۱ - مسأله حداکثر سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= ۵x_۱ + ۲x_۲ + ۳x_۳ \\ \text{s.t.} \quad & x_۱ + ۵x_۲ + ۲x_۳ = ۳۰ \\ & x_۱ - ۵x_۲ - ۶x_۳ \le ۴۰ \\ & x_۱, x_۲, x_۳ \ge ۰ \end{aligned}$$

متغیر مصنوعی $x_۴$ و متغیر کمکی $x_۵$ را به مسأله داده تا مسأله را با روش M بزرگ حل کنیم. پس از قرار دادن M=۱۰۰ و حل آن توسط سیمپلکس، جدول بهینه به صورت زیر می‌باشد:

Basic	$x_۱$	$x_۲$	$x_۳$	$x_۴$	$x_۵$	Solution
Z	۰	۲۳	۷	۱۰۵	۰	۱۵۰
$x_۱$	۱	۵	۲	۱	۰	۳۰
$x_۵$	۰	−۱۰	−۸	−۱	۱	۱۰

مقدار متغیرهای دوگان کدام است؟

۱) $(w_۱, w_۲) = (۱۰۵, ۰)$

۲) $(w_۱, w_۲) = (-۱۰۵, ۰)$

۳) $(w_۱, w_۲) = (۵, ۰)$

۴) $(w_۱, w_۲) = (-۵, ۰)$

۲ -در سوال قبل اگر بخواهیم موجودی انبار دوم را به صفر برسانیم ....

۱) باید تولید محصول دوم را شروع کنیم.

۲) باید تولید محصول سوم را شروع کنیم.

۳) باید تولید محصول اول کاهش یابد.

۴) چنین حالتی امکان پذیر نمی باشد.

۳-مسأله زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= ۲x_۱ + ۴x_۲ + ۴x_۳ - ۳x_۴ \\ \text{s.t.} \quad & x_۱ + x_۲ + x_۳ = ۴ \\ & x_۱ + ۴x_۲ + x_۴ = ۸ \\ & x_۱, x_۲, x_۳, x_۴ \ge ۰ \end{aligned}$$

جدول بهینه آن به صورت زیر می‌باشد:

	Z	$x_۱$	$x_۲$	$x_۳$	$x_۴$	
Z	۱	۲	۰	۰	۳	۱۶
$x_۳$	۰	۰/۷۵	۰	۱	−۰/۲۵	۲
$x_۲$	۰	۰/۲۵	۱	۰	۰/۲۵	۲

مقدار متغیر اول دوگان کدام است؟

۱) صفر

۲) ۴

۳) ۳

۴) -۴

۴-در سوال قبل ضریب $x_۱$ در تابع هدف چقدر باشد تا تولید آن صرفه اقتصادی پیدا کند؟

۱) حداقل ۴

۲) حداکثر ۴

۳) حداقل ۳

۴) حداکثر ۳

مسأله LP زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned}
\text{Max } Z &= 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\
\text{s.t.} \quad & x_1 + 5x_2 + 2x_3 \le b_1 \\
& x_1 - 5x_2 - 6x_3 \le b_2 \\
& x_1, x_2, x_3 \ge 0
\end{aligned}$$

با یک b_2, b_1 خاص جدول بهینه به صورت زیر می‌باشد:

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	R.H.S
x_1	0	1	b	2	1	0	30
x_5	0	0	c	-8	-1	1	10
Z	1	0	a	7	d	e	150

به ۳ سوال بعد پاسخ دهید:

۵ -اگر b_2 را به $b_2 + \Delta b_2$ تغییر دهیم، بازه تغییرات Δb_2 چقدر باشد که جدول موجه بماند؟

۱) $0 \le \Delta b_2 \le 10$

۲) $\Delta b_2 \ge 10$

۳) $\Delta b_2 \ge -10$

۴) $\Delta b_2 \le 10$

۶ -اگر c_1را به $c_1 + \Delta c_1$ تغییر دهیم، Δc_1 چقدر باشد که جدول بهینگی خودش را حفظ کند؟

۱) $\Delta c_1 \ge -6$

۲) $\Delta c_1 \ge \frac{-23}{5}$

۳) $\Delta c_1 \ge -5$

۴) $\Delta c_1 \ge \frac{-7}{2}$

۷ - $\begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix}$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} -5 \\ 10 \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} 10 \\ -5 \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} 5 \\ -10 \end{bmatrix}$

مسأله زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned}
\text{Max } Z &= 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \\
\text{s.t.} \quad & x_1 + 2x_2 + x_3 \le 430 \\
& 3x_1 \qquad + 2x_3 \le 460 \\
& x_1 + 4x_2 \qquad \le 420 \\
& x_1, x_2, x_3 \ge 0
\end{aligned}$$

جدول بهینه آن به صورت زیر می‌باشد:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	R.H.S
Z	4	0	0	1	2	0	1350
x_2	$\frac{-1}{4}$	1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{-1}{4}$	0	100
x_3	$\frac{3}{2}$	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	230
x_6	2	0	0	-2	1	1	20

به ۲ سوال بعد پاسخ دهید:

۸ -اگر محدودیت جدید $۳x_۱ + ۳x_۲ + x_۳ \le ۵۰۰$ به مسأله اضافه شود، جواب بهینه جدید ....

۱) تغییری نمی‌کند. ۲) $x_۳ = ۲۳۰ \quad x_۲ = ۹۰ \quad x_۱ = ۰$

۳) $x_۳ = ۲۰۰ \quad x_۲ = ۱۰۰ \quad x_۱ = ۰$ ۴) $x_۳ = ۵۰۰ \quad x_۲ = ۰ \quad x_۱ = ۰$

۹ -اگر تابع هدف به صورت $Z = ۲x_۱ + ۳x_۲ + ۴x_۳$ باشد، متغیرهای جدید دوگان در جدول جاری کدام است؟

۱) $(۱,۲,۰)$ ۲) $\left(\frac{۱}{۲},\frac{۵}{۴},۰\right)$ ۳) $\left(\frac{۳}{۲},\frac{۵}{۴},۰\right)$ ۴) $\left(\frac{۲}{۳},\frac{۴}{۵},\frac{۱}{۲}\right)$

۱۰ - مسأله زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & b^t y - Cx \\ & Ax \ge b \\ & -A^t y \ge -C^t \\ & x \ge ۰,\ y \ge ۰ \end{aligned}$$

کدام گزینه در مورد آن صحیح می‌باشد؟

۱) مسأله همواره ناموجه است.

۲) از آنجایی که تابع هدف حداکثر سازی است، بنابراین جواب نامحدود خواهد شد.

۳) مسأله یا ناموجه است یا دارای جواب بهینه متناهی با تابع هدف صفر است.

۴) مقدار بهینه تابع هدف همواره محدود و برابر صفر است زیرا مسأله همواره موجه است.

یک شرکت پیمانکار ساختمانی نیروی کار مورد نیاز طی ۵ هفته آینده را به ترتیب ۵، ۷، ۸، ۴ و ۶ تخمین می‌زنند. نگهداری هر کارگر اضافی باعث ۳۰۰ دلار هزینه در هر هفته می‌شود و استخدام در هر هفته هزینه ثابت ۴۰۰ دلار به علاوه ۲۰۰ دلار برای هر کارگر در هفته به پروژه تحمیل می‌کند. داده‌های مسأله به صورت زیر است:

$$C_۱(x_i - b_i) = \begin{cases} ۳۰۰(x_i - b_i) & x_i > b_i \quad i = ۱,\ldots,۵ \\ ۰ & \text{others} \end{cases}$$

$$C_۲(x_i - x_{i-۱}) = \begin{cases} ۴۰۰ + ۲۰۰(x_i - x_{i-۱}) & x_i > x_{i-۱} \quad i = ۱,\ldots,۵ \\ ۰ & \text{others} \end{cases}$$

افراد مورد نیاز در هر هفته	هفته
۵	۱
۷	۲
۸	۳
۴	۴
۶	۵

که در آن x_i تعداد کارگرهای موجود در هفته iام و b_i تعداد افراد مورد نیاز در هفته iام می‌باشد. اگر بگیریم $f(۶,x_۶) = ۰$ و مسأله را با پویای پسرو حل کنیم به ۲ سوال بعد پاسخ دهید:

۱۱- تابع انتقال وضعیت مسأله در مرحله سوم کدام است؟

۱) $C_۱(x_۳ - ۸) + C_۲(x_۳ - x_۲) + f^*(۴, x_۳)$ ۲) $C_۱(x_۳ - ۸)C_۲(x_۳ - x_۲) + f^*(۴, x_۳)$

۳) $C_۱(x_۳ - ۸)C_۲(x_۳ - x_۲) + f^*(۴, x_۴)$ ۴) $C_۱(x_۳ - ۸) + C_۲(x_۳ - x_۲) + f^*(۴, x_۴)$

۱۲-در هر مرحله حالت را .... و تصمیم را .... تعریف می‌کنیم.

در جاهای خالی جمله فوق، کدام عبارت صحیح قرار می‌گیرد؟

۱) تعداد کارگران مورد نیاز مرحله i – تعداد کارگران استخدام شده مرحله i

۲) تعداد کارگران موجود در مرحله i-۱ – تعداد کارگران در مرحله i ام

۳) تعداد کارگران استخدامی در مرحله i – تعداد کارگران اخراجی در مرحله i

۴) تعداد کارگران استخدام شده در مرحله i-۱ – تعداد کارگران موجود در مرحله i

۱۳-مسأله زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{Max } Z = y_1 y_2 \dots y_n$$
s.t.
$$y_1 + y_2 + \dots + y_n = C$$
$$y_i \geq 0 \qquad i = 1, \dots, n$$

اگر مسأله را به طریق پسرو با پویا حل کنیم کدام گزینه در مورد تابع انتقال وضعیت صحیح است؟

۱) $f(k, R_k, y_k) = y_k f^*(k+1, C - y_1 - y_2 \dots - y_{k-1})$

۲) $f(k, R_k, y_k) = y_k + f^*(k+1, C - y_1 - y_2 \dots - y_{k-1})$

۳) $f(k, R_k, y_k) = y_k + f^*(k+1, C - y_1 - y_2 \dots - y_k)$

۴) $f(k, R_k, y_k) = y_k f^*(k+1, C - y_1 - y_2 \dots - y_k)$

۱۴-مسأله غیرخطی و عدد صحیح زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{Max } Z = (y_1 + 2)^3 + y_2 y_3 + (y_4 - 5)^2$$
$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \leq 5$$
$$y_i \geq 0 \quad , i = 1, 2, 3, 4$$

برای حل با پویا شروع با کدام متغیر مطلوب می‌باشد؟

۱) y_4 ۲) y_2 ۳) y_3 ۴) گزینه‌های ۲ یا ۳

۱۵-مسأله کوله پشتی زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{Max } Z = r_1 m_1 + r_2 m_2 + \dots + r_n m_n$$
$$\text{s.t.} \qquad w_1 m_1 + w_2 m_2 + \dots + w_n m_n \leq W$$
$$m_1, m_2, \dots, m_n \geq 0 \text{ ، عدد صحیح}$$

اگر بخواهیم آن را با برنامه ریزی پویا حل کنیم تابع انتقال وضعیت مسأله کدام است؟ (x_i را بگیرید متغیر حالت در مرحله iام)

۱) $f_i(x_i) = \text{Max}\{r_i m_i + f^*_{i+1}(x_i - w_i m_i)\}$
$x_i \leq w \ , \ m_i = 0, 1, \dots, \left[\frac{w}{w_i}\right]$

۲) $f_i(x_i) = \text{Max}\{r_i m_i + f^*_{i+1}(x_i + w_i m_i)\}$
$x_i \leq w \ , \ m_i = 0, 1, \dots, \left[\frac{w}{w_i}\right]$

۳) $f_i(x_i) = \text{Max}\{r_i m_i - f^*_{i+1}(x_i - w_i m_i)\}$
$x_i \leq w \ , \ m_i = 0, 1, \dots, \left[\frac{w}{w_i}\right]$

۴) $f_i(x_i) = \text{Max}\{r_i m_i - f^*_{i+1}(x_i + w_i m_i)\}$
$x_i \leq w \ , \ m_i = 0, 1, \dots, \left[\frac{w}{w_i}\right]$

۱۶-مسأله برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{Max } Z = 8x_1 + 7x_2$$
$$\text{s.t.} \qquad 2x_1 + x_2 \leq 8$$
$$5x_1 + 2x_2 \leq 15$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

تابع هدف در مرحله اول یعنی $f_1(R_{11}, R_{21})$ برای متغیر x_1 کدام است؟

۱) $f_1(R_{11}, R_{21}) = \text{Max}\{8x_1 + 7\text{Min}\{8 - 2x_1, 15 - 5x_1\}\}$

۲) $f_1(R_{11}, R_{21}) = \text{Max}\{8x_1 + 7\text{Min}\{8 - 2x_1, \frac{15 - 5x_1}{2}\}\}$

۳) $f_1(R_{11}, R_{21}) = \text{Max}\{8x_1 + 7\text{Max}\{8 - 2x_1, 15 - 5x_1\}\}$

۴) $f_1(R_{11}, R_{21}) = \text{Max}\{8x_1 + 7\text{Max}\{8 - 2x_1, \frac{15 - 5x_1}{2}\}\}$

۱۷-مسأله برنامه ریزی عدد صحیح زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} &\text{Max } Z = x_1^2 + 2x_2 \\ &\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 \le 8 \\ &\quad -x_1 + x_2 \le 2 \\ &\quad x_1 - x_2 \le 6 \\ &\quad x_1 = 0 \text{ or } 4 \text{ or } 6 \\ &\quad x_2 = 0 \text{ or } 1 \end{aligned}$$

اگر بخواهیم این مسأله را با برنامه ریزی پویای پسرو حل کنیم ....

۱) مسأله دارای ۲ مرحله می‌باشد که در مرحله دوم حالت ۳ و تصمیم ۲ است و در مرحله اول یک حالت و ۳ تصمیم می‌باشد.

۲) مسأله دارای یک مرحله می‌باشد که در مرحله دوم حالت ۳ و تصمیم ۲ است و در مرحله اول یک حالت و ۳ تصمیم می‌باشد.

۳) مسأله دارای ۲ مرحله است و در هر مرحله ۳ حالت و ۳ تصمیم داریم.

۴) مسأله دارای ۱ مرحله است و در هر مرحله ۳ حالت و ۳ تصمیم داریم.

۱۸-مسأله زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} &\text{Max } Z = 6x_1 + 5x_2 + 10x_3 \\ &4x_1 + 2x_2 + x_3 \le 19 \\ &x_1 \ge 2 \\ &x_2 \ge 3 \\ &x_3 \ge 0 \end{aligned}$$

اگر آن‌را با برنامه ریزی پویای پسرو و به صورت زیر حل کنیم:

$$\underset{n=1}{(R_1)} \xrightarrow{x_1} \underset{n=2}{(R_2)} \xrightarrow{x_2} \underset{n=3}{(R_3)}$$

تابع در مرحله دوم کدام است؟

۱) $f(2,R_2,x_2) = -15x_2 + 10$

۲) $f(2,R_2,x_2) = -15x_2 + 10R_2$

۳) $f(2,R_2,x_2) = 5x_2 + 10R_2$

۴) $f(2,R_2,x_2) = 5x_2 + 10$

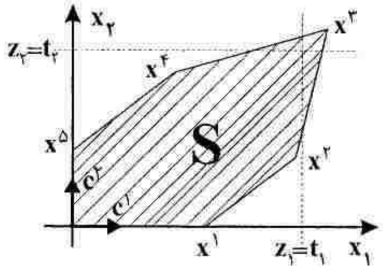
۱۹-در سوال قبل R_2 چقدر می‌باشد؟

۱) $0 \le R_2 \le 11$ ۲) $0 \le R_2 \le 19$ ۳) $2 \le R_2 \le 11$ ۴) $6 \le R_2 \le 11$

۲۰- مسأله برنامه ریزی آرمانی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} &\text{Goal } (\text{Max } Z_1 = c^1x) \qquad z_1 \ge t_1 \\ &\text{Goal } (\text{Max } Z_2 = c^2x) \qquad z_2 \ge t_2 \\ &\text{s.t.} \qquad x \in S \end{aligned}$$

که در آن S مجموعه جواب زیر و c^2, c^1 ضرایب تابع هدف روی شکل نمایش داده شده‌اند:



کدام نقطه در شرایط آرمانی ذکر شده صدق می‌کند؟

۱) x^1 ۲) x^2 ۳) x^4 ۴) x^3

پاسخ

۱ - گزینه «۳» صحیح است.

روش اول: از آنجایی که در شروع حل با روش M بزرگ تابع هدف به صورت $\text{Max } Z = ۵x_۱ + ۲x_۲ + ۳x_۳ - Mx_۴$ می‌باشد، پس $C_B B^{-۱}$ جدول یعنی متغیرهای دوگان به صورت زیر بدست می‌آید:

$$w = C_B B^{-۱} = (۱۰۵,۰) + \underbrace{(-M,۰)}_{\text{ضرایب تابع هدف}} = \left(۱۰۵ - \cancel{M}^{۱۰۰},۰\right) = (۵,۰)$$

روش دوم:

$$w = C_B B^{-۱} = (۵\ ,\ ۰)\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ -۱ & ۱ \end{bmatrix} = (۵\ ,\ ۰)$$

۲ - گزینه «۴» صحیح است.

هیچ کدام از محصولات دوم و سوم با ورود به پایه نمی‌توانند جایگزین $x_۵$ شوند زیرا عنصر محوری در این حالت منفی می‌باشد و تولید محصول اول هم اگر کاهش یابد منبع دوم افزایش می‌یابد.

$$x_۲ \text{ افزایش} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_۱ \\ x_۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳۰ \\ ۱۰ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۵ \\ -۱۰ \end{bmatrix} \overset{\text{افزایش}}{x_۲} \Rightarrow \begin{cases} x_۱ \text{ کاهش} \\ x_۵ \text{ افزایش} \end{cases}$$

$$x_۳ \text{ افزایش} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_۱ \\ x_۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳۰ \\ ۱۰ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲ \\ -۸ \end{bmatrix} \overset{\text{افزایش}}{x_۳} \Rightarrow \begin{cases} x_۱ \text{ کاهش} \\ x_۵ \text{ افزایش} \end{cases}$$

روش دوم:

توجه شود که متغیر x_5 که یک متغیر کمکی می‌باشد در سطر دوم پایه قرار دارد و تمام عناصر سطر متناظرش (به غیر از ضریب خودش) منفی می‌باشند و خود متغیر x_5 مثبت اکید است. پس قید دوم زائد هندسی بوده و هیچ گاه x_5 صفر نخواهد شد. چون این محدودیت با ناحیه فاصله دارد.

۳- گزینه «۲» صحیح است.

روش اول:

$$w = C_B B^{-1} = (4\,,\,4)\begin{bmatrix} 1 & -0/25 \\ 0 & 0/25 \end{bmatrix} = (4\,,\,0) \Rightarrow w_1 = 4$$

روش دوم:

$$w = C_B B^{-1} = \underbrace{(0\ ,\ 3)}_{\text{ضرایب سطر هدف}} + \underbrace{(4\,,-3)}_{\text{ضرایب تابع هدف}} = (4\,,\,0)$$

۴- گزینه «۱» صحیح است.

x_1 متغیر غیر پایه‌ای می‌باشد:

$$(z_1 - c_1)_{new} = (z_1 - c_1)_{old} + (c_1 - c_1') \le 0$$
$$\Rightarrow 2 + (2 - c_1') \le 0 \ \Rightarrow c_1' \ge 4$$

۵- گزینه «۳» صحیح است.

چون x_5 (کمکی قید دوم) پایه‌ای با مقدار ۱۰ می‌باشد بنابراین کاهش از سمت راست محدودیت دوم به اندازه ۱۰ واحد مجاز می‌باشد، بنابراین $\Delta b_2 \ge -10$ است.

۶- گزینه «۴» صحیح است.

$$(d,e) = C_B B^{-1} = (5\,,\,0)\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = (5\,,\,0) \Rightarrow \begin{cases} d = 5 \\ e = 0 \end{cases}$$

$$a = C_B B^{-1} a_2 - c_2 = \underbrace{(5\,,\,0)}_{C_B B^{-1}}\begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix} - 2 = 23$$

$$\begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix} = B^{-1} a_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -10 \end{bmatrix}$$

از آنجایی که x_1 پایه‌ای می‌باشد Δc_1 را در سطر x_1 ضرب و با سطر هدف جمع می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta c_1 \times 5 + 23 \ge 0 \Rightarrow \Delta c_1 \ge \dfrac{-23}{5} \\ \Delta c_1 \times 2 + 7 \ge 0 \Rightarrow \Delta c_1 \ge \dfrac{-7}{2} \\ \Delta c_1 \times 1 + 5 \ge 0 \Rightarrow \Delta c_1 \ge -5 \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta c_1 \ge \frac{-7}{2}$$

۷ - گزینه «۴» صحیح است.

با توجه به حل سوال قبل $\begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -10 \end{bmatrix}$ می‌باشد.

۸ - گزینه «۲» صحیح است.

چون قید جدید نقطه بهینه در آن صدق نمی‌کند، بنابراین نقطه بهینه تغییر می‌کند.

■ از آنجایی که نقطه بهینه جدید باید روی محدودیت جدید پس از حل باشد و هر ۳ گزینه نقطه جدید روی محدودیت جدید هستند این روش کارساز نمی‌باشد.

■■ برای مسأله اصلی نقطه گزینه ۴ یک نقطه ناموجه می‌باشد.

■■■ پس فقط گزینه‌های ۲و۳ باقی مانده‌اند که تابع هدف گزینه ۲ بهتر از گزینه ۳ می‌باشد.

۹ - گزینه «۳» صحیح است.

$$C_B B^{-1} = (۳ , ۴ , ۰)\begin{bmatrix} \frac{۱}{۲} & \frac{-۱}{۴} & ۰ \\ ۰ & \frac{۱}{۲} & ۰ \\ -۲ & ۱ & ۱ \end{bmatrix} = \left(\frac{۳}{۲} , \frac{۵}{۴} , ۰\right)$$

۱۰- گزینه «۳» صحیح است.

با ضرب تابع هدف در منفی داریم:

$$\begin{aligned} &\text{Min } Cx - b^t y \\ &Ax \geq b \\ &-A^t y \geq -C^t \\ &x, y \geq ۰ \end{aligned}$$

«به حل سوال ۸ صنایع ۸۴ در کتاب ۲۰۰۰ تست جلد دوم مراجعه شود.»

۱۱- گزینه «۱» صحیح است.

$f(۳, s_۳, x_۳) =$ مقدار بهینه هدف مرحله چهارم + هزینه استخدام کارگر جدید + هزینه نگهداری کارگر اضافی

$$f(۳, s_۳, x_۳) = C_۱(x_۳ - b_۳) + C_۲(x_۳ - s_۲) + f^*(۴, s_۴)$$

اگر بگیریم $b_۳ = ۸$, $s_۲ = x_۲$, $s_۴ = x_۳$ داریم:

$$f(۳, s_۳, x_۳) = C_۱(x_۳ - ۸) + C_۲(x_۳ - x_۲) + f^*(۴, x_۳)$$

در هر مرحله x_i ها را تعداد کارگران در مرحله iام و s_i را تعداد کارگران در ابتدای مرحله i ام در نظر می‌گیریم (مرحله = هفته) که واضح است که $s_i = x_{i-۱}$ می‌باشد.

۱۲- گزینه «۲» صحیح است.

با توجه به توضیحات سوال قبل، گزینه «۲» صحیح است.

۱۳- گزینه «۳» صحیح است.

$$f(k, R_k, y_k) = y_k f^*(k+۱, R_{k+۱})$$

$$f(k, R_k, y_k) = y_k f^*[k+۱, C - (y_۱ + y_۲ + \ldots + y_k)]$$

$$f(k, R_k, y_k) = y_k f^*(k+۱, C - y_۱ - y_۲ - \ldots - y_k)$$

۱۴- گزینه «۴» صحیح است.

همواره شروع به ضرب اولویت دارد. پس شروع از $y_۲$ یا $y_۳$ مطلوب می‌باشد.

۱۵- گزینه «۱» صحیح است.

$$f_i(x_i, m_i) = r_i m_i + f^*_{i+۱}(x_{i+۱})$$

$$f_i(x_i, m_i) = r_i m_i + f^*_{i+۱}(x_i - w_i m_i)$$

$$f_i(x_i) = \text{Max}\{r_i m_i + f^*_{i+۱}(x_i - w_i m_i)\}$$

که در آن m_iها متغیرها، r_i ضرایب تابع هدف، w_i ضرایب محدودیت و x_i هم باقیمانده از سمت راست در مرحله iام می‌باشد.

۱۶- گزینه «۲» صحیح است.

ابتدا تابع در مرحله n=۲ را بدست می‌آوریم:

$$\left.\begin{aligned} &x_۲ \leq R_{۱۲} \\ &۲x_۲ \leq R_{۲۲} \\ &x_۲ \geq ۰ \end{aligned}\right\} \Rightarrow ۰ \leq x_۲ \leq \text{Min}\{R_{۱۲}, \frac{R_{۲۲}}{۲}\}$$

$$f^*_۲(R_{۱۲}, R_{۲۲}) = ۷\,\text{Min}\{R_{۱۲}, \frac{R_{۲۲}}{۲}\}$$

تابع در مرحله اول به صورت زیر می‌باشد:

$$f_۱(R_{۱۱}, R_{۲۱}, x_۱) = ۸x_۱ + f^*_۲(R_{۱۲}, R_{۲۲})$$

واضح است که $R_{۱۲} = ۸ - ۲x_۱$, $R_{۲۲} = ۱۵ - ۵x_۱$ می‌باشد:

$$f_۱(R_{۱۱}, R_{۲۱}, x_۱) = ۸x_۱ + ۷\mathrm{Min}\{۸ - ۲x_۱, \frac{۱۵ - ۵x_۱}{۲}\}$$

$$f_۱(R_{۱۱}, R_{۲۱}) = \mathrm{Max}\{۸x_۱ + ۷\mathrm{Min}\{۸ - ۲x_۱, \frac{۱۵ - ۵x_۱}{۲}\}\}$$

۱۷- گزینه «۱» صحیح است.

n=۲

	۲ تصمیم	
$s_۲$ \ $x_۲$	$x_۲ = ۰$	$x_۲ = ۱$
۳ حالت (۸,۲,۶)		
(۴,۶,۲)		
(۲,۸,۰)		

	۳ تصمیم		
$s_۱$ \ $x_۱$	$x_۱ = ۰$	$x_۱ = ۴$	$x_۱ = ۶$
۱ حالت (۸,۲,۶)			

۱۸- گزینه «۲» صحیح است.

توجه!!: R_i را مقدار باقی مانده از سمت راست قید اول قرار می‌دهیم .

$R_۳$ \ $x_۳$	$۰ \le x_۳ \le R_۳$	$f^*(۳, R_۳)$	$x_۳^*$
$۰ \le R_۳ \le ۵$	$۱۰x_۳$	$۱۰R_۳$	$R_۳$

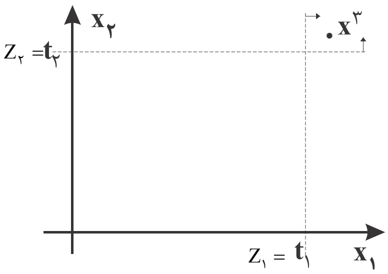
واضح است که $۶ \le R_۲ \le ۱۱$ خواهد بود. زیرا در مرحله اول حداقل باید $x_۱ = ۲$ شود که در این حالت $R_۲ = ۱۹ - ۴ \times ۲ = ۱۱$ خواهد شد و حداقل باید ۶ باشد زیرا $x_۲ \ge ۳$ می‌باشد که باید در قید اول صدق کند.

$$f(۲, R_۲, x_۲) = ۵x_۲ + ۱۰(R_۲ - ۲x_۲) = -۱۵x_۲ + ۱۰R_۲$$

۱۹- گزینه «۴» صحیح است.

با توجه به سوال قبل و توضیحات جواب آن، $۶ \le R_۲ \le ۱۱$ خواهد بود.

۲۰- گزینه «۴» صحیح است.



با توجه به شکل فقط نقطه راسی $x^۳$ در شرط $z_۱ \ge t_۱$, $z_۲ \ge t_۲$ صدق می‌کند. پس تنها نقطه راسی موجود در فضای خیال $z_۱$, $z_۲$ همان نقطه راسی $x^۳$ می‌باشد.