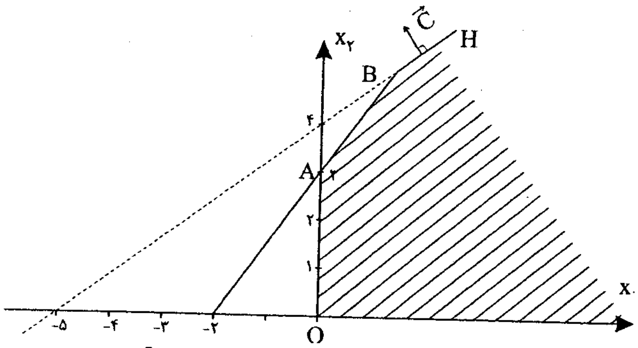
ناحیه شدنی هاشور زده شده، ناحیه شدنی LP زیر می‌باشد:

$$\max Z = Cx$$
$$Ax \le b$$
$$x \ge ۰$$



بردار $\vec{C}$ عمود بر BH می‌باشد و $\|\vec{C}\| = \sqrt{۴۱}$ است. به ۵ سوال بعد پاسخ دهید.

۱- محدودیتهای مساله کدام است؟

۱) $-۵x_۱ + ۴x_۲ \le ۲۰$، $-۲x_۱ + ۴x_۲ \le ۶$، $x_۱, x_۲ \ge ۰$

۲) $-۴x_۱ + ۵x_۲ \le ۲۰$، $-۳x_۱ + ۲x_۲ \le ۶$، $x_۱, x_۲ \ge ۰$

۳) $-x_۱ + x_۲ \le ۵$، $-۲x_۱ + ۳x_۲ \le ۶$، $x_۱, x_۲ \ge ۰$

۴) $-۴x_۱ + ۵x_۲ \le ۲۰$، $-x_۱ + x_۲ \le ۶$، $x_۱, x_۲ \ge ۰$

۲- بردار C کدام است؟

۱) $C = (۵, -۴)$ ۲) $C = (۴, -۵)$ ۳) $C = (-۵, ۴)$ ۴) $C = (-۴, ۵)$

۳- مسأله دارای چه حالت خاصی از جواب می‌باشد؟

۱) جواب بهینه یکتا ۲) جواب بهینه چندگانه ۳) جواب بهینه نامتناهی ۴) مسأله ناموجه است

۴- دوگان این مسأله کدام یک از مسائل زیر می‌باشد؟

۱)
$$\begin{aligned} \min\ & ۲۰w_۱ + ۶w_۲ \\ \text{s.t.}\ & -۴w_۱ - ۳w_۲ \ge -۴ \\ & ۵w_۱ + ۲w_۲ \ge ۵ \\ & w_۱, w_۲ \ge ۰ \end{aligned}$$

۲)
$$\begin{aligned} \min\ & ۲۰w_۱ + ۶w_۲ \\ \text{s.t.}\ & ۴w_۱ + ۳w_۲ \ge ۴ \\ & ۵w_۱ + ۲w_۲ \ge ۵ \\ & w_۱, w_۲ \ge ۰ \end{aligned}$$

۳)
$$\begin{aligned} \min\ & ۶w_۱ + ۲۰w_۲ \\ \text{s.t.}\ & -۴w_۱ - ۳w_۲ \ge -۴ \\ & ۵w_۱ + ۲w_۲ \ge ۵ \\ & w_۱, w_۲ \ge ۰ \end{aligned}$$

۴) این مسأله دوگان ندارد.

۵- دوگان این مسأله دارای چه حالت خاصی از جواب می‌باشد؟

۱) چندگانه ۲) تباهیده ۳) جواب نامحدود ۴) ناموجه

۶- مسأله زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \max Z = \ & ۳x_۱ + ۲x_۲ + x_۳ \\ \text{s.t.}\ & ۲x_۱ - ۳x_۲ + ۲x_۳ \le ۳ \\ & -x_۱ + x_۲ + x_۳ \le ۵ \\ & x_۱, x_۲, x_۳ \ge ۰ \end{aligned}$$

نقطه رأسی $(۰, ۰, ۰)$ را در نظر بگیرید. از این نقطه عمودی بر تابع هدف وارد کنید و در جهت آن حرکت کنید تا به یک ابرصفحه (یا بیشتر) برخورد کنید. این نقطه چه نقطه‌ای از ناحیه می‌باشد؟

۱) رأسی ۲) روی یال ۳) روی وجه دوبعدی ۴) درونی

جدول سیمپلکس زیر را در نظر بگیرید:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	RHS
x_1	۱	۰	۰	۰	α	β	γ	δ	۱۰
x_2	۰	۱	۰	۰	α'	β'	γ'	δ'	۱۲
x_3	۰	۰	۱	۰	α''	β''	γ''	δ''	۱۴
x_4	۰	۰	۰	۱	α'''	β'''	γ'''	δ'''	۱۶
$c_j - z_j$	۰	۰	۰	۰	a	b	c	d	

که در آن متغیرهای x_5 و x_6 و x_7 و x_8 متغیرهای کمکی قیود $\leq$ می‌باشند. به ۴ سوال بعد پاسخ دهید.

۷-چه شرایطی روی پارامترها بگذاریم که a_5 (ستون ضرایب متغیر x_5) در زیر فضای تولید شده به وسیله a_1 و a_2 قرار گیرد؟

۱) $\alpha, \alpha', \alpha'', \alpha''' > 0$

۲) $\alpha, \alpha', \alpha'', \alpha''' \geq 0$

۳) $\alpha, \alpha' > 0, \alpha'' = \alpha''' = 0$

۴) $\alpha, \alpha' = 0, \alpha'' = \alpha''' > 0$

۸-چه شرایطی روی پارامترها بگذاریم تا a_8 در امتداد a_1 قرار گیرد؟

۱) $\delta''' = \delta'' = \delta' = \delta = 0$

۲) $\delta' = \delta'' = \delta''' = 0, \delta > 0$

۳) $\delta \geq 0$

۴) $\delta \leq 0$

۹-چه شرایطی روی پارامترها قرار دهیم، تا قید اول زائد شود؟

۱) $\alpha = \beta = \gamma = \delta \leq 0$

۲) $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 0$

۳) $\alpha = \beta = \gamma = \delta \geq 0$

۴) شرایط زائد شدن قید در مسأله وجود ندارد.

۱۰- اگر ماتریس B^{-1} جدول (معکوس ماتریس پایه) یک ماتریس قطری مربعی باشد و تمام عناصر روی قطر برابر $B_{ij}^{-1} = i + j$ باشد. آنگاه a_1 ستون مربوط به متغیر x_1 کدام است؟

۱) $a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

۲) $a_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

۳) $a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

۴) $a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

۱۱- مسأله برنامه‌ریزی صفر و یک زیر را در نظر بگیرید:

$$\min Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i \qquad i = 1, \dots, m$$

$$x_j = \{0, 1\} \qquad j = 1, \dots, n$$

$$0 \leq c_1 \leq c_2 \leq \dots \leq c_n$$

فرض کنید با استفاده از الگوریتم شاخه و کران یک جواب جزئی به صورت $(x_1, x_2, \dots, x_N)$ موجود باشد. (N متغیر اول آن مشخص شده است.) کدام یک از روابط زیر بیانگر آن است که بهترین جواب زیر مجموعه به دست آمده است؟

۱) به ازای حداقل یک i، $\sum_{j=1}^{N} a_{ij} x_j + a_{i,N+1}(1 - x_N) \geq b_i$

۲) به ازای حداقل یک i، $\sum_{j=1}^{N} a_{ij} x_j + a_{i,N+1} x_N \geq b_i$

۳) $\sum_{j=1}^{N} a_{ij} x_j + a_{i,N+1} x_N \geq b_i \quad i = 1, \dots, m$

۴) $\sum_{j=1}^{N} a_{ij} x_j + a_{i,N+1}(1 - x_N) \geq b_i \quad i = 1, \dots, m$

۱۲- مقدار بهینه تابع هدف مدل زیر چقدر است؟

$$\begin{aligned} \max Z &= ۵x_1 - ۶x_2 - ۷x_3 - ۸x_4 - ۹x_5 \\ \text{s.t.} \quad & -۳x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - ۲x_5 \geq -۱ \\ & -x_1 + ۳x_2 - x_3 - ۲x_4 + x_5 \geq -۱ \\ & -x_1 + x_2 - ۳x_3 - x_4 - x_5 \leq -۲ \\ & x_j = \{۰, ۱\} \qquad j = ۱, \dots, ۵ \end{aligned}$$

۱) ۸-　　۲) ۱۳-　　۳) ۱۴-　　۴) ۷-

۱۳- جدول بازده زیر مربوط به سیاست‌های تجاری دو شرکت "الف" و "ب" می‌باشد. که برای شرکت "الف" تنظیم شده است. در این جدول سیاست‌های افقی مربوط به شرکت "الف" و سیاست‌های عمودی مربوط به شرکت "ب" می‌باشد. با استفاده از تکنیک بازی دو نفره مجموع صفر و در نظر گرفتن حالت "سیاست مغلوب" ارزش بازی عبارتست از:

الف \ ب	۱	۲	۳
۱	۱	۲	۴
۲	۱	۰	۵
۳	۰	۱	۱-

۱) ۳　　۲) ۲　　۳) ۱　　۴) ۴

۱۴- دو نفر A و B همزمان با هم اعداد ۱ و ۲ را به زبان می‌آورند. اگر جمع اعداد گفته شده زوج باشد، B همان مقدار پول رایج کشور به هزار تومان را به A پرداخت می‌کند. اگر جمع اعداد فرد باشد، A به B پرداخت می‌کند. بهترین استراتژی برای A و B چقدر است؟

۱) A و B با احتمال یکسان $\frac{۱}{۲}$ هر یک از اعداد را خواهند گفت.

۲) A و B هر دو عدد یک را با احتمال $\frac{۵}{۱۲}$ خواهند گفت.

۳) A عدد یک و B هم عدد یک را خواهد گفت.

۴) A و B هر دو با احتمال $\frac{۷}{۱۲}$ عدد یک و با احتمال $\frac{۵}{۱۲}$ عدد ۲ را خواهند گفت.

۱۵- فرض کنید می‌خواهیم مسأله تخصیص منبع زیر را با برنامه‌ریزی پویا با حرکت به جلو حل کنیم:

$$\max J = \prod\left(۱ + Ku(k)\right)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k=۱}^{۳} u(k) = ۵$$

$u(k)$ عدد صحیح و $۰ \leq u(k) \leq ۳$

وقتی که k متغیر مرحله، $u(k)$ متغیر تصمیم، $x(k)$ متغیر حالت و $J_k\left(x(k)\right)$، حداکثر تابع هدف در مرحله k ،$۱,۲,\dots$ و U فضای تصمیم قابل قبول است. معادله تکراری عبارتست از:

۱) $J_k\left(x(k)\right) = \max\limits_{u(k) \in U} \left\{\left[۱ + ku(k)\right] \times J_{k-۱}\left(x(k) + u(k)\right)\right\}$

۲) $J_k\left(x(k)\right) = \max\limits_{x(k) \in U} \left\{\left[۱ + ku(k)\right] + J_{k-۱}\left(x(k) - u(k)\right)\right\}$

۳) $J_k\left(x(k)\right) = \max\limits_{x(k) \in U} \left\{\left[۱ + ku(k)\right] \times J_{k-۱}\left(x(k) - u(k)\right)\right\}$

۴) $J_k\left(x(k)\right) = \max\limits_{x(k) \in U} \left\{\left[۱ + ku(k)\right] \times J_{k+۱}\left(x(k) - u(k)\right)\right\}$

۱۶- روش تکراری زیر را در نظر بگیرید:

$$x_{k+1} = \frac{1}{2}(x_k + \frac{a}{x_k})$$

وقتی عدد a عدد حقیقی ثابت و مثبتی است.

۱) این روش حاصل کاربرد روش سریع‌ترین نزول برای حداقل کردن تابع $f(x) = x^2 - a$ می‌باشد.

۲) این روش حاصل کاربرد روش نیوتن رافسون برای حداقل کردن $f(x) = x^2 - a$ است.

۳) این روش حاصل کاربرد روش نیوتن- رافسون برای حل معادله $f(x) = x^2 - a = 0$ می‌باشد.

۴) این روش حاصل از کاربرد روش سریع‌ترین نزول برای حداقل کردن تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax$ است.

۱۷- در سوال قبل روش تکراری عددی به سمت x^* همگرا می‌باشد. x^* چقدر است؟

۱) x^* در رابطه $\frac{1}{3}x^{*3} - ax^* = 0$ صدق می‌کند.

۲) بدون توجه به شرط اولیه x_0، $x^* = \sqrt{a}$ می‌باشد.

۳) $x^* = a$ است.

۴) اگر شرط اولیه x_0 مثبت باشد، $x^* = \sqrt{a}$ و اگر x_0 منفی باشد $x^* = -\sqrt{a}$ می‌باشد.

۱۸- مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min Z &= -x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 14 \\ & 3x_1 - x_2 + 2x_3 \le 7 \\ & x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{aligned}$$

حداقل مقدار Z چقدر است؟

۱) ۱۷- ۲) ۴۱- ۳) ۶۱- ۴) ۴۹-

۱۹- در مسأله TSP (فروشنده دوره‌گرد) شرط وجود جواب کدام است؟

۱) وجود یک مدار منحصر به فرد ۲) وجود یک مدار اویلری

۳) وجود یک مدار همیلتونی ۴) مسأله فروشنده دوره‌گرد همواره دارای جواب می‌باشد.

۲۰- در رفتن نیوتن- رافسون برای $\min f(x)$ با شرط $x \in R^n$ مقدار کاهش متغیرها در هر مرحله چقدر است؟

۱) $\left[-\nabla^2 f(x_k)\right]^{-1} \nabla f(x_k)$ ۲) $-\frac{1}{2}\nabla^2 f(x_k)\nabla f(x_k)$

۳) $-\frac{1}{2}\nabla f^t(x_k)\left[\nabla^2 f(x_k)\right]^{-1} \nabla f(x_k)$ ۴) $-\nabla f^t(x_k)\left[\nabla^2 f(x_k)\right]^{-1} \nabla f(x_k)$

پاسخ

۱ -گزینه «۲» صحیح است.

خطی که از AB می‌گذرد از نقاط $(0,3)$ و $(-2,0)$ عبور کرده است پس تنها خطی که در این نقاط فعال (تساوی) می‌شود خط $-3x_1 + 2x_2 = 6$ می‌باشد و خطی که از BH عبور می‌کند از نقاط $(0,4)$ و $(-5,0)$ عبور می‌کند که خطی که در این نقاط فعال می‌شود خط $-4x_1 + 5x_2 = 20$ می‌باشد. پس محدودیت‌ها به فرم $-4x_1 + 5x_2 \le 20$ می‌باشد.

$$-3x_1 + 2x_2 \le 6$$

$$x_1 , x_2 \ge 0$$

۲ - گزینه «۴» صحیح است.

چون $\vec{C}$ به BH عمود می‌باشد پس بردار $\vec{C}$ موازی بردار گرادیان محدودیت $-۴x_۱ + ۵x_۲ \leq ۲۰$ می‌باشد. بنابراین

$$\alpha(-۴, ۵) = (c_۱ , c_۲)$$

از طرفی چون $\|\vec{C}\| = ۴۱$ می‌باشد پس $C = (-۴, ۵)$ می‌باشد یعنی $\alpha = ۱$ است زیرا

$$\sqrt{(-۴)^۲ + (۵)^۲} = ۴۱$$

۳- گزینه «۲» صحیح است.

از آنجایی که $\vec{C}$ بر BH عمود می‌باشد با حرکت در جهت بردار $\vec{C}$ نیم خط BH آخرین جایی از ناحیه می‌باشد که تابع هدف از آن خارج می‌شود پس BH بهینه می‌باشد و جواب بهینه چندگانه داریم.

۴ - گزینه «۱» صحیح است.

$$\begin{aligned} P: & \max Z = -۴x_۱ + ۵x_۲ \\ \text{s.t.} \quad & -۴x_۱ + ۵x_۲ \leq ۲۰ \\ & -۳x_۱ + ۲x_۲ \leq ۶ \\ & x_۱ , x_۲ \geq ۰ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D: & \min ۲۰w_۱ + ۶w_۲ \\ \text{s.t.} \quad & -۴w_۱ - ۳w_۲ \geq -۴ \\ & ۵w_۱ + ۲w_۲ \geq ۵ \\ & w_۱ , w_۲ \geq ۰ \end{aligned}$$

۵ - گزینه «۲» صحیح است.

چون اولیه جواب بهینه چندگانه دارد بنابراین دوگان جواب بهینه تباهیده دارد.

۶ - گزینه «۳» صحیح است.

عمود بر تابع هدف یعنی در جهت بردار $\vec{C}$ در ناحیه حرکت می‌کنیم.

$$x(\theta) = \begin{pmatrix} ۰ \\ ۰ \\ ۰ \end{pmatrix} + \theta \begin{pmatrix} ۳ \\ ۲ \\ ۱ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ۳\theta \\ ۲\theta \\ \theta \end{pmatrix}$$

حال این $x(\theta)$ را در محدودیت‌ها قرار می‌دهیم و حداکثر θ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} ۲(۳\theta) - ۳(۲\theta) + ۲\theta \leq ۳ \\ -(۳\theta) + (۲\theta) + (\theta) \leq ۵ \\ ۳\theta \geq ۰ , ۲\theta \geq ۰ , \theta \geq ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲\theta \leq ۳ \\ ۰ \leq ۵ \\ \theta \geq ۰ \end{cases} \Rightarrow ۰ \leq \theta \leq \frac{۳}{۲}$$

پس حداکثر حرکت $\theta = \frac{۳}{۲}$ خواهد بود که داریم:

$$x(\theta = \frac{۳}{۲}) = \begin{pmatrix} \frac{۹}{۲} \\ ۳ \\ \frac{۳}{۲} \end{pmatrix} = \text{نقطه به دست آمده}$$

حال این نقطه را در محدودیت‌ها قرار می‌دهیم که بررسی کنیم کدام یک از محدودیت‌ها فعال خواهد شد:

$$۲ \times (\frac{۹}{۲}) - ۳ \times ۳ + ۲ \times \frac{۳}{۲} = ۳$$

$$-(\frac{۹}{۲}) + ۳ + \frac{۳}{۲} < ۵$$

$$\frac{۹}{۲} > ۰ , ۳ > ۰ , \frac{۳}{۲} > ۰$$

پس فقط قید اول در این نقطه جدید فعال می‌باشد پس روی یک وجه دوبعدی (صفحه) قرار دارد.

۷ - گزینه «۳» صحیح است.

$$y_{۵} = B^{-۱}a_{۵} \Rightarrow a_{۵} = By_{۵} \Rightarrow a_{۵} = [a_{۱}, a_{۲}, a_{۳}, a_{۴}]\begin{bmatrix} \alpha \\ \alpha' \\ \alpha'' \\ \alpha''' \end{bmatrix}$$

$$a_{۵} = \alpha a_{۱} + \alpha' a_{۲} + \alpha'' a_{۳} + \alpha''' a_{۴}$$

حال اگر $\alpha'' = \alpha''' = ۰$ و $\alpha, \alpha' > ۰$ باشد آنگاه داریم:

$$a_{۵} = \alpha a_{۱} + \alpha' a_{۲}$$

که یعنی $a_{۵}$ فقط توسط $a_{۱}$ و $a_{۲}$ پایه ساخته می‌شود.

۸ - گزینه «۲» صحیح است.

با توجه به حل سوال قبل داریم:

$$a_{۸} = \delta a_{۱} + \delta' a_{۲} + \delta'' a_{۳} + \delta''' a_{۴}$$

حال اگر $\delta' = \delta'' = \delta''' = ۰$ و $\delta > ۰$ باشد داریم:

$$\boxed{a_{۸} = \delta a_{۱}}$$

۹ - گزینه «۲» صحیح است.

در صورتی که $\alpha = \beta = \gamma = \delta = ۰$ باشد در این حالت سطر اول تبدیل به $x_{۱} = ۱۰$ خواهد شد که این نشان می‌دهد که $x_{۱}$ در همه جای مسأله مقدارش ۱۰ می‌باشد و سطر اول را می‌توان حذف کرد و همچنین ستون متغیر $x_{۱}$.

۱۰-گزینه «۲» صحیح است.

$$B^{-۱}a_{۱} = y_{۱} \Rightarrow \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۴ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۶ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۸ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{۱۱} \\ a_{۲۱} \\ a_{۳۱} \\ a_{۴۱} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \\ ۰ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

پس داریم:

$$\begin{cases} ۲a_{۱۱} = ۱ \\ ۴a_{۲۱} = ۰ \\ ۶a_{۳۱} = ۰ \\ ۸a_{۴۱} = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{۱}{۲} \\ ۰ \\ ۰ \\ ۰ \end{bmatrix} = a_{۱}$$

۱۱-گزینه «۴» صحیح است.

در صورتی که N متغیر اول مقدارش مشخص شده باشد (چون مسأله حداقل سازی است و ضرایب تابع هدف صعودی می‌باشند برای انتخاب شاخه از متغیر با کوچک‌ترین اندیس یعنی کوچک‌ترین ضریب تابع هدف شروع می‌کنیم). برای آنکه توقف کنیم کافی است در یک مرحله تمام محدودیت‌ها برقرار شوند. یقیناً جواب بهینه به دست خواهد آمد چون از کوچک‌ترین ضریب تابع هدف شروع به حل کرده‌ایم.

۱۲- گزینه «۴» صحیح است.

در صورتی که قرار دهیم $x_{۱} = ۰$ و $x_{۲} = ۰$ و $x_{۳} = ۱$ و $x_{۴} = ۰$ و $x_{۵} = ۰$ آنگاه $Z = -۷$ و بیشترین مقدار خواهد شد.

۱۳- گزینه «۳» صحیح است.

نیازی نمی‌باشد که حتماً با سیاست مغلوب مسأله را حل کنیم:

A \ B	۱	۲	۳	min
۱	$\boxed{۱}$	۲	۴	۱
۲	۱	۰	۵	۰
۳	۰	۱	-۱	-۱
max	۱	۲	۵	

max → ۱

min → ۱

=

۱۴- گزینه «۴» صحیح است.

ابتدا جدول بازده را تشکیل می‌دهیم:

A \ B	۱	۲	
۱	+۲	-۳	$\Rightarrow ۲y_۱ - ۳y_۲$
۲	-۳	۴	$\Rightarrow -۳y_۱ + ۴y_۲$
	$\Downarrow$	$\Downarrow$	
	$۲x_۱ - ۳x_۲$	$-۳x_۱ + ۴x_۲$	

$$\text{A بازیکن} \Rightarrow \begin{cases} ۲x_۱ - ۳x_۲ = -۳x_۱ + ۴x_۲ \\ x_۱ + x_۲ = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_۱ = \frac{۷}{۱۲} \Rightarrow \text{۱ احتمال گفتن} \\ x_۲ = \frac{۵}{۱۲} \Rightarrow \text{۲ احتمال گفتن} \end{cases}$$

$$\text{B بازیکن} \Rightarrow \begin{cases} ۲y_۱ - ۳y_۲ = -۳y_۱ + ۴y_۲ \\ y_۱ + y_۲ = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_۱ = \frac{۷}{۱۲} \Rightarrow \text{۱ احتمال گفتن} \\ y_۲ = \frac{۵}{۱۲} \Rightarrow \text{۲ احتمال گفتن} \end{cases}$$

۱۵- گزینه «۳» صحیح است.

توجه شود که در صورت سوال ذکر شده که به حالت حرکت به جلو (پیشرو) مسأله حل می‌شود.

۱۶- گزینه «۳» صحیح است.

این روش همان، نیوتن- رافسون جهت یافتن ریشه معادله $f(x) = x^۲ - a$ می‌باشد.

$$x_{k+۱} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} = x_k - \frac{x_k^۲ - a}{۲x_k} = \frac{۱}{۲}(x_k + \frac{a}{x_k})$$

۱۷- گزینه «۴» صحیح است.

ریشه‌های تابع $f(x) = x^۲ - a$ در سوال قبل $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$ می‌باشد که رابطه تکراری آن با روش نیوتن برای هر دوی آن‌ها همان رابطه ذکر شده در سوال قبل می‌باشد. فقط با انتخاب $x_۰$ اولیه مناسب به سمت هر کدام از آن‌ها همگرا خواهد شد. اگر $x_۰ > ۰$ آنگاه به سمت $\sqrt{a}$ و اگر $x_۰ < ۰$ آنگاه به سمت $-\sqrt{a}$ همگرا خواهد شد.

۱۸- گزینه «۴» صحیح است.

کم‌ترین مقدار تابع هدفی که می‌تواند تابع هدف به خود بگیرد برابر است با بیشترین مقداری که متغیرها به خود می‌گیرند. اگر بگیریم $x_۱ = ۰$ و $x_۲ = ۷$ و $x_۳ = ۰$ آنگاه $Z^* = -۴۹$ خواهد شد.

۱۹- گزینه «۳» صحیح است.

یک مدار همیلتونی، مداری می‌باشد که تمام گره‌ها را طی کند بدون تکرار، که در مسأله TSP به دنبال یک مدار همیلتونی با حداقل مسافت می‌باشیم.

۲۰-گزینه «۱» صحیح است.

برای محاسبه ریشه $\nabla f(x) = ۰$ بسط تیلر را برای $\nabla f(x)$ حول نقطه x_k می‌نویسیم:

$$\nabla f(x) = \nabla f(x_k) + \nabla^۲ f(x_k)(x - x_k) = ۰$$

اگر بگیریم $x = x_{k+۱}$ به دست خواهد آمد:

$$\nabla f(x_k) + \nabla^۲ f(x_k)(x_{k+۱} - x_k) = ۰$$

$$\nabla^۲ f(x_k) x_{k+۱} = \nabla^۲ f(x_k) x_k - \nabla f(x_k)$$

طرفین را در $\left[\nabla^۲ f(x_k)\right]^{-۱}$ ضرب می‌کنیم:

$$x_{k+۱} = x_k - \left[\nabla^۲ f(x_k)\right]^{-۱} \nabla f(x_k)$$