$  نشان میدهیم

$D_y$  : یک ترانسفورماتور سه فاز که اتصال سیم پیچهای فشارقوی آن به صورت مثلث و اتصال فشار ضعیف آن ستاره است.

$$\left\{ \begin{array}{cc} D_y & Y_y \\ D_d & Y_d \end{array} \right. \text{حالت های موجود}$$

در عمل ترانس سه فاز طراحی می کنند نه اینکه سه تا ترانس تک فاز را به هم وصل کنند اما به همین حد اکتفا می کنیم. چون عملکرد ترانس های سه فازه هم مثل همین ترانس های تک فازه است.

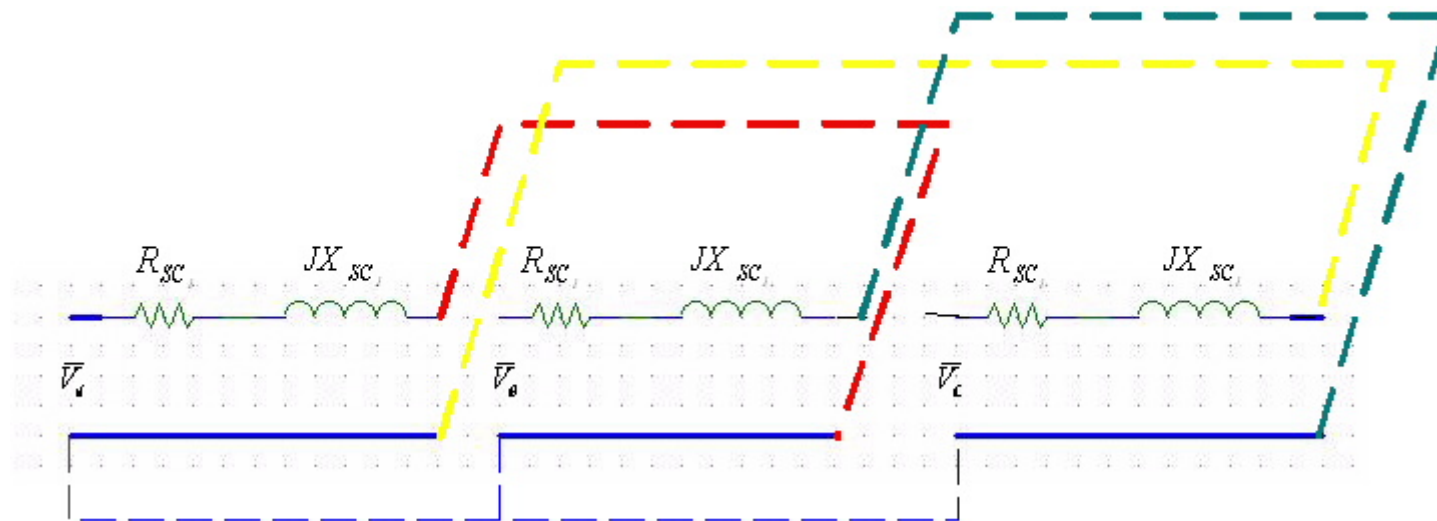


ما مطالب را برای ترانس ایده آل گفتیم. این را می توان برای ترانس واقعی نیز مطرح نمود. یعنی چنین آرایشی در ترانسها در جهت ساختن یک مجموعه سه فازه لزوماً مبتنی بر ایده آل بودن عملکرد آن ترانسها نیست. ترانسها می تواند غیر ایده آل نیز باشد ولی فقط مهم این است که این ترانسها باید کاملاً مشابه هم باشند. یعنی اگر ترانس ایده آل نیست باید ولتاژ نامی یکی باشد پارامترهای مدار معادلشان هم یکی باشد.

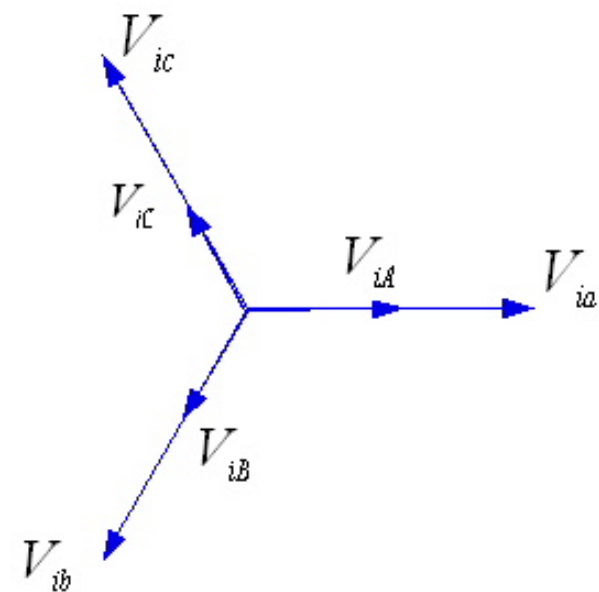
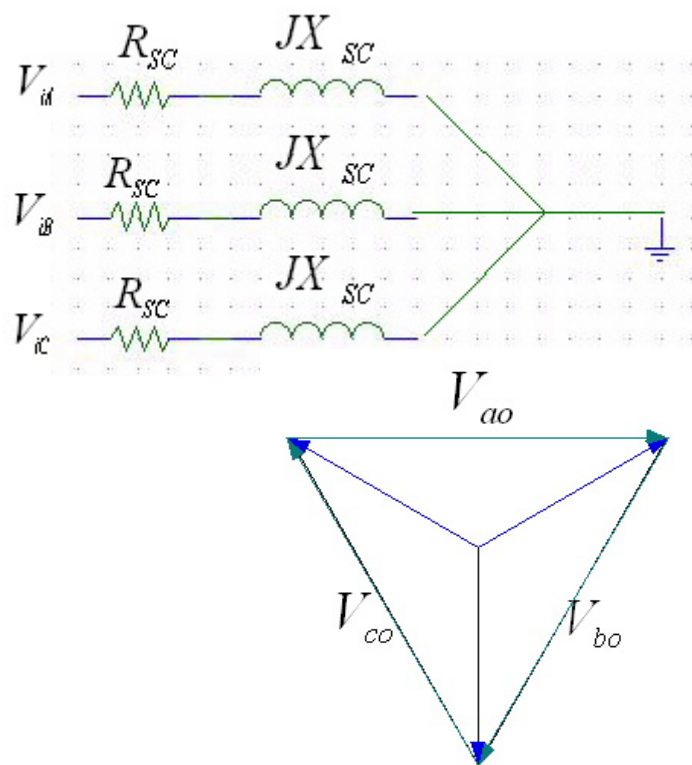
اگر چنین باشد باز می توانیم عملکرد سه فاز متعادل داشته باشیم. درست است که تمام مطالب برای ترانس های تک فاز ایده آل گفته شد ولی می شود اینها یک مجموعه از ترانس های تک فاز واقعی باشند. فقط باید این ویژگی را داشته باشند:

(۱) این مجموعه ترانسها باید ولتاژ های نامی ورودی و خروجی شان با هم برابر باشد.

(۲) باید پارامتر های مدار معادلشان هم یکی باشد.



اگر بخواهیم شکل را به صورت ساده تر بیان کنیم :



**بررسی سیستم ستاره – مثلث :** مدار معادل رسم نمی کنیم زیرا توانایی توصیف و توجیه رفتار مدار را ندارد. برای این مدل ولتاژ هر ترانسفورماتور را جداگانه حساب می کنیم. سپس سیستم را مثلث در نظر گرفته و تحلیل را انجام می دهیم. ترانسفورماتور سه فاز ایده آل و ترانسفورماتور سه فاز واقعی تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند تفاوت آنها در این است که در ترانسفورماتور سه فاز واقعی بین ورودی و خروجی افت پتانسیل وجود دارد.

هنگام پارالل کردن ترانسفورماتورهای سه فاز، علاوه بر اینکه شرایطی که در پارالل کردن ترانسفورماتورهای باید برقرار باشد، ترانسفورماتورها باید با هم همگروه باشند تک فاز بیان شد،

۱. ولتاژهای نامی خطی ورودی و خروجی در دو ترانسفورماتور باید برابر باشند

۱\_۲) در اتصال خروجی ها باید رعایت توالی فاز شود

۲\_۲) دو ترانسفورماتور باید همگروه باشند (عدد شناسایی آن دو یکسان باشد)

تاخیر فاز ولتاژ خطی فشار ضعیف نسبت به ولتاژ خطی فشار قوی  
 = ----- عدد شناسایی

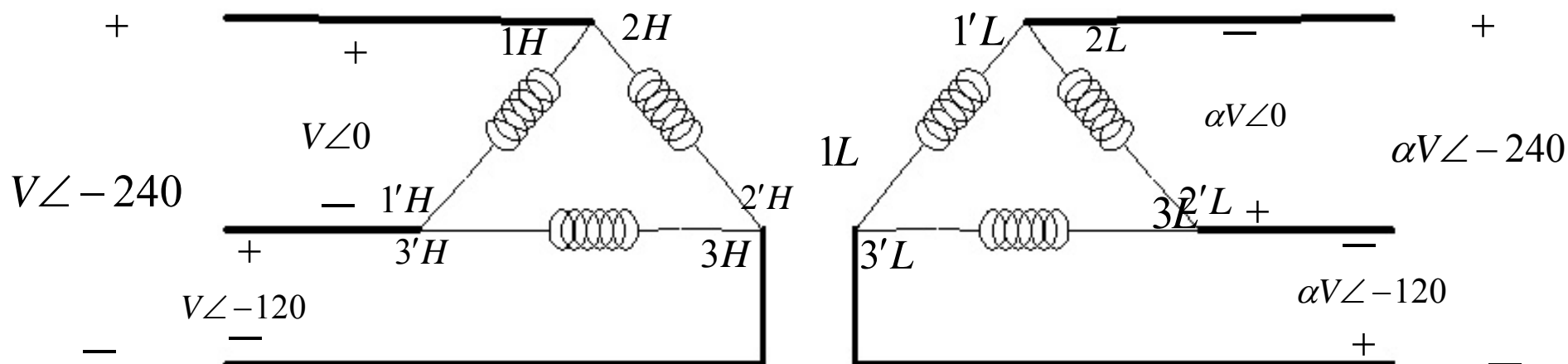
۳۰

## اتصال V-V:

در اینجا نوع دیگری از اتصال ترانسفورماتورهای سه فاز را بیان می کنیم:

ابتدا یک ترانس مثلث مثلث در نظر میگیریم  $\alpha = \frac{N_o}{N_i}$

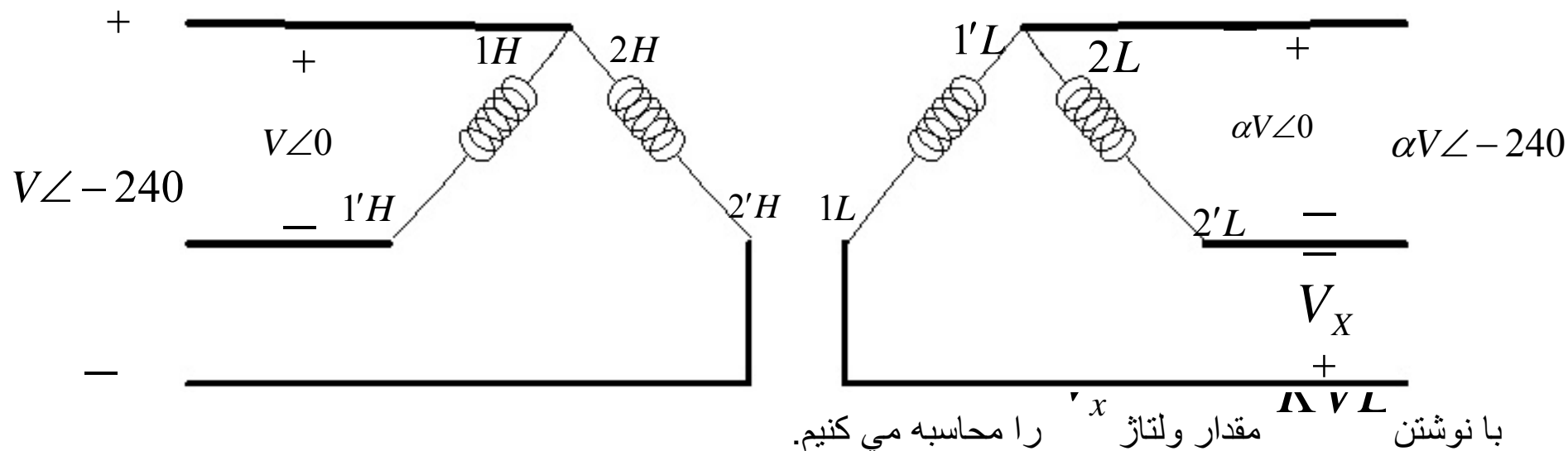
با فرض تشابه کامل ترانسفورماتورها و اینکه توان هر یک از آنها برابر توان نامی باشد، در مورد ولتاژ اعمال شده به هر یک از ترانسها و مقدار توانی که از ورودی گرفته می شود بحث می کنیم.



ولتاژ ورودی ترانسها باید ولتاژ نامی باشد زیرا در غیر اینصورت به صورت بهینه از ترانسفورماتور استفاده کرده ایم. همچنین به دلیل متعادل بودن سیستم هر یک از ترانسها توان خروجی را تامین میکند بنابر این توانی که میتوان از این مجموعه کشید سه برابر توان نامی هر یک از ترانسهاست.

از نامی بودن دو ولتاژ، نتیجه میگیریم که جریانهای هر یک از ترانسفورماتورها نیز نامی است.

در اینجا مدعی هستیم، سیستم مبدل سه فازی که با سه ترانسفورماتور تک فاز ایجاد کردیم، می توان با دو ترانسفورماتور نیز ایجاد کرد.



با نوشتن مقدار ولتاژ  $V_x$  را محاسبه می کنیم.

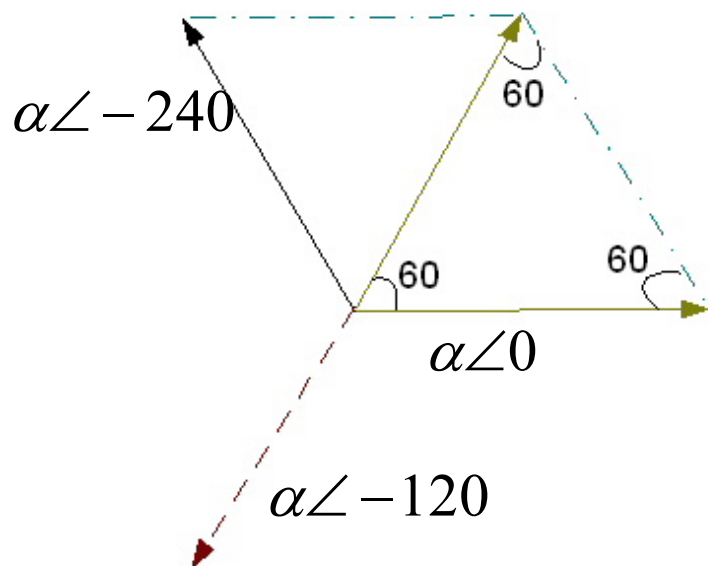
$$-(\alpha V\angle 0) - (\alpha V\angle -240) - V_x = 0$$

$$V_x = -(\alpha V\angle 0 + \alpha V\angle 240)$$

مشاهده میکنیم که با برداشتن ترانس سوم، تغییری در سیستم سه فاز ما بوجود نیامده است.

این مطلب را از طریق هندسی نیز می توان اثبات کرد:

قرینه مجموع دو بردار  $\alpha\angle -240$  و  $\alpha\angle -0$  است.



به این نوع اتصال در ترانسفور ماتورها اتصال  $V-V$  مثلث باز یا  $open\Delta$  می گویند.

در این سیستم:

$$V_L = V_{n_L}$$

(ولتاژ فشار ضعیف نامی) = ولتاژ خط

$$I_L = I_{n_L}$$

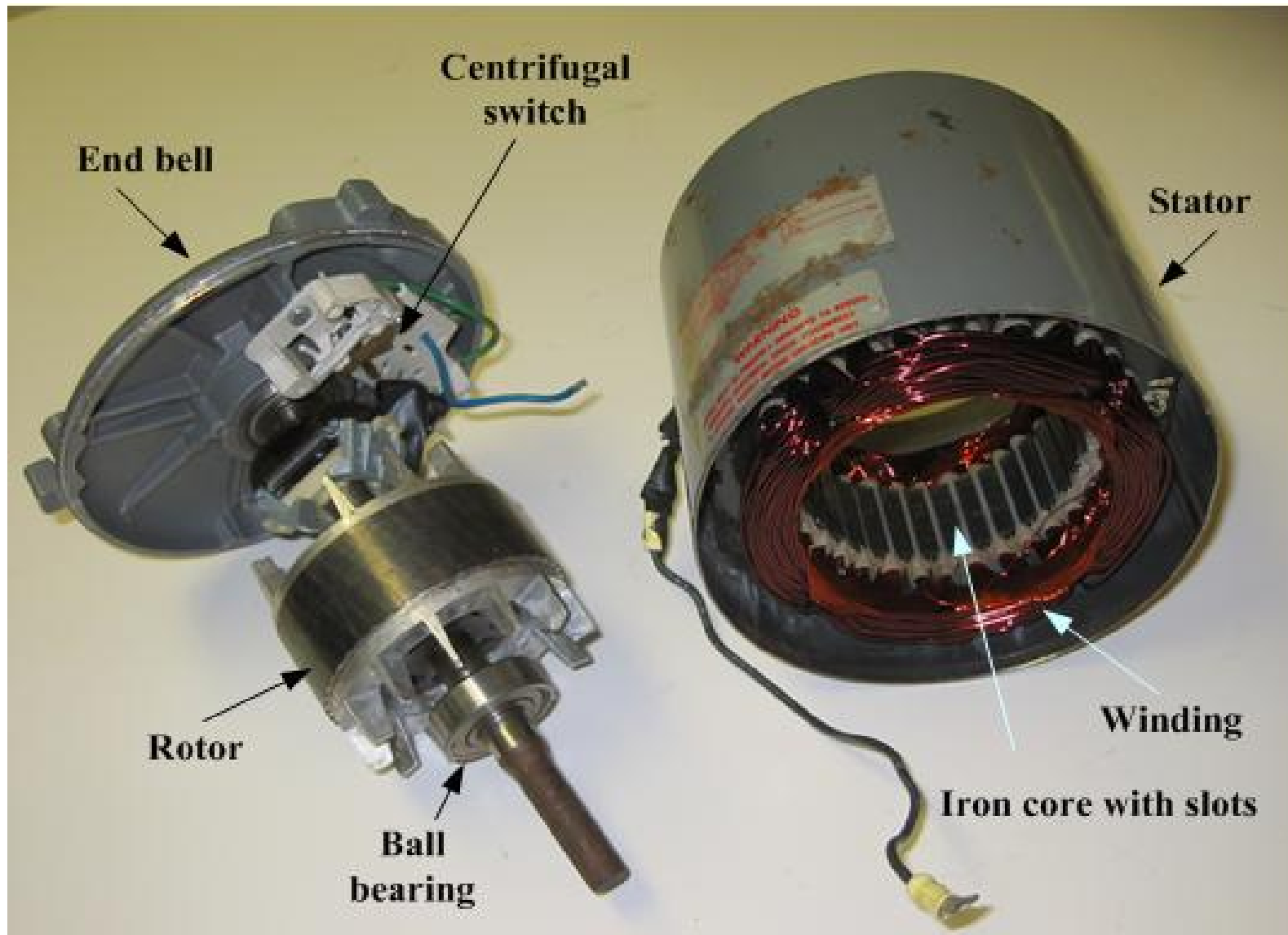
(جریان فشار ضعیف نامی) = جریان خط

ولی در این سیستم توان خروجی افت می کند

$$S_{OUT} = \sqrt{3}V_L - I_L = \sqrt{3}V_{n_L} - I_{n_L} = \sqrt{3}S_{n_{ph}}$$



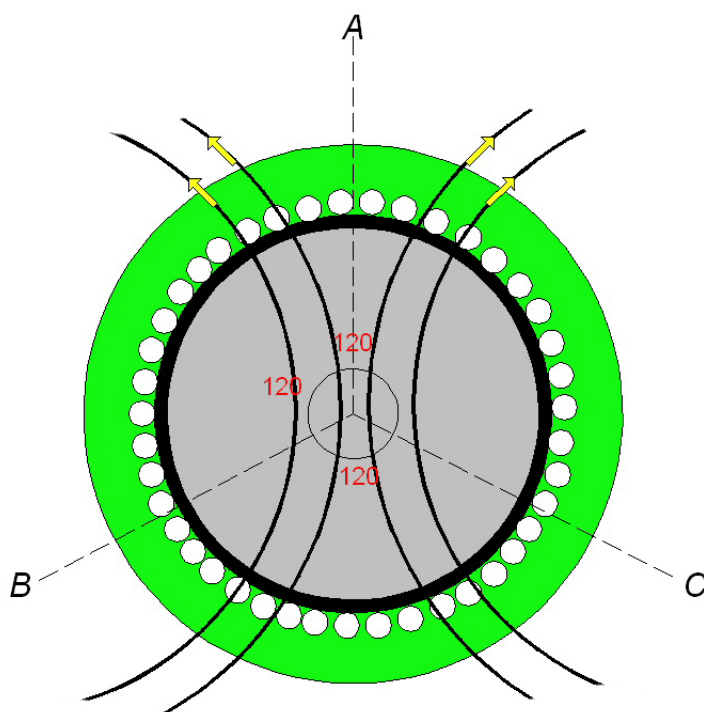
# موتورهای القائی



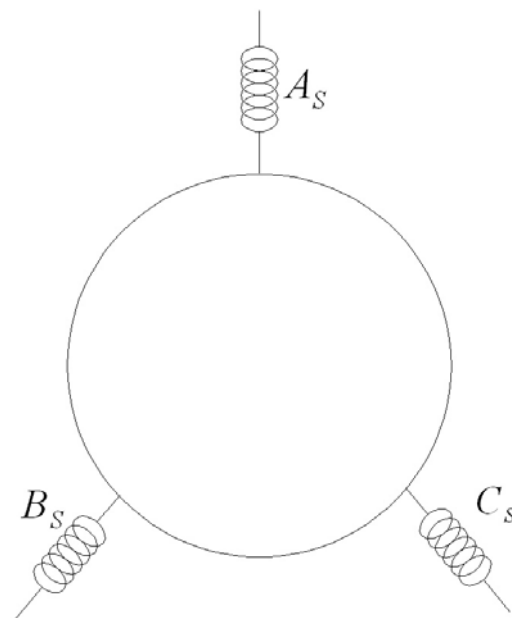
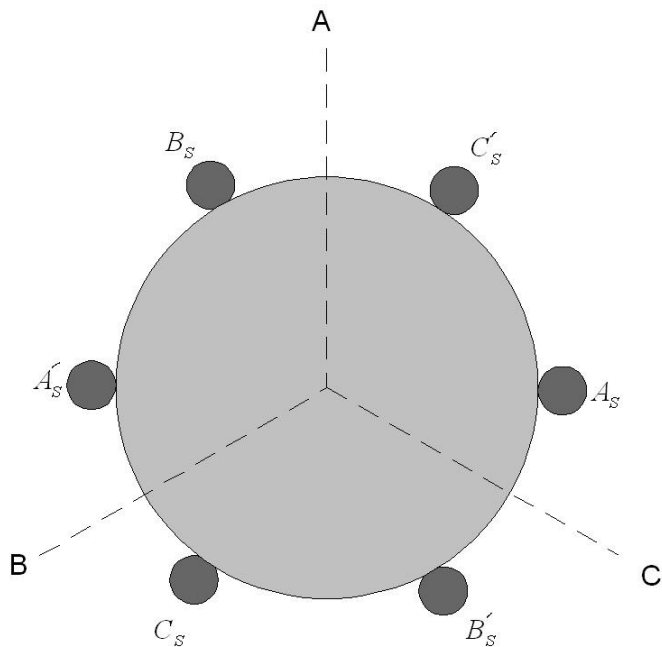
ابتدا به بررسی استاتور می پردازیم و در ادامه به شرح جزییات روتور پرداخته و روابط مربوط به

موتورهای القایی را بیان می کنیم

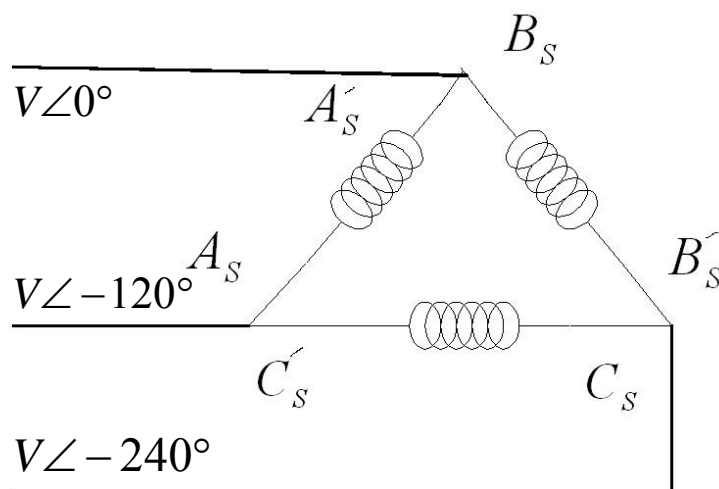
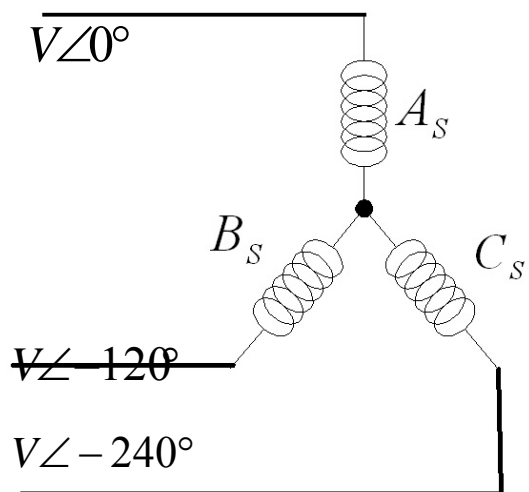
شکل زیر نمونه ای از استاتور موتور القایی را نشان می کنیم.



۴۲ شیار در این استاتور وجود دارد که به ۳ قسمت ۱۴  
تائی تقسیم شده اند. در هر ۱۴ شیار، ۷ کلاف قرار دارد. این  
۷ کلاف سری شده و فاز  $A$  را نشان می دهند. فاز  $B$  فاز  $C$   
نیز به همین ترتیب. بنابراین سه سیم پیچی کاملاً مشابه  
داریم که محورهای مغناطیسی آنها با یکدیگر زاویه ۱۲۰  
درجه الکتریکی دارند. این سیم پیچها که استاتور را کاملاً  
می پوشانند به سیم پیچی سه فاز معروفند و به صورتهای  
زیر نمایش داده می شوند.

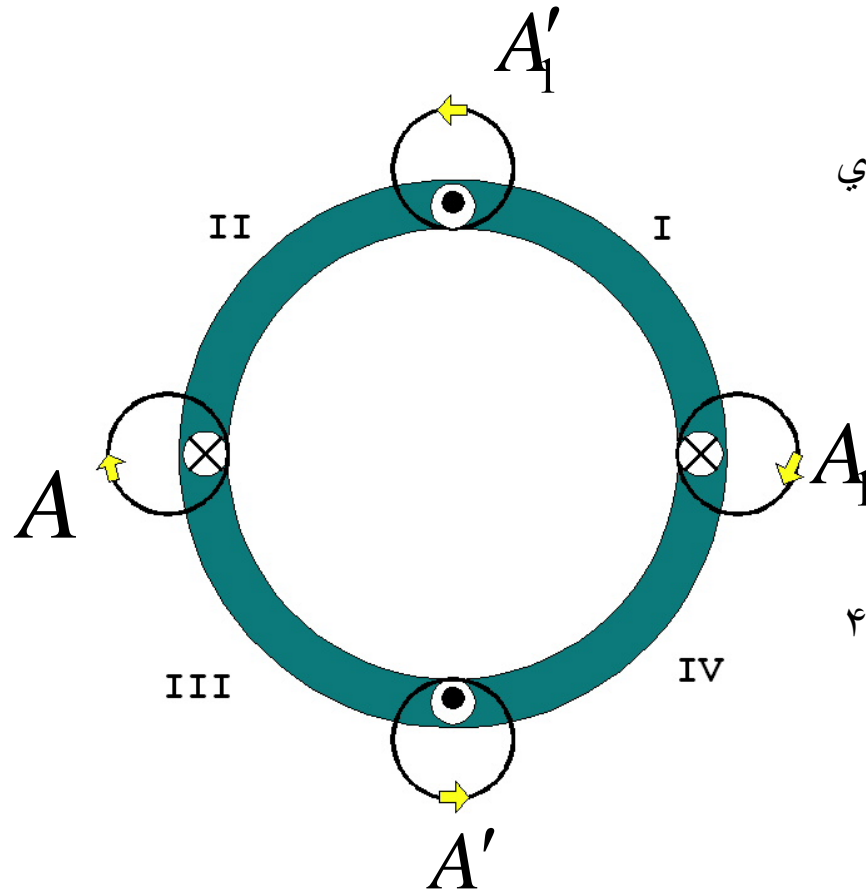


اتصال مجموعه سیم پیچی سه فاز ماشین یا بصورت ستاره یا بصورت مثلث است.



در نهایت این مجموعه هر طریق يك شبکه سه فاز متعادل تأمین می شود. ساختار روتور سیم پیچی نیز شبیه استاتور است و فقط در تعداد حلقه ها با استاتور متفاوت است. به طور مثال ممکن است تعداد حلقه های استاتور ۸۰۰ و تعداد حلقه های روتور ۴۰۰ دور باشد.

در این نوع سیم بندی کل فضای استاتور و روتور به دو قسمت تقسیم می شود و به همین دلیل ماشین با این نوع سیم پیچی، ماشین دو قطب نامیده می شود.



هر کدام از فازهای  $A$  ،  $B$  و  $C$  را اگر تحریک کنیم فضای

استاتور و روتور را به دو منطقه مغناطیسی تقسیم می کند.

یعنی خطوط قوا از يك قسمت وارد و از قسمت دیگر خارج میشوند. سیم پیچی ها را می توان طوری طراحی نمود که

فضای روتور و استاتور را به ۴ منطقه تقسیم کنند و ماشین ۴

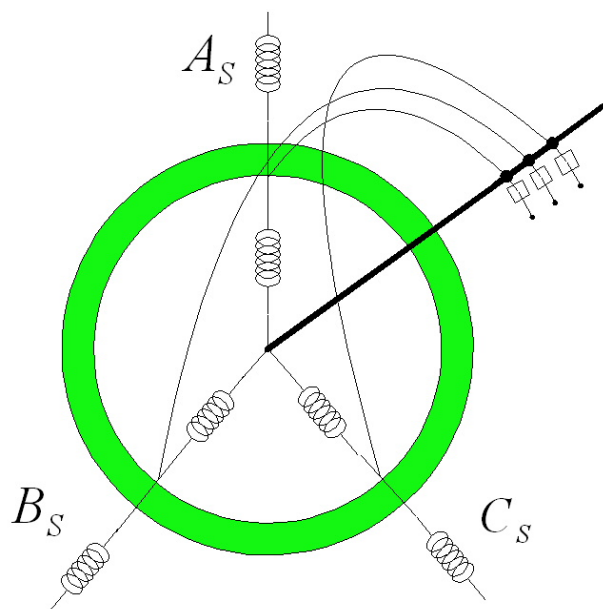
قطب ایجاد نمایند. تعداد قطبهای سیم پیچی روتور باید با

تعداد قطبهای سیم پیچی استاتور برابر باشد.

حال شكل يك روتور سيم پيچي شده را به صورت زير نمايش مي دهيم. سه حلقه روي محور وجود دارد. اين حلقه ها نسبت به هم و نيز نسبت به محور عايقند. ۳ جاروبك هم زير اين حلقه ها وجود دارد. به اين ترتيب ترمينالهاي ثابت روتور ايجاد مي شوند. روتور را به دليل وجود اين حلقه ها ، **روتور رينگي** نيز ميگویند.

علاوه بر ماشينهاي روتور سيم پيچي شده ، **ماشينهاي روتور قفسه اي** نيز داريم. در اين ماشينها شيارها سيم پيچي نمي شوند بلکه شيارها را با شمش مسي يا آلومينيومي پر مي کنند و سپس ابتدا و انتهاي شمش را با دو حلقه مسي اتصال کوتاه ميکنند. اين روتور شکلي شبیه قفس سنجاب پديد مي آورد. به اين دليل به اين ماشينها ، ماشين روتور قفسه اي يا روتور قفس سنجابي

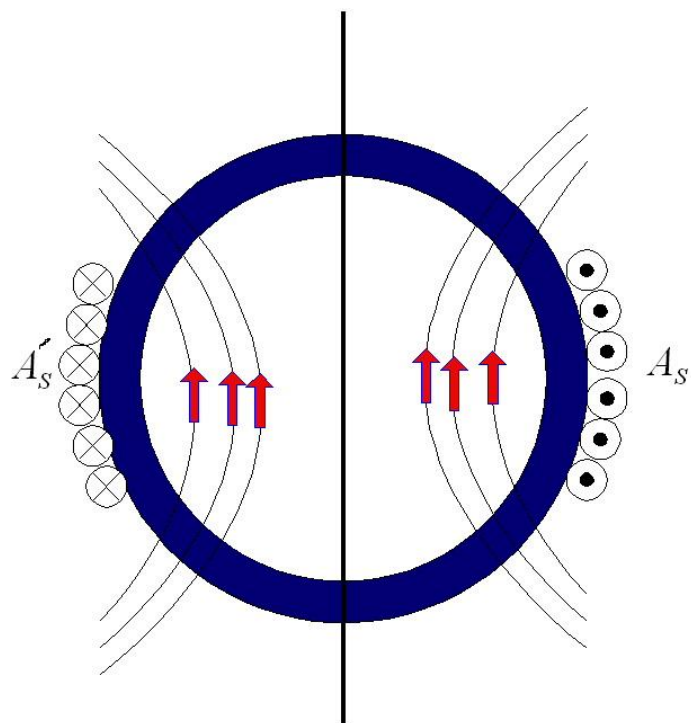
گفته ميشود.



ماشينهاي روتور قفسه اي را بر اساس شكل سطح مقطع شمش فلزي آنها به رده هاي  $F$  و  $E, D, C, B$  تقسيم مي كنند.

در ماشين روتور سيم پيچي اگر روتور و استاتور را به برق سه فاز وصل كنيم و سه ترمينال را اتصال کوتاه كنيم ، ماشين راه اندازي مي شود.

در ماشين روتور قفسه اي براي راه اندازي ماشين ، كافي است كه ترمينالهاي استاتور را به برق وصل كنيم. در ادامه اين عملکرد ماشين القائي روتور سيم پيچي شده را بيان مي كنيم و سپس تئوري را براي ماشين روتور قفسه اي تعميم مي دهيم.

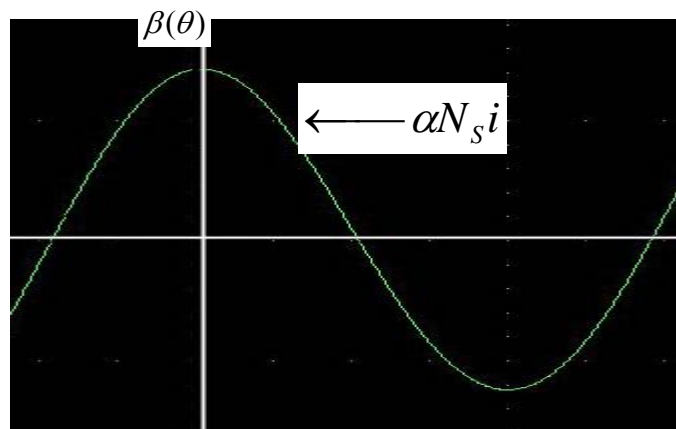


اگر از فاز\_ استاتور جرياني عبور دهيم ميداني ايجاد مي كند كه دو محور تقارن دارد. اين ميدان در شكاف هوائي فرض مي شود . دو خاصيت براي ميدان پديد آمده بر اثر  $\theta$  وجود دارد:

(۱) يك تابع زوج بر حسب  $\theta$  در حوزه فضائي چگالي ميدان ايجاد مي شود.

(۲) نمودار تابع نسبت به نقطه مباني دوره تناوب تقارن مركزي دارد.

در ضمن به علت خطي بودن رفتار ماده مغناطيسي ، پيکهاي چگالي ميدان متناسب با آرمیچر دور است.



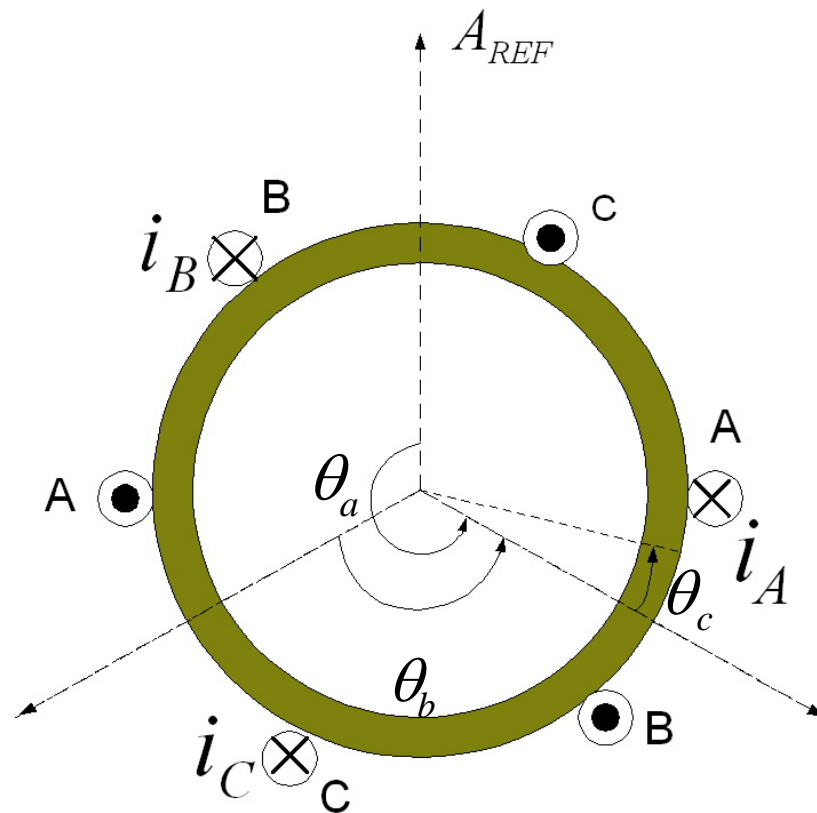
اگر این تابع را بسط سری فوری دهیم، به علت زوج بودن تابع ، جملات فقط از نوع کسینوسی هستند.

$$\beta(\theta, i) = i(a_1 \cos\theta + a_3 \cos\theta + a_5 \cos\theta + \dots) a_R^{\wedge}$$

سعی بر این است که نسبتهای  $\frac{a_3}{a_1}$  و  $\frac{a_5}{a_1}$  ... به سمت صفر میل کنند.

به این هارمونیکها ، هارمونیکهای فضائی چگالی میدان گفته می شود. به این علت که این هارمونیکها دقیقاً به پارامتر مکان مرتبط هستند ، و بر اثر اشباع مغناطیسی ایجاد نمی شود بلکه وضعیت جای گرفتن هادی ها روی استاتور این هارمونیکها را ایجاد کرده است.

اگرسیم پیچی فاز  $B$  را نیز تحریک کنیم به نتایج مشابهی می‌رسیم. با این تفاوت که این بار  $\theta$  را نسبت به محور تقارن فاز  $B$  می‌سنجیم. در مورد فاز  $C$  نیز وضع به همین ترتیب است. اگر هر سه این سیم پیچها ، همزمان دارای جریان شوند توأماً ۳ میدان ایجاد می‌شود. به دلیل اینکه ماشین از نظر مغناطیسی خطی فرض شده است اصل جمع آثار در عملکرد مغناطیسی ماشین صادق است . بنابراین ، این سه میدان در هر نقطه با هم جمع می‌شوند. ماشین زیر را در نظر می‌گیریم:





سیم پیچی روتور این، ماشین باز است و فقط از استاتور آن جریان عبور می‌دهیم و سه سیم پیچی استاتور را همزمان تحریک می‌کنیم. طبق اصل جمع آثار:

$$\vec{\beta}_A = i_A (a_1 \cos \theta + a_3 \cos \theta + a_5 \cos \theta + \dots) \hat{a}_k$$

$$\vec{\beta}_B = i_B (a_1 \cos \theta b + a_3 \cos \theta b + a_5 \cos \theta b + \dots) \hat{a}_k$$

$\theta_b$  باید بر حسب  $\theta$  نوشته شود.

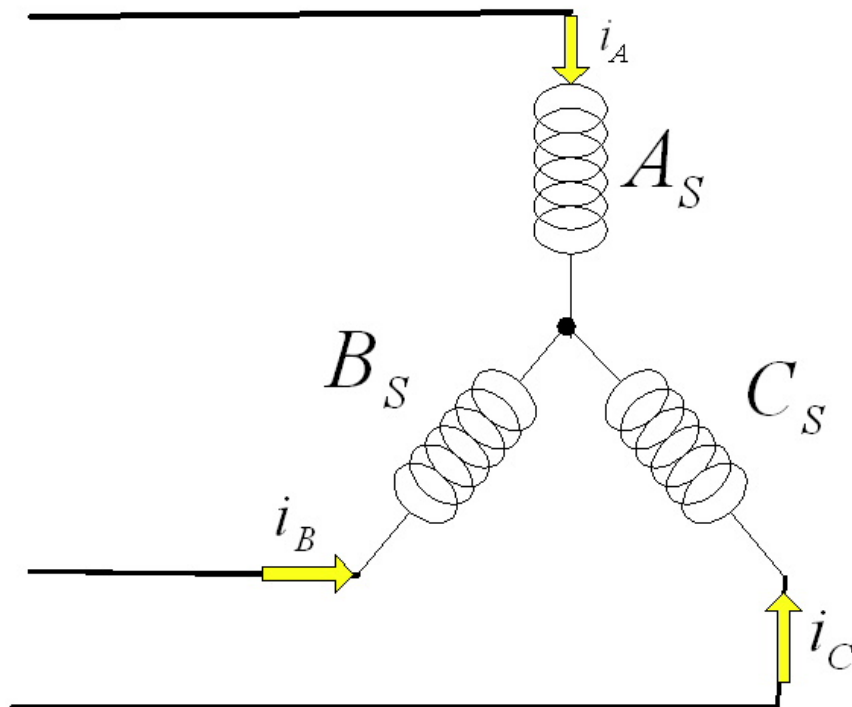
$$\vec{\beta}_B = i_B (a_1 \cos(\theta - 2\frac{\Pi}{3}) + a_3 \cos(\theta - 2\frac{\Pi}{3}) + \dots) \hat{a}_k$$

$\theta_c$  هم بر حسب  $\theta$  برابر است با:  $\theta - 4\frac{\Pi}{3}$  در نتیجه :

$$\vec{\beta}_c = i_c (a_1 \cos(\theta - 4\frac{\Pi}{3}) + a_3 \cos(\theta - 4\frac{\Pi}{3}) + \dots) \hat{a}_k$$

با جمع  $\beta_A$  و  $\beta_B$  و  $\beta_C$  و  $\beta_{ABC}$  بدست مي آيد. به دليل شعاعي بودن ميدانها ، جمع انجام شده برداري نخواهد بود و به صورت جبري انجام مي شود.

همانطور كه اشاره شد، روتور مدار باز است. اتصال استاتور مي تواند به صورت ستاره يا مثلث باشد. وقتي استاتور را به يك منبع سه فاز متعادل متصل مي كنيم، سيم پيچيهاي استاتور و اين منبع معادل يك بار سه فاز متعادل مي شود، بنابر اين جرياني كه از آنها عبور مي كند، جريان سه فاز خواهد بود.



$$i_A = I_m \cos(\omega_N t + \varphi)$$

$$i_B = I_m \cos(\omega_N t + \varphi - 2\frac{\Pi}{3})$$

$$i_C = I_m \cos(\omega_N t + \varphi - 4\frac{\Pi}{3})$$

در نتیجه:

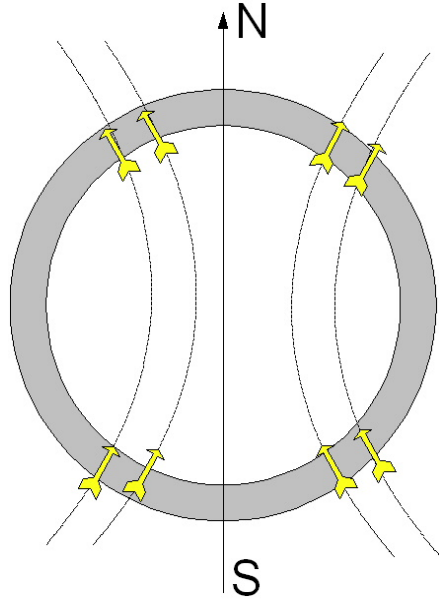
$$\begin{aligned}\vec{\beta}_{ABC} = & a_1 I_m (\cos \theta \cos(\omega_N t + \varphi) + \cos(\theta - 2 \frac{\pi}{3}) \cos(\omega_N t + \varphi - 2 \frac{\pi}{3}) \\ & + \cos(\theta - 4 \frac{\pi}{3}) \cos(\omega_N t + \varphi - 4 \frac{\pi}{3})) \\ & + a_3 I_m (\cos 3\theta \cos(\omega_N t + \varphi) + \cos(\omega_N t + \varphi - 2 \frac{\pi}{3}) + \cos(\omega_N t + \varphi - 4 \frac{\pi}{3})) \\ & + a_5 I_m (\cos 5\theta \cos(\omega_N t + \varphi) + \cos(5\theta - 4 \frac{\pi}{3}) \cos(\omega_N t + \varphi - 2 \frac{\pi}{3}) \\ & + \cos(5\theta - 2 \frac{\pi}{3}) \cos(\omega_N t + \varphi - 4 \frac{\pi}{3}))\end{aligned}$$

حال حاصلضرب  $COS$  ها را تبدیل به حاصل جمع می کنیم.

$$\begin{aligned}\vec{\beta}_{ABC} = & \frac{3}{2} a_1 I_m \cos(\theta - \omega_N t - \varphi) \hat{a}_R + 0 + \frac{3}{2} a_5 I_m \cos(5\theta + \omega_N t + \varphi) \hat{a}_R \\ & + \frac{3}{2} a_7 I_m \cos(7\theta - \omega_N t - \varphi) \hat{a}_R + 0 + \dots\end{aligned}$$

حال مشاهده می شود که هارمونیکهای مضرب ۳، برآیند میدانهای سه فازشان صفر است. و در شکاف هوایی میدانی ایجاد نمی کنند، ولی هارمونیکهای ۱ و ۵ و ۷ و ۹ و ... در ایجاد میدان نقش دارند.

زمان  $t=0$  را در نظر میگیریم در این زمان  $\omega_N t + \varphi = 0$  میدان را در این لحظه رسم می کنیم.



در نتیجه:  $B_{ABC} = 3a_i I_m \cos \theta$

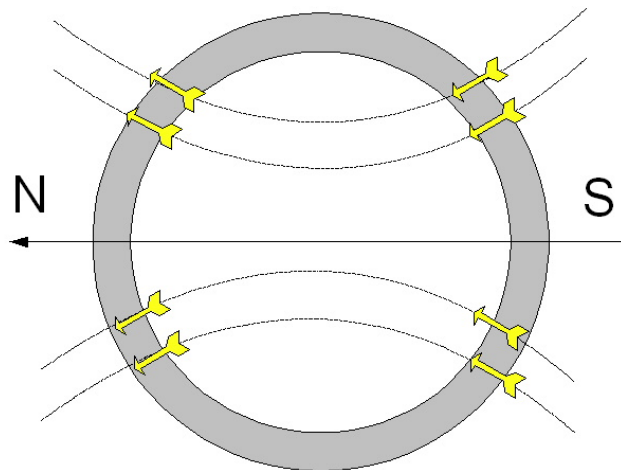
اگر  $\theta = 0$  باشد میدان  $MAX$  خواهد بود.

بعد از گذشت زمان، به زمان  $t_1$  می رسیم. در

این زمان  $\omega_N t + \varphi = \frac{\pi}{2}$

در این حالت  $MAX$  در  $\frac{\pi}{2}$  اتفاق میافتد و  $MIN$  در

نقطه  $\frac{\pi}{2}$  رخ میدهد.



$$B_{ABC} = \frac{3a_i}{2} I_m \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

تمام نقاط مشابه ۹۰ درجه چرخیده اند. بنا بر این

۹۰ ،  $N, S$  درجه چرخیده اند.

اگر با هر زاویه ای بچرخد ۲۷۰، ۶۰ و... روتوری است که ماکزیممش ثابت است، یعنی توزیع چگالی میدان ثابت است، اما خود چگالی میدان از نظر مکانی ثابت نیست بلکه در حال چرخیدن است (روتوری است که دوران می کند). به این خاصیت میدان گردان گفته می شود یعنی مجموعه میدانهای سه سیم-پیچی روی هم رفته میدان گردان می سازند.

میدان گردان در تشریح عملکرد ماشینهای جریان متناوب اهمیت دارد. اگر سه سیم پیچی سه فاز و اگر توزیع فضایی چگالی میدان آنها سینوسی است به شبکه سه فاز وصل میشود. (البته از هارمونیکهای ۳، ۵ و... چشم پوشی شده است) و یک جریان سه فاز متعادل از آنها عبور کند محصول الکترومغناطیسی این مجموعه یک میدان گردان تولید می کند.

یعنی یک زوج قطب بوجود می آورد که با سرعتی می چرخد که البته بعد ثابت خواهد شد که:

$$\theta_{B_{\max}} - \omega_N t - \varphi = 0$$

$$\omega_N = \frac{d\theta_{\max}}{dt}$$

آیا موقعیت  $\theta_{B_{\max}}$  متغیر با زمان است؟ با در نظر گرفتن این که  $\theta_{B_{\max}} = \omega_N t + \varphi$  می توان نتیجه گرفت که  $\theta_{B_{\max}}$  متغیر خواهد بود. پس نقطه ماکریم با سرعت  $\omega_N$  می چرخد (رادیان بر ثانیه).

نقطه صفر با چه سرعتی می چرخد؟ اگر بخواهد  $MIN$  اتفاق بیفتد:

$$\theta - \omega_N t - \varphi = \varphi$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_N$$

یعنی هر نقطه دلخواه که معادل  $\beta$  باشد (اگر فاز  $\beta$  باشد)

$$\theta_x - \omega_N t - \varphi = B$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_N$$

می توان نتیجه گرفت که تمام نقاط با يك سرعت ثابت می چرخند.

نتیجه گیری: وقتی سیم پیچهای سه فازه متعادل داشته باشیم که از شبکه سه فاز متعادل تغذیه شوند، این سیم پیچها توزیع چگالی میدان سینوسی دارند (فرض).

و از هارمونیکهای بالاتر فضایی صرف نظر می شود. محصول میدانهای سه سیم پیچی يك میدان گردان بوجود می آورد. منظور از میدان گردان این است که اگر در يك لحظه دور تا دور شکاف هوایی دور زده شود، چگالی میدانی ایجاد می شود که شکل موج آن دقیقا نسبت به يك تابع مثلثاتی با ماکسیمم  $A$  است. حال اگر در لحظات بعد این عمل تکرار شود ، توزیع چگالی میدان همان تابع مکانی قبلی است که انتقال پیدا کرده است. این انتقال موضعی نیست ، بلکه با سرعت ثابت دوران می کند که به آن سنکرون گفته می شود یعنی میدان گردان با سرعت سنکرون می چرخد.

$$\omega_N = \frac{P}{2} \omega_r \quad f_{mec} = \frac{2f_N}{P} \quad n_s = \frac{120f_N}{P}$$

حال که میدان هارمونیک اصلی تشریح شد به بررسی هارمونیکهای بعدی می پردازیم. در هارمونیکهای سوم میدان گردان ایجاد نمی شود. حال که هارمونیک پنجم، میدان گردان ایجاد می کند با سرعت  $-\frac{1}{5}\omega_N$  (بر اساس  $\theta, \varphi$ ) (با صفر و  $\frac{\pi}{2}$  گرفتن  $\varphi$ ). یعنی  $\frac{1}{5}$  — سرعت میدان گردان هارمونیک اصلی، البته در هارمونیک پنجم میدان گردان ۱۰ قطب است. اگر دو قطب باشد و هارمونیک هفتم میدان گردان با سرعت  $-\frac{1}{7}\omega_N$  بوجود می آورد اگر دو قطب باشد میدان گردان ۱۴ قطب خواهد بود.

بنابراین اگر هارمونیکهای بالاتر حذف شوند می توان نوشت:

$6N + 1$	۱	۷	۱۳	$\frac{\omega_N}{6N + 1}$
$6N + 3$	میدان گردان ایجاد نمی کند			
$6N + 5$	۵	۱۱	۲۳	$\frac{\omega_N}{6N + 5}$

نکته : بد نیست که بدانید معمولا از هارمونیکهای فضائی بالا صرف نظر می شود با هارمونیکهای اصلی نظریه ماشینهای القائی تشریح می شود.

حال اگر دو فاز از سه فاز دز تغذیه عوض شود (هر دو فاز دلخواه) با یافتن میدان گردان روشن می شود که جهت میدان گردان عوض می شود. میدان گردان در هر جهتی که می چرخید در این حالت عکس جهت می چرخد. با در نظر گرفتن هارمونیکهای اصلی در سیم پیچ ها ، سیم پیچی به برق وصل شود، و اشباع خواهد شد. در این حالت هارمونیک جریان بوجود می آید.

میدان گردان چه خواهد شد؟ حالت دیگر این هارمونیک مکانی و فضائی داریم ماشین تغذیه می شود و اشباع در این حالت میدانهای پدید آمده در شکاف هوایی چه خواهد شد؟

اگر يك ماشین القائی سه فازه، روتور باز شده باشد و استاتور آن به يك شبکه سه فاز متعادل وصل شود

محصول الکترومغناطیسی این مجموعه يك میدان گردان است که گوئی يك زوج قطب دارد . اگر ماشین دو قطب باشد که این میدان گردان با سرعت ثابت می چرخد، سرعت این زوج قطب که توزیع چگالی میدان الکتریکی دارد از نظر الکتریکی همواره برابر سرعت دوران جریانهای تغذیه است و از نظر مکانیکی  $\frac{2f}{P} = \frac{120f}{60P}$  يك سیستم سه فازه داریم فاز  $A, B, C$  را به شبکه سه فاز وصل می کنیم.



در این حالت میدان گردابی بوجود آمده که می چرخد. با اتصال کوتاه کردن روتور بحث کیفی را دنبال می کنیم و به دنبال آن به صورت کمی نتیجه گیری خواهیم کرد.

هنگامی که میدان می چرخد هادیهای روتور را قطع خواهد کرد، و در نتیجه در این هادیها ولتاژی القا می شود.

با استفاده از قانون فرمی میتوان جهت جریان این ولتاژ را پیدا کرد. با توجه به قانون فرمی باید هادی بچرخد و میدان ثابت بماند. در این حالت میدان باید به کف دست راست وارد شود و شصت در جهت حرت هادی باشد. چهار انگشت جهت جریان القایی را نشان می دهد پس با استفاده از این قانون جریانی که در هادی القا میشود به دست می آید. این جریان ایجاد شده در میدان استاتور است از آنجا که این جریان درون میدان است پس بر روتور نیرو القا می شود که این نیروها به صورت زوج نیرو می باشند (به دلیل چگالی میدان برابر و جریان مشابه).

همچنین با به کار گیری قانون دست چپ فرمی جهت این نیروها مشخص می شود. به این ترتیب که اگر شار به کف دست چپ وارد شود، جریان هادی در جهت چهار انگشت و شصت جهت نیرو را نشان می دهد هادی های روتور تحت تاثیر گشتاور حاصل شده از این نیرو قرار می گیرند و شروع به حرکت می کنند لذا اتصال کوتاه شدن روتور و دنبال کردن بحث هایی که شد این نتیجه را به دنبال دارد که پا به پای میدان

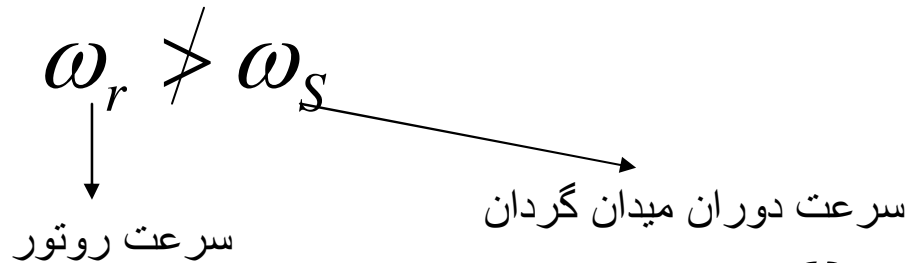
گردان روتور نیز به حرکت در می آید و می چرخد یعنی روتور تحت تاثیر و در جهت میدان گردان دوران می کند. حال چند سوال مطرح می شود:

حال که با اتصال کوتاه شدن روتور، روتور به حرکت واداشته می شود. آیا این ماشین می تواند به سرعت ماندگار برسد؟ بله، به سرعت ماندگار می رسد. می توان نشان داد که گشتاور الکترو مغناطیسی پدید آورده در ماشین میانگین مخالف صفر دارد و این شرط لازم وکافی برای دوران ماندگار با سرعت ثابت می باشد. اگر به سرعت ماندگار برسد محدوده سرعتش چقدر است؟

حال ببینیم آیا سرعت روتور می تواند به سرعت سنکرون برسد یعنی  $\omega_s = \omega_r$ ؟  
ابتدا به این سؤال پاسخ می دهیم که: آیا در روتور ولتاژی القا می شود، اگر که روتور پا به پای استاتور بچرخد؟ پاسخ منفی است چرا که در این صورت شار روتور ثابت می شود. پس خطوط قوای میدان گردان سیم پیچی روتور را قطع نمی کنند، در نتیجه ولتاژی القا نمی شود در نتیجه جریانی در آن القا نمی شود و نتیجه ی اصلی آن که هادی های روتور حاوی جریان نخواهند بود و گشتاور از بین می رود. و اگر گشتاور که دلیل اصلی حرکت روتور است از بین برود روتور دیگر توان چرخیدن نخواهد داشت. پس سرعت ماندگار روتور نمی تواند سرعت سنکرون باشد. چرا که گشتاور صفر خواهد شد و ماشین به خاطر اصطکاک و باری که روی آن است سرعتش افت پیدا می کند. پس این امر امکان ندارد.

آيا مي تواند با سرعتي بيشتر از سرعت سنكرون بچرخد؟

پاسخ منفي است چرا كه جهت جريان وارونه شده و در نتيجه گشتاور معكوس خواهد شد و ماشين ترمز خواهد كرد.



در اينجا مفهوم لغزش بوجود مي آيد ( $\omega_r < \omega_s$ )

$$S = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s}$$

لغزش يا لنگي

كه لغزش عبارت است از انحراف سرعت ماندگار روتور از سرعت سنكرون.

يعني روتور به نسبت اندازه  $S$  نسبت به سرعت سنكرون لنگ مي زند.

پس از بحث كيفي ، مي خواهيم به صورت كمّي ماشين را بررسي كنيم و مدار معادل را براي ماشين بدست آوريم . وقتي ماشين بي بار باشد يعني به حالي كه مدار موتور باز باشد برگرديم يعني بار مكانيكي چرخاننده نميشود. اصطلاحاً ماشين بي بار است. استاتور را به برق وصل کرده ، روتور هم كه باز است . يك ميدان-گردان ايجاد مي شود. اين ميدان گردان ميچرخد و سيم پيچي هاي روتور و استاتور را قطع مي كند.

یاد آوری: در ماشینهای الکتریکی دیدیم که اگر يك میدان با سرعتی ثابت يك سیم پیچی را قطع کند ولتاژی در آن سیم پیچی القا می شود که دارای شکل موجی دقیقاً مانند شکل موج چگالی میدان آن میدانی که بوجود می آید می باشد.

چون توزیع فضایی چگالی جریان سینوسی است پس ولتاژ القایی که در  $C, B, A$  روتور هم سینوسی می باشند. در نتیجه ۶ ولتاژ القایی سینوسی خواهیم داشت که چون سرعت زوج قطب نسبت به تمام سیم پیچها یکسان است پس فرکانس برق القایی در تمام سیم پیچی ها یکسان است پس فرکانس برق القایی در تمام سیم پیچ ها یکسان است با کمی دقت روشن می شود که به دلیل این که سه سیم پیچی استاتور دارای حلقه های برابر هستند پس دامنه ولتاژ های القایی در استاتور برابر می باشند و به همین ترتیب می توان برای روتور استدلال کرد. تنها این ولتاژهای القایی در فازشان می باشند. مثلاً  $B$  نسبت به  $A$ ،  $120^\circ$  تاخیر فاز دارد. یعنی  $A$  هر حالت مغناطیسی داشته باشد  $B$  پس از  $120^\circ$  این حالت را احساس می کند.

$$e_{AS} = E_{mS} \cos \omega_S t$$

$$e_{BS} = E_{mS} \cos(\omega_S t - 2\frac{\pi}{3})$$

$$e_{CS} = E_{mS} \cos(\omega_S t - 4\frac{\pi}{3})$$

$$e_{AR} = E_{mR} \cos \omega_R t$$

$$e_{BR} = E_{mR} \cos(\omega_R t - 2\frac{\pi}{3})$$

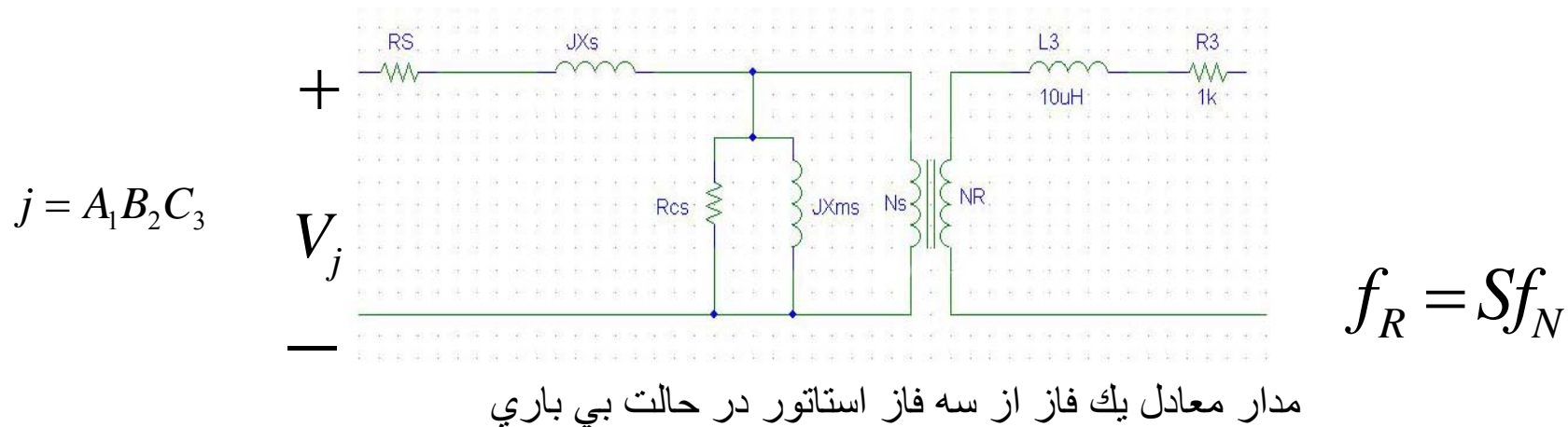
$$e_{CR} = E_{mR} \cos(\omega_R t - 4\frac{\pi}{3})$$

مي توان گفت كه:  $\omega_s = \omega_r$  يعني فرکانس برق القايي روتورواستاتور يکي است.

تنها تفاوت آنها در تعداد حلقه ها مي باشد بنا بر اين نسبت  $\frac{E_{ms}}{E_{mr}} = \frac{N_s}{N_r}$  با نسبت حلقه هاي آنها بيان مي شود  
بنابراين دو گروه ولتاژ القايي سه فاز داريم با نسبت  $\frac{E_{ms}}{E_{mr}}$  كه فرکانس برابر دارند و كه اين خصوصيات  
نمايش دهنده يك ترانسفورماتور سه فاز مي باشد.

بنابراين دو گروه ولتاژ القايي سه فاز داريم با نسبت  $\frac{N_s}{N_r}$  كه فرکانس برابر دارند  $\omega_n = \omega_s = \omega_R$   
و كه اين خصوصيات نمايش دهنده يك ترانسفورماتور سه فاز مي باشد .

مي توان گفت كه اين ماشين القايي (در حالت بي باري) مانند يك ترانسفورماتور سه فاز است. بنا بر اين مدار  
معادل به صورت زير خواهد بود.



فرم بعد این است که روتور را اتصال کوتاه کنیم. می خواهیم ببینیم که چه اتفاقی پس از اتصال کوتاه شدن روتور رخ می دهد.

ابتدا به صورت کیفی این پدیده و نتیجه ای که رخ می دهد را شرح می دهیم، سپس به صورت کمی مدل  $C, B, A$  سازی می کنیم. گر به نمایش روتور و استاتور توجه کنیم می بینیم که هر دو شامل سه سیم پیچی هستند که هر کدام می توانند يك میدان گردان ایجاد کنند که این میدان با سرعتی مثل سرعت سنکرون می چرخد.

وقتی که ولتاژی در روتور القا می شود ( $e_s$ ) به طور طبیعی می بینیم که ولتاژ ایجاد شده جریانی در سیم پیچی روتور بوجود می آورد و سیم پیچی حامل جریان در خود میدان روتور قرار دارد و احتمال اینکه گشتاوری که به روتور اعمال شود می باشد. مسیر  $e_s$  بسته می شود و جریانی بوجود می آید که درون سیم پیچی های روتور وجود دارد که دارای جریان می شود و از طرفی درون میدان قرار دارند، پس احتمال اینکه در سویی میدان به این سیم پیچها نیرو اعمال شود هست. اثبات شد که با فرض این که روتور به سرعت ماندگار برسد حتما سرعت روتور از سرعت سنکرون کمتر است. و از لغزش صحبت شد، در همین جا دو نکته را توضیح می دهیم :

(۱) وقتی که ماشین با سرعت ثابتی می چرخد می توان به این ترتیب مطرح کرد که میدان گردان با سرعت  $\omega_s - \omega_r$  سیم پیچی های روتور را قطع می کند که در تغییر اساسی در مدار بوجود می آید. وقتی میدان گردان با سرعت  $\omega_s$  می چرخد سرعت القایی باید  $\omega_r$  می بود

$$S = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s}$$

$\omega_s - \omega_r$	?
$\omega_s$	$\overline{E}_r$

 $\longrightarrow \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \overline{E}_r = S \overline{E}_r$

ماشین با سرعت ثابت زیر بار می رود .

(۲) وقتی میدان گردان ماشین با سرعت سنکرون می چرخد و روتور را قطع می کند فرکانس برق القایی با فرکانس روتور برابر است. ( $f_N$ : فرکانس شبکه تغذیه ماشین) اگر سرعت ماشین در حالت ماندگار  $\omega_r$  باشد به طوریکه میدان گردان با این سرعت سیم پیچی روتور را قطع کند،

$$f_r = \frac{\omega_s - \omega_r}{S} f_N = S f_N$$

پس این تغییرات نسبت به حالت بی باری در ماشین داده می شود

$$X_r = 2\Pi f_N l_r$$

$$SX_r = 2\Pi S f_N l_r$$

در حالت با باری نسبت به بی باری می توان بعد از اینکه توضیحات کیفی داده شد، از نظر کمی بررسی را دنبال کرد .

در اینجا توان از استاتور به سوپروترور می رود.  $\bar{I}_S = \bar{I}_{sm}$  را در نظر بگیرید. به توانی که از شبکه به روتور داده می شود توان شکاف هوایی گفته می شود. توانی که از استاتور به میدان گردان روتور می رود برابر است با:

$$P_G = J E_S I_{sm} \cos \theta \bar{E}_{sm}$$

این توان در دو طرف ترانس به دو قسمت تلفات اهمی روتور و توانی که توسط گشتاور بصورت مکانیکی



$$\frac{E_r}{E_s} = \frac{N_r}{N_s}$$

در می آید مصرف می شود. این توان بر این اساس نوشته می شود که:

می توان  $E_s$  را بر حسب  $E_r$  و  $\frac{N_r}{N_s}$  هم نوشت:

از طرفی ترانس مورد نظر ایده آل است و مجموع آمپر دور آن صفر یا با توجه جریانهها برابر باشند. چون ترانس ایده آل است هرگز زاویه و اختلاف فاز ورودی و خروجی نمی تواند نا برابر باشد.

$$N_s I_{sm} = N_r I_r \cos \angle (\overline{SE_r} \cdot \overline{I_r})$$

در غیر اینصورت تلفات بوجود می آید.

حال آنکه نباید تلفات داشته باشیم. (ترانس ایده آل)

در نتیجه:

$$P_B - J \overline{E_R} \overline{I_r} \cos \angle (\overline{SE_r} \cdot \overline{I_r})$$

توان الکتریکی دو سر  $\bar{I}_r$  توانی است که در دو سر خروجی تلف میشود.

$$PRr - JRrIr^2 = J(S\bar{E}_r)IR\cos\angle S\bar{E}_r.\bar{I}_r$$

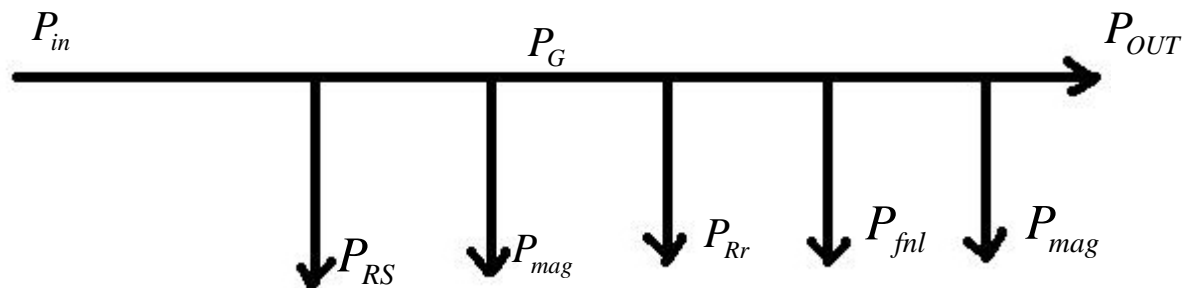
پس از ساده سازی خواهیم داشت :

$$PRr = S(J\bar{E}_r + Ir\cos\angle S\bar{E}_r.\bar{I}_r)$$

$$PRr = SP_G$$

با توجه به اینکه گشتاور با سرعت ثابت میچرخد :  
 $P_{mec} = P_G - P_{Rr} = P_G - SP_G = (1 - S)P_G$   
 به عبارت دیگر از آن توانی که از استاتور به دوتور میرود،  $SP_G$  تلفات اهمی دوتور باقی آن  $(1-S)P_G$  توانی است که به صورت مکانیکی متحول شده است.

روند تحول انرژی توسط دیاگرام زیر نمایش داده شده است :



$$P_{in} = SV_{Phs} * I_{Phs} \cos \angle \bar{V}_{Ph}.\bar{I}_{Ph}$$

$$P_{Rr} = JRrI_r^2 = SP_G$$

- دو توان کم شود باقیمانده توانی است که از

$$P_{mec} = (1 - S)P_G$$

$$P_{nl} = f(w_r)$$

- طرف شکاف هوایی به دوتور منتقل میشود که تلفات
- اهمی دوتور نیز از آن کم میشود و از توان مکانیکی هم مقداری به دلیل اینکه مجور با ماشین اصطکاک دارد و ضمناً دوتور با هوا اصطکاک دارد کم میشود و باقیمانده توان در اختیار بار قرار میگیرد که از آن هم کاسته شده است. این روند تبدیل توان در ماشین است.
- تلفات اصطکاکی به جنس مواد درگیر با هم  $P_{fnl}$  و در حال حرکت دارد. طبیعی است جنس روتور، هوایی که در آن دوران میکند، اجزایی که در آن پیوند دارد، در نتیجه جنس ماشین در تعیین اصطکاک تأثیر دارد، پس شکل ماشین و ساختار هندسی در اصطکاک تأثیر دارد و با گذر زمان تغییر نمی کند و ثابت است.
- عامل دیگر سرعت است که در کنار جنس و شکل ماشین روی هم رفته اصطکاک را معین میکند. تنها عامل متغیر سرعت است.
- با اندکی توجه روشن میشود که این مدار دو چهره است. یعنی الکتریکی - مکانیکی است و این حالت مطلوبی نیست. این توان مکانیکی را به صورت الکتریکی مدلسازی می کنیم.

$$P_{fn} = f(\omega_r)$$

- میتوان آن را به صورت مقاومت مدل کرد. تلفات در مقاومت خروجی هم ارز توان مکانیکی ایجاد شده است. در نتیجه بصورت الکتریکی مدلسازی میکنیم. با نگاهی به روابط خواهیم داشت :

$$P_G = J \left( \frac{R_r}{S} \right) I_r^2$$

$$P_{mec} = (1 - S) P_G \quad P_R = S P_G$$

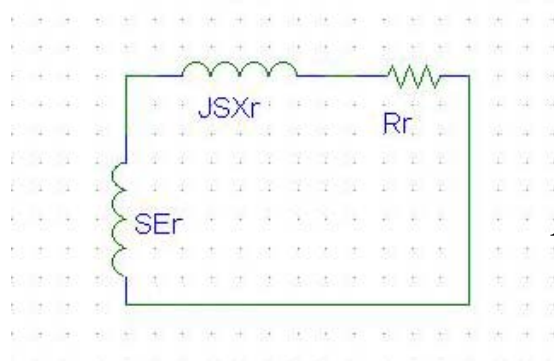
$$P_{mec} = J \left( \frac{S - 1}{S} R_r \right) I_r^2 = J \left( \frac{1}{S} - 1 \right) R_r I_r^2$$

$$\left( \frac{1}{S} - 1 \right) R_r$$

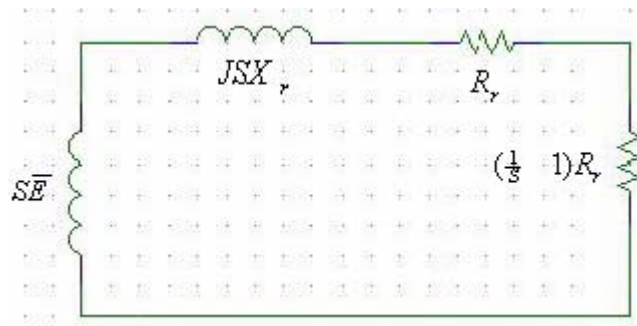
- مقاومتی که در یک فاز بار را میتواند مدل کند :

- با توجه به مدل کشیده شده میتوان گفت مدار

- به صورت روبرو است.



$$I_r = \frac{S \bar{E}_r}{R_r + JX_r} = \frac{\bar{E}_r}{\frac{R_r}{S} + JX_r} = \frac{\bar{E}_r}{\left( \frac{1}{S} - 1 \right) R_r + R_r + JX_r}$$

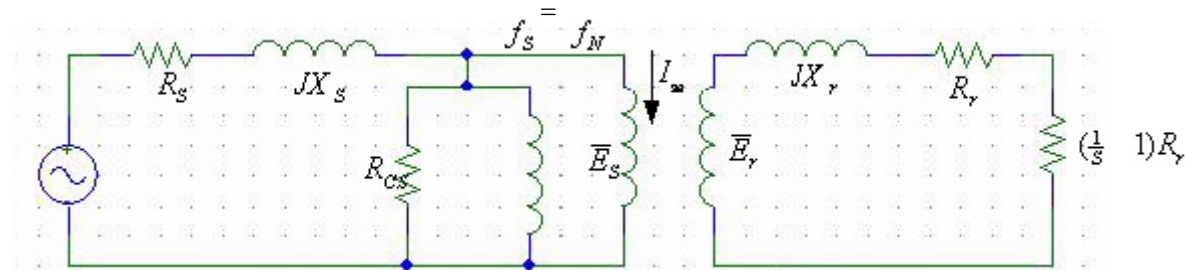


- به عبارت دیگر این مدار میتواند بصورت روبرو باشد.

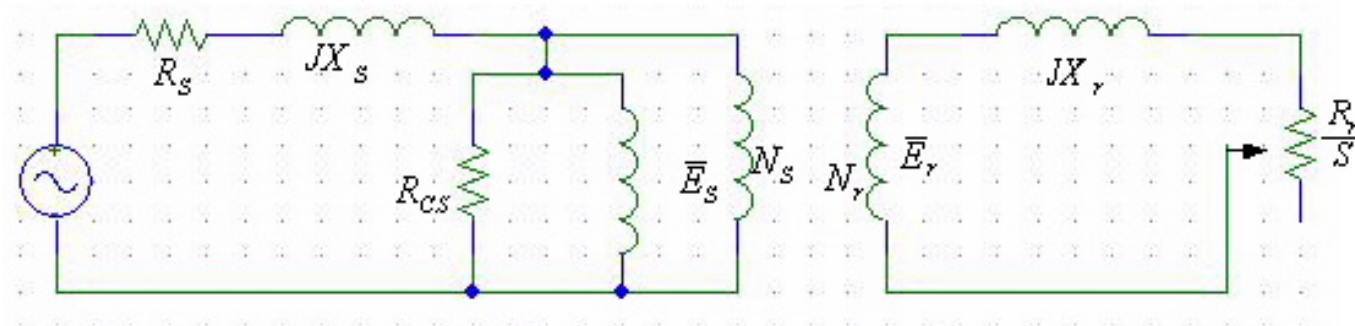
- تفاوت : مقاومت دارای تلفاتی دقیقاً برابر تلفات

- اهمی دوتور است.

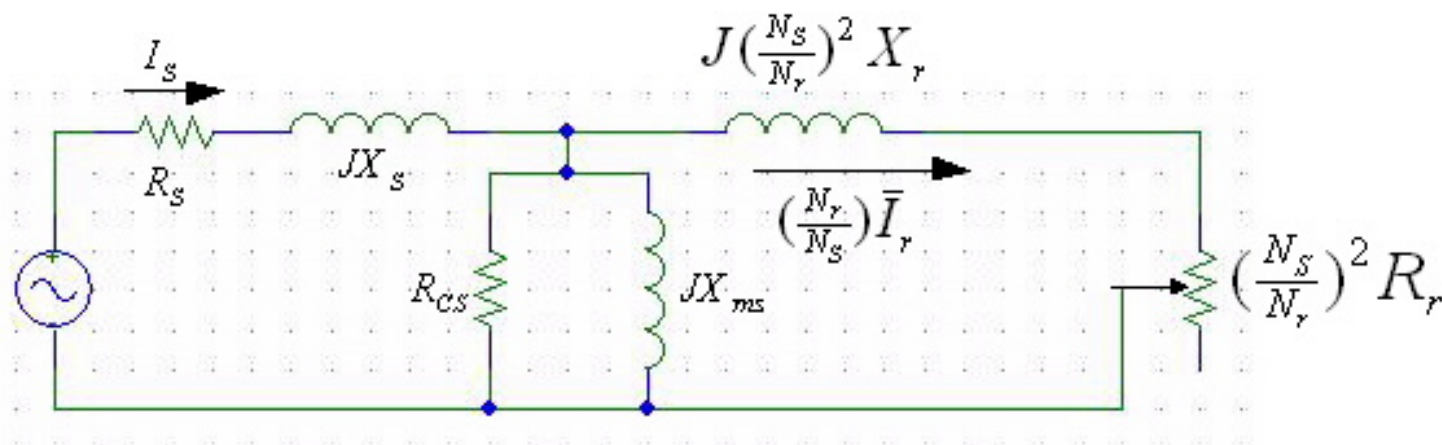
- با سه برابر کردن توان روی مقاومت  $R_r (1 - \frac{1}{S})$  میتوان به توان مکانیکی دست یافت. این مقاومت مطلوبست که میتواند در مدار اصلی قرار بگیرد. مزیت دیگر این که داکتانس مدار در این مدار  $X_r$  است و فرکانس  $f_N$  است در صورتی که در مدار اصلی  $Sf_N$  است.



- مدار معادلی که از نظر مغناطیسی تغییری در سیستم بوجود نمی آورد مقاومتی در آن جایگزین شده است که توان مصرفی در آن توان مکانیکی یک فاز را میدهد که اگر تبدیل شود توان مکانیکی سه فاز را میدهد و فرکانس آن فرکانس برق شبکه است.
- در واقع ترانسفورماتور ایده آل است به این رتیب دیدیم که مدار اصلی مداری است که تلفات  $R_r$  تلفات اهمی و توان دو سر مقاومت خروجی توان یک فاز را میدهد.
- میتوان آنها را با هم ادغام کرد و به مدار زیر رسید :



- توان مصرفی در  $\frac{R_r}{S}$  کل توان مصرف شده در دوتور است که همان توان شکاف هوایی است که  $S$  برابر تلفات اهمی دوتور و  $(1-S)$  برابر توان مکانیکی پدید آمده است. در نتیجه یک مدار الکتریکی خالص بدست آمده که فقط الکتریکی است. پس میتوان آخرین مرحله را طی کرد و ترانس ایده آل را برداشته و عناصر الکتریکی طرف دوتور را طرف استاتور منتقل کرد و به مدار زیر رسید :



- برای بدست آوردن مدار معادل نهایی در ترانس واقعی به یاد داشته باشید که  $R_{cs}$  نشان دهنده تلفات هسته و  $X_s$  نشان دهنده داکتانس مغناطیسی است . با ورقه ورقه کردن هسته ترانس تلفات هسته به شدت پایین میاید . و تلفات هسته زبس نیز کم میشود. با کاهش آنها  $R_{cs}$  بزرگ میشود و برای این که  $JX_{ms}$  بزرگ شود باید ضریب نفوذ هسته بزرگ شود. توانایی در افزایش  $JX_{ms}$  به اندازه کاهش تلفات هسته نیست.  $R_{ct} > X_{mt}$  با کمی دقت میتوان دید در این ماشین القایی  $X_{ms}$  نشان دهنده داکتانس مغناطیسی استاتور است.

- یک ترانس در نظر بگیرید که دارای ضریب قدرت یک و توان اسمی آن 100 w از نظر سیم پیچی ها مشابه ، هسته ترانس یکپارچه است. شکاف هوایی ندارد در نتیجه داکتانس کوچک دارد.

- $X_m$  بزرگ اما هسته ترانس ماشین القایی دارای شکاف هوایی است و رلوکتانس بزرگ و داکتانس کاهش میابد.

$$R_{CT} > X_{mT} > x_{mT} > x_{mm}$$

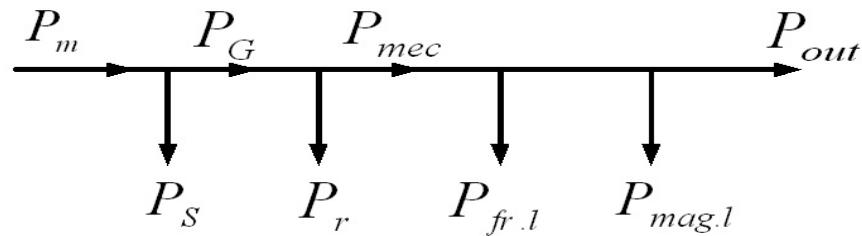
- شکاف هوایی در هسته ترانسفورماتوری که موتور را مدل میکند باعث کم شدن داکتانس مغناطیسی میشود. در هسته ترانس واقعی فرکانس نوسانهای چگالی میدان در همه جا یکسان و با فرکانس شبکه برابر است اما در ماشین القایی در ماده استاتور فرکانس  $f_N$  است در ماده دوتور فرکانس  $Sf_N$  است و  $S$  هم کوچکتر از  $N$  حدود 4 درصد، 5 درصد است. تلفات هسته موتور 100 kw بیشتر است یا تلفات هسته نظیر 100kw ؟

- پاسخ : فرکانس تعیین کننده تلفات میباشد بنابراین در حجم یکسان فرکانس یکی برابر و دیگر تکه تکه است پس تلفات هسته ترانس بیشتر است.

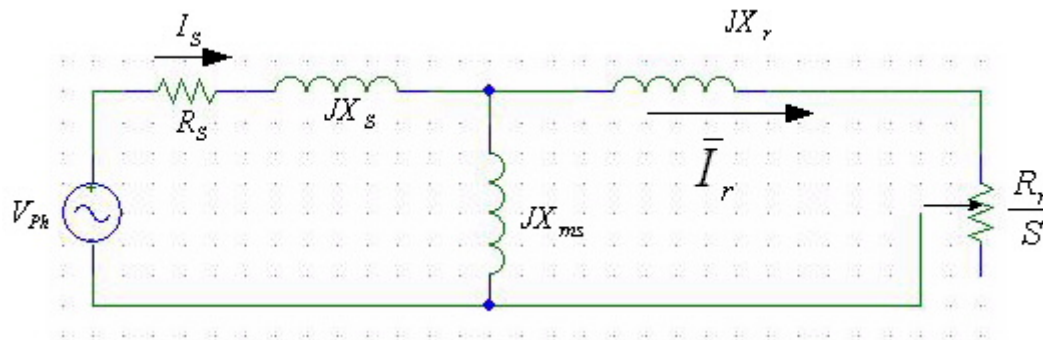
- مقاومت موتور بیشتر است چون تلفات آن بیشتر است.

- $X_{mm}$  در دوگام کوچکتر از  $R_{cm}$  است میتوان گفت جریان  $R_{cm}$  کمتر از  $JX_{ms}$  است و در نتیجه  $R_{cm}$  حذف میشود. این حذف از نظر تحلیل جریان درست است.

- جریان  $R_{cm}$  کم است ولی تلفات بزرگی دارد و از نظر تحلیل توان مشکل ایجاد میشود پس تلفات در دیاگرام از بین میرود . برداشتن این تلفات درست نیست پس از خروجی کم میکنیم (در مدل اصلی مشکل ایجاد نمیشود) و دیاگرام آن به شکل زیر در میآید.



- و مدار آن به شکل زیر در خواهد آمد.



- در اینجا تلفات مغناطیسی وجود دارد که به فرکانس و چگالی میدان بستگی دارد. فرکانس استاتور ثابت و در نتیجه فرکانس دوتور متغیر است. فرکانس دوتور  $Sf_N$  است.

$$f_r = Sf_N = \frac{\omega_s - \omega_n}{\omega_s} f_N$$

$$P_{Rat} = P_{magl} + P_{frl}$$



- در این روند تحول قدرت یک گشتاور در نقطه A تعریف میشود.
- و بیان میکنیم:  $T_e = \frac{P_G}{\omega_r}$  (مفهوم ریاضی، که هیچ مفهوم فیزیکی و معینی ندارد)
- یعنی هیچ زوج نیرویی وجود ندارد که با این گشتاور بچرخد و گشتاور در نقطه B را چنین بیان میشود قابل قبول است زیرا دوتور با سرعت میچرخد و گشتاور در آن تعریف میشود.

$$T_{ml} = \frac{P_{mec}}{\omega_r} \quad ۲) \quad T_{aut} = \frac{P_{aut}}{\omega_r}$$

- می توان گفت گشتاور ۱ و ۲ با هم برابرند با توجه به اینکه توان مکانیکی :

$$P_{mec} = (1 - S) P_G$$

$$S = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \rightarrow \omega_r = (1 - S) \omega_s$$

$$T_e = \frac{P_G}{\omega_s} \quad T_e = \frac{P_G}{\omega_s} = \frac{(1 - S) P_G}{(1 - S) \omega_s} = \frac{P_{mec}}{\omega_r} = T_M$$

- گشتاور الکترو مغناطیسی با گشتاور مکانیکی ایجاد شده برابرند :

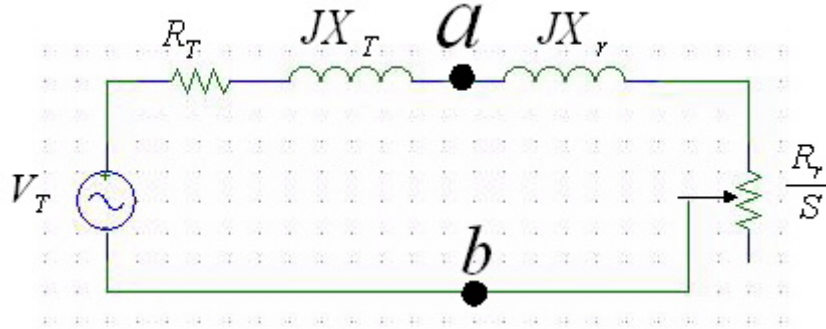
$$T_{aut} = \frac{P_{sh}}{W_r} = \frac{P_{mec} - P_{Ratl}}{W_r} = T_{Mt} = \frac{P_{Ratl}}{W_r}$$

- در یک موتور تلفات چرخشی باید کم باشد. با تقریب مناسب میتوان گفت  $T_{aut} = T_{m.1}$
- گشتاور الکترو مغناطیسی با گشتاور مکانیکی پدید آمده برابر است و تقریباً برابر گشتاور خروجی است. اگر  $T_e$  محاسبه شود با دقت زیادی گشتاور خروجی بدست می آید .

$$P_G = J \left( \frac{R'_r}{S} \right) I'^2_r$$

$$T_e = \frac{P_G}{W_s} = \frac{J \left( \frac{R'_r}{S} \right) I'^2_r}{W_s}$$

- با پیشنهاد یک راه ساده به صورت زیر عمل میکنیم.
- با تعیین دو نقطه **a** و **b** نوشتن افزایش از این دو نقطه خواهیم داشت :



$$\bar{V}_T = \bar{V}_{ph} \frac{JX_{ms}}{R_s + JX_s + JX_{ms}} = \bar{V}_{ph} \frac{X_{ms}}{X_s + X_{ms}}$$

$$Z_T = \frac{JX_{ms}(R_s + JX_s)}{R_s + JX_s + JX_{ms}} \approx \underbrace{\frac{X_{ms}}{X_s + X_{ms}}}_{R_T} R_s + J \underbrace{\frac{X_{ms}}{X_{ms} + X_s}}_{X_T} X_s$$

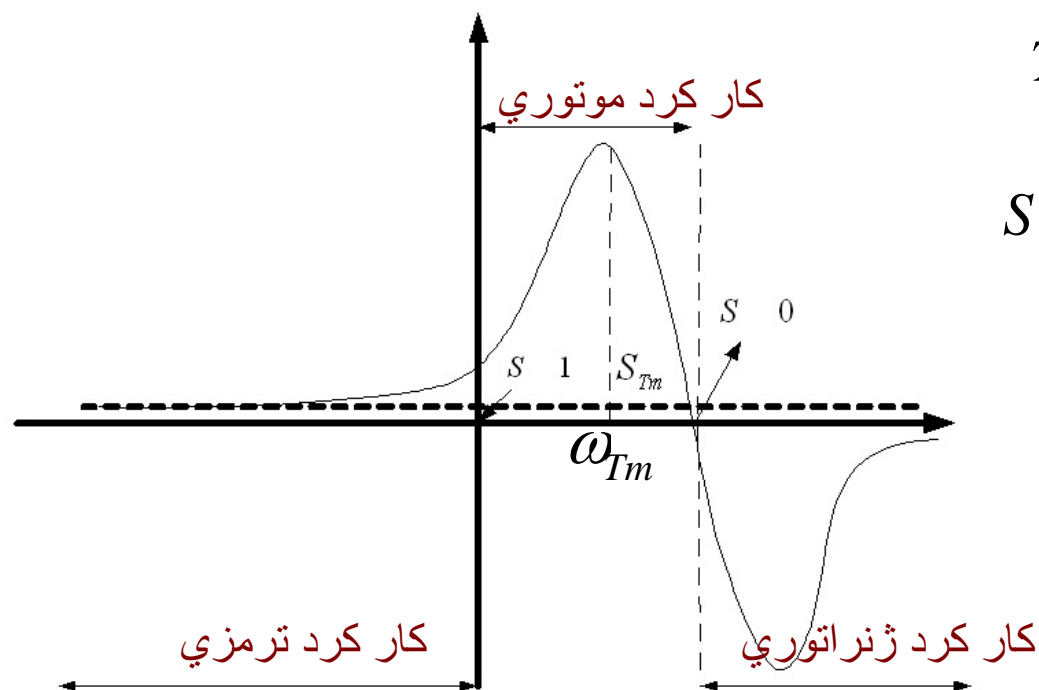
$$\bar{I}'_r = \frac{\bar{V}_T}{(R_T + \frac{R'_r}{S}) + J(X_T + X'_r)}$$

$$PG = J \frac{R'_r}{S} \overline{I'}_r{}^2 = J \frac{R'_r}{S} \frac{\overline{V}_T{}^2}{(R_T + \frac{R'_r}{S})^2 + (x_T + x'_r)^2}$$

$$T_e = \frac{P_G}{w_s} = \frac{J \overline{V}_T{}^2}{w_s} \cdot \frac{R'_r / S}{(R_T + \frac{R'_r}{S})^2 + x^2}$$

$$\overline{I}_s = \overline{I'}_r + \frac{[(R'_r / S) + (Jx'_r)]}{JX_{ms}} \overline{I}_r$$

پس از تحلیل ماشین و تعیین پارامترها گشتاور قدرت خروجی قدرت مکانیکی تلفات چرخشی بدست میاید. حال نیز خود نمودار گشتاور ماشین را نشان داده و از روی آن گشتاور را تحلیل می کنیم. شکل ادامه گشتاور تابع  $S$  است که  $S$  نیز خود تابع  $w_r$  است.



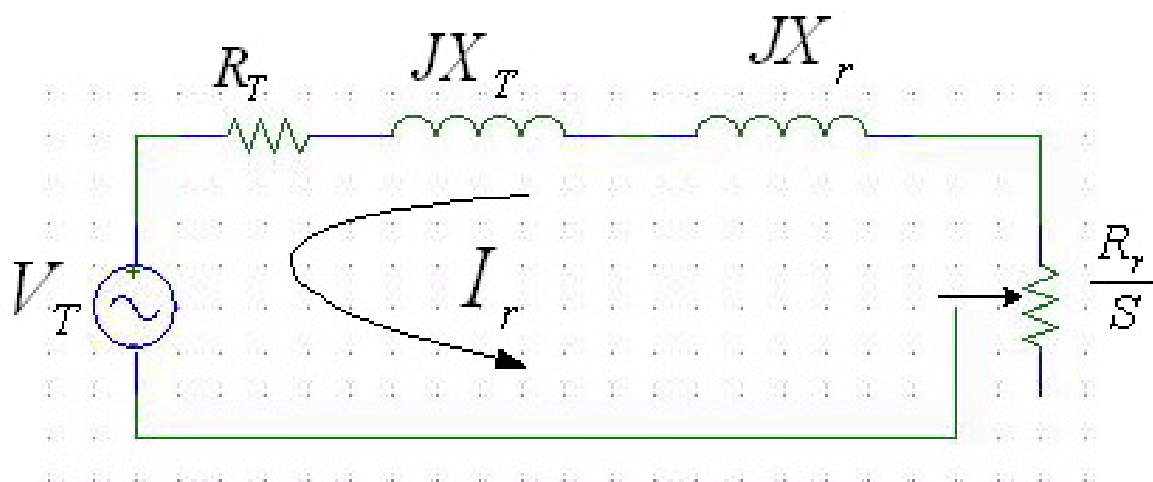
$$T_e = f(S)$$

$$S = \frac{w_s - w_r}{w_r} \Rightarrow T_e = g(w_r)$$

■ محور خط چین  $\tau_e = (S)$  و محور عمود  $\tau_e(\omega)$  می باشد.

■ می بینید در نقطه  $S=0$  گشتاور برابر صفر است. قبلاً دیدیم که اگر سرعت ماشین دقیقاً برابر سرعت سنکرون شود در اینصورت هیچ گشتاوری در ماشین ایجاد نخواهد شد و در اینجا می بینید گشتاور سرعت سنکرون صفر است. یعنی اگر  $w_r = w_s$  در نتیجه  $S=1$  است پس جهت سمت چپ مثبت خواهد بود و سمت راست منفی می باشد و در جهت منفی  $S < 0$ . می بینید گشتاور منفی و  $w_r$  مثبت است یعنی سیستم توان جذب میکند. یعنی سیستم موتور نیست بلکه ژنراتور است. کارکرد ژنراتوری در اینجا مورد بررسی قرار نمی گیرد ولی این کاربرد امروزه توسعه زیادی پیدا کرده است.

- در جایی که  $S > 0$  و گشتاور نیز مثبت است کارکرد موتور و به محدوده ای که  $S > 0$  سرعت مثبت گشتاور باعث کاهش سرعت میشود منطقه ترمزی گفته میشود.
- در کارکرد موتوری گشتاور ماکزیمم خواهیم داشت.
- با دو روش میتوان این گشتاور را پیدا کرد.
- (۱) اکسترمم تابع را به دقت بدست آورده و همچنین مشتق دوم بررسی شود که روشن شود مثبت است یا منفی و ماکزیمم یا مینیمم بودن آن روشن شود.  $S_{mt}$  و  $w_{mt}$  را یافته و از روی آن گشتاور متناظر را بیابیم.
- (۲) و حالتن دیگر اینکه از روی  $T_e = \frac{P_G}{w_s}$   $T_e \max$  بیابیم. میدانیم که  $w_s$  ثابت است پس کافی است  $P_G$  ماکزیمم شود تا  $T_e \max$  جاد شود. به شکل مدار توجه کنید :



$$\frac{R'}{S} = \sqrt{R_T^2 + (x_T + x'_r)^2}$$

$$x^* = (x_T + x'_r)^2$$

$$S_{Tm} = \frac{R'}{\sqrt{R_T^2 + (x^*)^2}}$$

$$T_{em} = \frac{3V_T^2}{\omega_s} \cdot \frac{\sqrt{R_T^2 + (x^*)^2}}{(R_T + \sqrt{R_T^2 + (x^*)^2})}$$