۱ - مسأله زیر را در نظر بگیرید که در آن u و v متغیرهای نامقید می‌باشند:

$$\text{Max}\ \theta = 3u$$

$$\begin{array}{lll} \text{s.t.} & 3v = 1 & 3u \le 3v \\ & u \le 2v & 3u \le 4v \\ & 2u \le 3v & 2u \le 5v \\ & 4u \le 5v & 5u \le 8v \\ & 3u \le 6v & \end{array}$$

آنگاه θ در بهینگی کدام است؟

۱) یک ۲) کمتر از یک ۳) سه ۴) دو

مسأله زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{Max}\ Z = y$$

$$\begin{array}{llll} & 10x_1 + x_2 = 1 & & \\ (A) & y \le 4x_1 + 3x_2 & y \le 7x_1 + 3x_2 & (D) \\ (B) & y \le 8x_1 + x_2 & y \le 4x_1 + 2x_2 & (E) \\ (C) & y \le 2x_1 + 4x_2 & y \le 10x_1 + x_2 & (F) \end{array}$$

اگر بدانیم که $x_1, x_2 \ge 0$, $y > 0$ می‌باشد آنگاه به ۲ سوال بعد پاسخ دهید:

۲ - مقدار بهینه Z کدام است؟

۱) یک ۲) کمتر از یک ۳) بین یک و دو ۴) دو

۳-در بهینگی کدام یک از محدودیت‌ها فعال می‌باشند؟

۱) A, D ۲) C ۳) B, F ۴) D

۴ -جدول سیمپلکس زیر را در نظر بگیرید:

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_1	۰	۱	۰	a	c	e	g
x_2	۰	۰	۱	b	d	f	h
Z	۱	۰	۰	i	j	k	

این جدول مربوط به یک مسأله حداکثرسازی می‌باشد. اگر $h > 0$, $g = 0$ باشد، جدول تباهیده خواهد شد. در صورتی که $a, c, e > 0$ باشند و جدول هم بهینه نباشد، آنگاه:

۱) تباهیدگی جدول در جدول بعد رفع نخواهد شد.

۲) تباهیدگی در جدول بعد رفع خواهد شد و مقدار تابع هدف تغییر می‌کند.

۳) تباهیدگی در جدول بعد رفع خواهد شد ولی مقدار تابع هدف تغییر نمی‌کند.

۴) اظهار نظر با اطلاعات داده شده در جدول، برای جدول بعدی امکان پذیر نیست.

۵ -مقدار تابع هدف بهینه مسأله زیر کدام است؟

$$\text{Min } Z=\sum_{j=۱}^{۱۳۹۲} j^۲ x_j$$

$$\text{s.t} \quad \sum_{j=۱}^{۱۳۹۲} x_j = ۱۹$$

$$۰ \le x_j \le ۱ \qquad j=۱,\dots,۱۳۹۲$$

۱) ۱۹۱   ۲) ۱۲۳۵   ۳) ۲۴۷۰   ۴) ۳۸۰

۶-چند وجهی $P=\{x\in\mathbb{R}^n \mid Ax=b\ ,\ x\ge ۰\}$ با ماتریس رتبه سطری کامل A بـه طـوری کـه در آن $A=(m\times n)$ است را در نظر بگیرید. حال یک برنامه ریزی خطی داریم که ناحیه شدنی آن P می‌باشد؛ آنگاه کدام گزینـه صـحیح است؟

۱) اگر چندین جواب بهینه داشتیم، آنگاه حداقل دو جواب پایه‌ای شدنی بهینه خواهیم داشت.

۲) به ازای هر جواب بهینه بیش از m متغیر مثبت وجود نخواهد داشت.

۳) همواره یک جواب بهینه پایه‌ای وجود دارد.

۴) اگر بیش از یک جواب بهینه وجود داشته باشد، آنگاه مجموعه جواب‌های بهینه نا شمار است.

۷ -مسأله برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$Ax \le ۰$$

$$\sum_{j=۱}^{n} x_j \le ۱$$

$$x_j \ge ۰ \qquad j=۱,\dots,n$$

که در آن $x\in\mathbb{R}^n$ می‌باشد. در صورتی که تابع هدف مسأله به صورت $\text{Max } Z=\sum_{j=۱}^{n} x_j$ باشد، آنگاه مقـدار بهینـه تـابع هدف کدام است؟

۱) یک   ۲) صفر   ۳) دو   ۴) یا صفر است و یا یک

۸ -در سؤال قبل اگر شرط $\sum_{j=۱}^{n} x_j \le ۱$ را حذف کنیم آنگاه حداکثر مقدار Z کدام خواهد بود؟

۱) صفر   ۲) یک   ۳) بی نهایت   ۴) صفر یا بی نهایت

۹-دستگاه سه معادله سه مجهولی زیر را که جواب دارد در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} a_{۱۱}x_۱ + a_{۱۲}x_۲ + a_{۱۳}x_۳ = b_۱ \\ a_{۲۱}x_۱ + a_{۲۲}x_۲ + a_{۲۳}x_۳ = b_۲ \\ a_{۳۱}x_۱ + a_{۳۲}x_۲ + a_{۳۳}x_۳ = b_۳ \end{cases}$$

در صورتی که معادله سوم یک معادله زائد باشد و در صورتی که $b_۳$ را تبدیل کنیم به $b_۳+\Delta$ که در آن $\Delta>۰$ و صـحیح می‌باشد. آنگاه کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

۱) چون محدودیت سوم زائد بود، بنابراین تغییر در سمت راست آن هیچ تأثیری به جواب نخواهد داشت.

۲) با این تغییر دستگاه دارای جواب نخواهد بود.

۳) دستگاه جواب بهینه یکتا پیدا خواهد کرد.

۴) دستگاه دارای بی شمار جواب صحیح خواهد شد.

۱۰- دستگاه زیر را در نظر بگیرید:

$$Ax = b \qquad A = (m \times n)\ ,\ \text{Rank}(A) = m$$
$$x \geq ۰$$

حداکثر تعداد کل پایه‌های تباهیده با درجه تباهیدگی (۲) در این مسأله کدام است؟

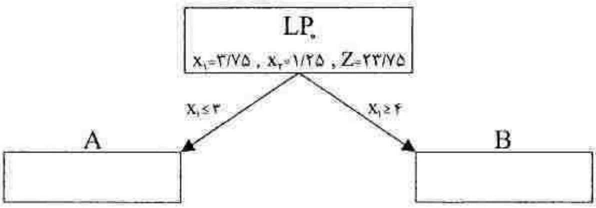
۱) $\binom{m}{۲}$ ۲) $\binom{n}{m}\binom{m}{۲}$ ۳) $۲\binom{n}{m}$ ۴) $\binom{n}{m}^{۲}$

■■■ **مسأله برنامه ریزی عدد صحیح محض زیر را در نظر بگیرید:**

$$LP_{۰}:\quad \text{Max}\, Z = ۵x_۱ + ۴x_۲$$
$$\text{s.t.}\qquad x_۱ + x_۲ \leq ۵$$
$$۱۰x_۱ + ۶x_۲ \leq ۴۵$$
$$x_۱, x_۲ \geq ۰\ ,\ \text{عدد صحیح}$$

و به ۳ سوال زیر پاسخ دهید:

۱۱- اگر جواب بهینه $LP_۰$ آزاد شده برابر $x_۲ = ۱/۲۵\ ,\ x_۱ = ۳/۷۵$ با تابع هدف $Z = ۲۳/۷۵$ باشد، آنگاه جواب در شاخه A کدام است؟



۱) $x_۱ = ۲\ ,\ x_۲ = ۳$ ۲) $x_۱ = ۳\ ,\ x_۲ = ۲$ ۳) $x_۱ = ۱\ ,\ x_۲ = ۳$ ۴) $x_۱ = ۲\ ,\ x_۲ = ۲$

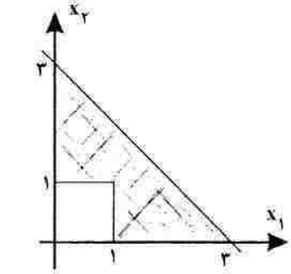
۱۲- در صورتی که داشته باشیم $(x_۱ \geq ۴) + (x_۲ \geq ۱)$+ فضای آزاد شده $LP_۰$، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱) جواب بهینه این شاخه $x_۱ = ۴/۵\ ,\ x_۲ = ۰$ است.
۲) جواب بهینه این شاخه $x_۱ = ۳\ ,\ x_۲ = ۲$ است.
۳) جواب بهینه این شاخه $x_۱ = ۴\ ,\ x_۲ = ۰/۸۳$ است.
۴) مسأله ناموجه می‌باشد.

۱۳- نقطه بهینه مسأله کدام است؟

۱) $x_۱ = ۳\ ,\ x_۲ = ۲$ ۲) $x_۱ = ۴\ ,\ x_۲ = ۰$ ۳) $x_۱ = ۴\ ,\ x_۲ = ۲$ ۴) $x_۱ = ۴\ ,\ x_۲ = ۴$

۱۴- شکل غیر محدب زیر را در نظر بگیرید:



حداقل تعداد محدودیت‌هایی که باید به صورت محدودیت‌های این - یا - آن مدل‌سازی کرد چقدر است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۵-شرکتی در مرحله تشکیل یک کمیته برای رسیدگی به شکایات دانشجویان است. طبق دستور دریافت شده از اداره کـل، کمیته باید شامل حداقل یک زن، یک مرد، یک دانشجو، یک مدیر و یک عضو هیأت علمی باشد. ۱۰ نفر برای این منظـور کاندید شده‌اند. (برای سادگی با حروف a تا j مشخص شده‌اند.) ترکیب افراد مختلف طبق جدول زیر می‌باشد:

گروه	افراد
مردان	a,b,c,d,e
زنان	f,g,h,i,j
دانشجویان	a,b,c,j
مدیران	e,f
هیأت علمی	d,g,h,i

قرار است کوچک‌ترین کمیته با نمایندگی از ۵ گروه تشکیل شود. مدل این مسأله به صورت یک مسأله دودویی دارای چند محدودیت می‌باشد؟

۱) ۱   ۲) ۵   ۳) ۱۰   ۴) ۱۲

۱۶-در سوال قبل، چند متغیر دودویی خواهیم داشت؟

۱) ۱۰   ۲) ۵   ۳) ۴   ۴) ۱۲

۱۷-تابع $f(x) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3 + x_1 - 3x_2 - 5x_3$:

۱) یک تابع کوآدراتیک و مقعر است.
۲) یک تابع غیر کوآدراتیک و مقعر است.
۳) یک تابع کوآدراتیک و محدب است.
۴) یک تابع غیر کوآدراتیک و محدب است.

۱۸-حداکثر مقدار تابع هدف در مسأله زیر کدام است؟

$$\begin{aligned} &\text{Max } Z = -(2x_1 - 5)^2 - (2x_2 - 1)^2 \\ &\text{s.t.} \quad x_1 + 2x_2 \le 2 \\ &\qquad\quad x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

۱) -1 ۲) 0 ۳) -2 ۴) -25

۱۹-در تابع $f(x_1,x_2,x_3) = 2x_1x_2x_3 - 4x_1x_3 - 2x_2x_3 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - 4x_2 + 4x_3$ کدامیک از نقاط زیر نقطه ساکن برای مسأله نمی‌باشد؟

۱) $(2,3,-1)$ ۲) $(2,1,1)$ ۳) $(1,2,0)$ ۴) $(1,1,1)$

۲۰- مسأله زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} &\text{Max } f(x) \\ &g_1(x) \ge 0 \\ &g_2(x) = 0 \\ &g_3(x) \le 0 \end{aligned}$$

اگر به ترتیب $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ را ضرایب لاگرانژ به ترتیب محدودیت‌های اول، دوم و سوم بگیریم، آنگـاه کـدام گزینـه صحیح است؟

۱) $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \ge 0$
۲) $\lambda_1 \ge 0$, $\lambda_2, \lambda_3 \le 0$
۳) $\lambda_1, \lambda_3 \ge 0$, λ_2 آزاد
۴) $\lambda_1 \le 0$, $\lambda_3 \ge 0$, λ_2 آزاد

پاسخ

۱ - گزینه «۱» صحیح است.

قرار می‌دهیم $v=\frac{1}{3}$ و آن‌را در تمام محدودیت‌ها قرار می‌دهیم:

$$
\begin{array}{llll}
u\le\frac{2}{3} & \left.\begin{array}{l} 3u\le\frac{3}{3} \\ 3u\le\frac{4}{3} \\ 2u\le\frac{5}{3} \\ 5u\le\frac{8}{3} \end{array}\right\}\Rightarrow & u\le\frac{2}{3} & u\le\frac{1}{3} \\
2u\le\frac{3}{3} & & u\le\frac{1}{2} & u\le\frac{4}{9} \\
4u\le\frac{5}{3} & & u\le\frac{5}{12} & u\le\frac{5}{6} \\
3u\le\frac{6}{3} & & u\le\frac{2}{3} & u\le\frac{8}{15}
\end{array}
$$

که از رابطه‌های فوق نتیجه می‌شود: $u^*=\frac{1}{3}$, $\theta^*=3\times\frac{1}{3}=1$

۲- گزینه «۱» صحیح است.

طرفین رابطه را تقسیم بر $y \neq 0$ می‌کنیم و $\operatorname{Max} y$ را می‌نویسیم $\operatorname{Min} \frac{1}{y}$

$$\operatorname{Min} \frac{1}{y}$$

$$10\frac{x_1}{y} + \frac{x_2}{y} = \frac{1}{y}$$

$$4\frac{x_1}{y} + 3\frac{x_2}{y} \geq 1 \qquad 7\frac{x_1}{y} + 3\frac{x_2}{y} \geq 1$$

$$8\frac{x_1}{y} + \frac{x_2}{y} \geq 1 \qquad 4\frac{x_1}{y} + 2\frac{x_2}{y} \geq 1$$

$$2\frac{x_1}{y} + 4\frac{x_2}{y} \geq 1 \qquad 10\frac{x_1}{y} + \frac{x_2}{y} \geq 1$$

اگر بگیریم $\frac{x_1}{y} = t_1$, $\frac{x_2}{y} = t_2$ و قرار دهیم $\frac{1}{y} = 10t_1 + t_2$ داریم:

$$\begin{aligned} &\operatorname{Min}\ 10t_1 + t_2 \\ &4t_1 + 3t_2 \geq 1 \quad (A) \\ &8t_1 + t_2 \geq 1 \quad (B) \\ &2t_1 + 4t_2 \geq 1 \quad (C) \\ &7t_1 + 3t_2 \geq 1 \quad (D) \\ &4t_1 + 2t_2 \geq 1 \quad (E) \\ &10t_1 + t_2 \geq 1 \quad (F) \\ &t_1, t_2 \geq 0 \end{aligned}$$

حال ملاحظه می‌کنید که محدودیت آخر موازی تابع هدف می‌باشد و $t_2 = 1 , t_1 = 0$ یک جواب شدنی می‌باشد که $10t_1 + t_2 = 1$ می‌شود و چون حداقل مقدار تابع هدف یک می‌باشد زیرا $10t_1 + t_2 \geq 1$ است بنابراین $\frac{1}{y} = 1 \Rightarrow y = 1$ خواهد شد؛ که نشان می هد $y^* = 1$ است.

۳- گزینه «۳» صحیح است.

با توجه به حل سوال قبل در بهینگی محدودیت‌های مربوط به B و F در نقطه $t_2 = 1$, $t_1 = 0$ فعال خواهند شد یعنی آن‌ها تساوی می‌شوند.

۴- گزینه «۱» صحیح است.

از آنجایی که جدول بهینه نمی‌باشد پس یکی از متغیرهای x_3 یا x_4 یا x_5 وارد شونده می‌باشند:

$0 =$ تست مینیمم $\Rightarrow x_3$ وارد شونده

$0 =$ تست مینیمم $\Rightarrow x_4$ وارد شونده

$0 =$ تست مینیمم $\Rightarrow x_5$ وارد شونده

۵- گزینه «۳» صحیح است.

از آنجایی که تابع هدف حداقل سازی است پس بهتر است x_1 تا x_{19} را برابر یک قرار دهیم و بقیه x_j ها را صفر قرار دهیم تا محدودیت $\sum_j x_j = 19$ برآورده شود که تابع هدف به صورت

$$Z = \sum_{j=1}^{19} j^2 = \frac{19(20)(39)}{6} = 2470$$

تبدیل خواهد شد که این عدد برابر است با ۲۴۷۰.

توجه!!: $1^2 + 1^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

۶ – گزینه «۴» صحیح است.

بررسی تک تک گزینه‌ها:

گزینه (۱): اگر چندین جواب بهینه داشته باشیم قطعاً جواب بهینه چندگانه داریم و اگر مجموعه جواب بهینه نیم خط باشد آنگاه فقط یک جواب پایه‌ای (نقطه گوشه‌ای) بهینه داریم.

گزینه (۲): اگر جواب بهینه چندگانه داشته باشیم می‌توانیم بیش از m مؤلفه اکیداً مثبت داشته باشیم.

گزینه (۳): اگر جواب نامتناهی شود اصلاً هیچ نقطه بهینه‌ای موجود نمی‌باشد.

گزینه (۴): اگر بیش از یک نقطه بهینه داشته باشیم، بی نهایت نقطه بهینه داریم.

۷– گزینه «۴» صحیح است.

از آنجایی که شکل حاصل از $Ax \le ۰$ یک مخروط می‌باشد بنابراین تنها ۲ حالت وجود خواهد داشت: یا شکل حاصل از آن فقط مبدأ مختصات می‌باشد که در شرط $\sum\limits_j x_j \le ۱$ هم صدق می‌کند و مقدار تابع هدف حتماً برابر صفر خواهد شد و یا حداکثر مقدار تابع هدف همان یک خواهد بود زیرا $Z = \sum\limits_j x_j \le ۱$ می‌باشد.

۸– گزینه «۴» صحیح است.

به توضیحات سوال قبل دقت شود.

۹– گزینه «۲» صحیح است.

از آنجایی که محدودیت سوم یک معادله زائد است، پس از تحویل ماتریس ضرایب و دستگاه داریم:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} ۱ & ۰ & a & \bar{b}_۱ \\ ۰ & ۱ & b & \bar{b}_۲ \\ \hline ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \end{array}\right] \Rightarrow \text{سطر سوم زائد است}$$

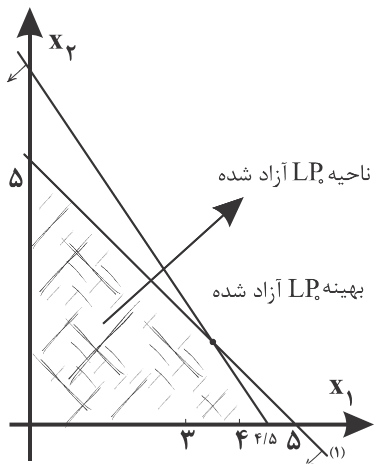
حال اگر $b_۳ \to b_۳ + \Delta$ آنگاه پس از تبدیل مقدماتی داریم:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} ۱ & ۰ & a & \bar{b}_۱ \\ ۰ & ۱ & b & \bar{b}_۲ \\ \hline ۰ & ۰ & ۰ & \Delta > ۰ \end{array}\right] \Rightarrow \text{دستگاه جواب ندارد}$$

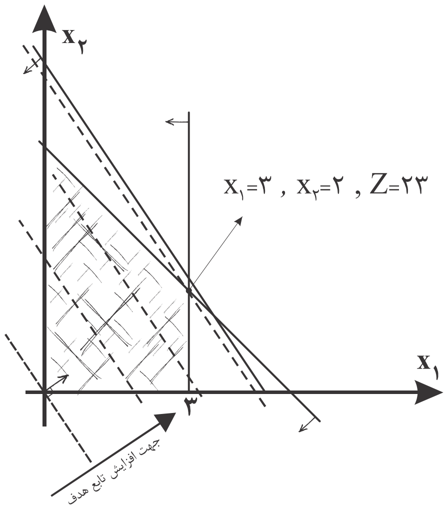
۱۰– گزینه «۲» صحیح است.

حداکثر تعداد کل پایه‌ها $\binom{n}{m}$ می‌باشد و کل حالات تباهیدگی با درجه (۲) در یک پایه برابر است با $\binom{m}{۲}$ پس کل حالات تباهیدگی با درجه تباهیدگی (۲) برابر $\binom{n}{m}\binom{m}{۲}$ می‌باشد.

۱۱– گزینه «۲» صحیح است.



پس از افزودن محدودیت $x_۱ \le ۳$ خواهیم داشت:



۱۲- گزینه «۴» صحیح است.

ناحیه شدنی $LP_۰$ آزاد شده را در نظر بگیرید. محدودیت‌های $x_۲ \ge ۱$, $x_۱ \ge ۴$ را به آن اضافه می‌کنیم. واضح است که این محدودیت‌ها با محدودیت دوم مسأله یعنی $۱۰x_۱ + ۶x_۲ \le ۴۵$ در تناقض است.

$$x_۱ \ge ۴ \Rightarrow ۱۰x_۱ \ge ۴۰$$
$$x_۲ \ge ۱ \Rightarrow ۶x_۲ \ge ۶$$
جمع
$$\overline{۱۰x_۱ + ۶x_۲ \ge ۴۶}$$

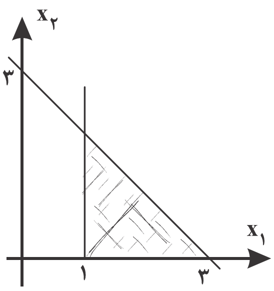
که با فرض $۱۰x_۱ + ۶x_۲ \le ۴۵$ (قید دوم) در تناقض می‌باشد. توجه شود که می‌توانیم با ترسیم مسأله هم به این موضوع دست پیدا کنیم.

۱۳- گزینه «۱» صحیح است.

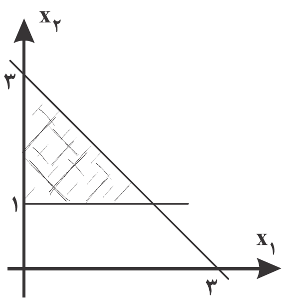
از آنجایی که حداکثر مقدار $Z = ۲۳/۷۵$ می‌باشد و مقدار تابع هدف در شاخه A در ۲ سوال قبل $Z = ۲۳$ می‌باشد که این تابع مربوط به یک جواب صحیح می‌باشد و از آنجایی که بین ۲۳ تا ۲۳/۷۵ هیچ مقدار صحیح برای تابع هدف بهتر از ۲۳ وجود ندارد، بنابراین جواب بهینه $x_۱^* = ۳$, $x_۲^* = ۲$ با تابع هدف $Z^* = ۲۳$ می‌باشد. توجه شود که ضرایب تابع هدف صحیح می‌باشد و با صحیح شدن متغیرها، تابع هدف هم صحیح خواهد شد.

۱۴- گزینه «۲» صحیح است.

$$S_۱ : \begin{cases} x_۱ + x_۲ \le ۳ \\ x_۱ \ge ۱ \\ x_۱, x_۲ \ge ۰ \end{cases}$$



$$S_۲ : \begin{cases} x_۱ + x_۲ \le ۳ \\ x_۲ \ge ۱ \\ x_۱, x_۲ \ge ۰ \end{cases}$$



که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$x_۱ + x_۲ \le ۳$$
$$\left.\begin{array}{l} x_۱ \ge ۱ - My \\ x_۲ \ge ۱ - M(۱-y) \end{array}\right\}$$ دو محدودیت این - یا - آن دارد.
$$x_۱, x_۲ \ge ۰ \qquad y = \{۰,۱\}$$

۱۵- گزینه «۲» صحیح است.

$y_۱ = ۰ \text{ or } ۱ \Rightarrow$ فرد a
$y_۲ = ۰ \text{ or } ۱ \Rightarrow$ فرد b
$y_۳ = ۰ \text{ or } ۱ \Rightarrow$ فرد c
$y_۴ = ۰ \text{ or } ۱ \Rightarrow$ فرد d
$y_۵ = ۰ \text{ or } ۱ \Rightarrow$ فرد e
$y_۶ = ۰ \text{ or } ۱ \Rightarrow$ فرد f
$y_۷ = ۰ \text{ or } ۱ \Rightarrow$ فرد g
$y_۸ = ۰ \text{ or } ۱ \Rightarrow$ فرد h
$y_۹ = ۰ \text{ or } ۱ \Rightarrow$ فرد i
$y_{۱۰} = ۰ \text{ or } ۱ \Rightarrow$ فرد j

$$\text{Min} \sum_{i=۱}^{۱۰} y_i$$

محدودیت وجود حداقل یک مرد $\Rightarrow$ $\quad y_۱+y_۲+y_۳+y_۴+y_۵ \geq ۱$

محدودیت وجود حداقل یک زن $\Rightarrow$ $\quad y_۶+y_۷+y_۸+y_۹+y_{۱۰} \geq ۱$

محدودیت وجود حداقل یک دانشجو $\Rightarrow$ $\quad y_۱+y_۲+y_۳+y_{۱۰} \geq ۱$

محدودیت وجود حداقل یک مدیر $\Rightarrow$ $\quad y_۵+y_۶ \geq ۱$

محدودیت وجود حداقل یک هیأت علمی $\Rightarrow$ $\quad y_۴+y_۷+y_۸+y_۹ \geq ۱$

ملاحظه می‌شود که مسأله دارای ۵ محدودیت می‌باشد.

۱۶- گزینه «۱» صحیح است.

مسأله دارای ۱۰ متغیر صفر و یک می‌باشد یعنی برای هر فرد یک متغیر صفر و یک.

۱۷- گزینه «۳» صحیح است.

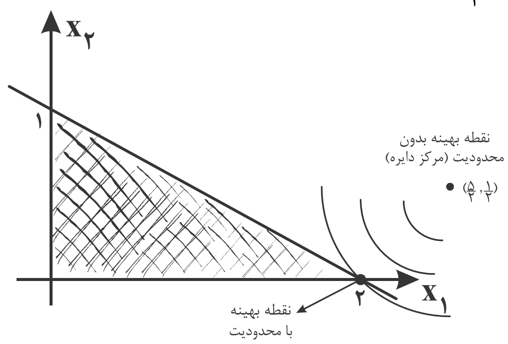
از آنجایی که در تابع هدف $x_j^۲$, $x_i x_j\,(i \neq j)$ داریم بنابراین تابع مسأله یک تابع کوآدراتیک می‌باشد. برای تشخیص محدب یا مقعر بودن باید H_x را بدست آوریم:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x_۱} &= ۴x_۱+۲x_۲+۱ \\ \frac{\partial f}{\partial x_۲} &= ۴x_۲+۲x_۱+۲x_۳-۳ \\ \frac{\partial f}{\partial x_۳} &= ۶x_۳+۲x_۲-۵ \end{aligned}\right\} \Rightarrow H_x = \begin{bmatrix} ۴ & ۲ & ۰ \\ ۲ & ۴ & ۲ \\ ۰ & ۲ & ۶ \end{bmatrix}$$

ماتریس H_x معین مثبت می‌باشد که نشان دهنده آن است که تابع محدب است.

۱۸- گزینه «۳» صحیح است.

نقطه بهینه بدون محدودیت $x_۱ = \frac{۵}{۲}$, $x_۲ = \frac{۱}{۲}$ مرکز دایره تابع هدف می‌باشد:



۱۹- گزینه «۴» صحیح است.

$$\frac{\partial f}{\partial x_۱} = ۲x_۲x_۳-۴x_۳+۲x_۱-۲=۰$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_۲} = ۲x_۱x_۳-۲x_۳+۲x_۲-۴=۰$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_۳} = ۲x_۱x_۲-۴x_۱-۲x_۲+۲x_۳+۴=۰$$

نقاط موجود در گزینه‌ها باید در شرط لازم بهینگی فوق صدق کند. در صورتی که صدق کرد این نقطه را نقطه ساکن می‌نامیم.

۲۰- گزینه «۴» صحیح است.

$$\begin{aligned} &\text{Max } f(x) \\ &\quad g_۱(x) \geq ۰ \qquad \lambda_۱ \\ &\quad g_۲(x) = ۰ \qquad \lambda_۲ \\ &\quad g_۳(x) \leq ۰ \qquad \lambda_۳ \end{aligned}$$

چون تابع به صورت Max و قید اول ≥ ۰ می‌باشد، پس $\lambda_۱ \leq ۰$ است و چون قید دوم $= ۰$ است بنابراین $\lambda_۲$ آزاد در علامت و چون قید سوم ≤ ۰ است بنابراین $\lambda_۳ \geq ۰$ می‌باشد.