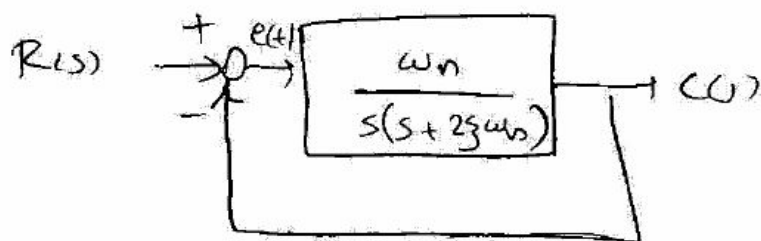


سیستم های کنترل خطی

۱- در سیستم کنترل شکل زیر وقتی میرایی سیستم از نوع بحرانی است حساسیت خطا به ورودی پله واحد یک ثانیه پس از اعمال آن کدام است؟



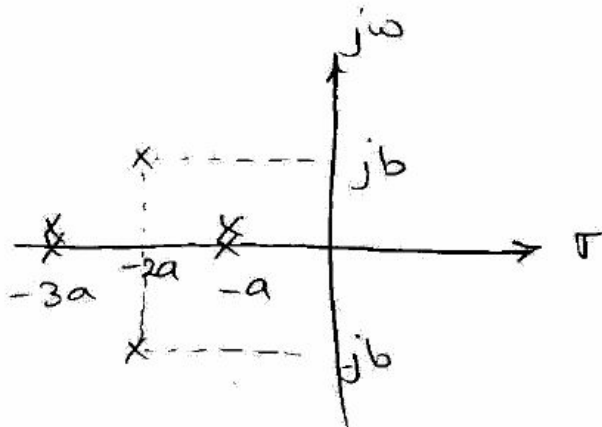
$$-\frac{\omega_n}{1 + \omega_n} \quad (1)$$

$$-\frac{\omega_n^2}{1 + \omega_n} \quad (2)$$

$$-\frac{2\omega_n}{1 + \omega_n} \quad (3)$$

$$\frac{-2\omega_n^2}{1 + \omega_n} \quad (4)$$

۲- مشخصه قطب های حلقه بسته سیستمی با معادله مشخصه $\Delta(s)$ در شکل زیر نمایش داده شده است. جدول راث $\Delta(s - 2a)$ برای این سیستم پس از تکمیل به صورت زیر درآمده است. کدام گزینه لزوماً صحیح نیست؟



S^6	X_1	x	x	x
S^5	X_2	x	x	
S^4	X_3	x	x	
S^3	X_4	x		
S^2	X_5	x		
S^1	X_6			
S^0	X_7			

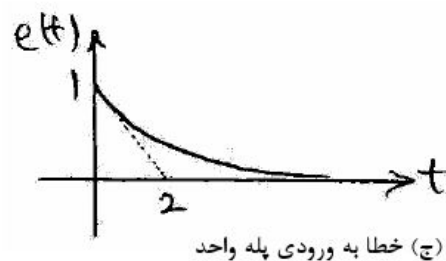
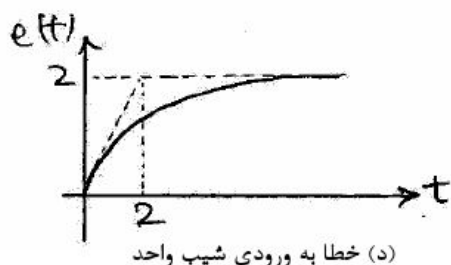
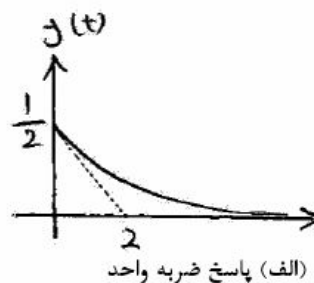
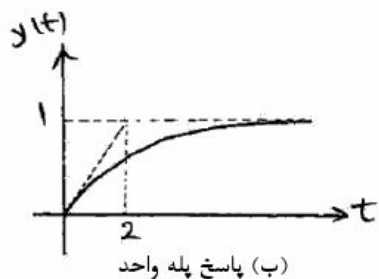
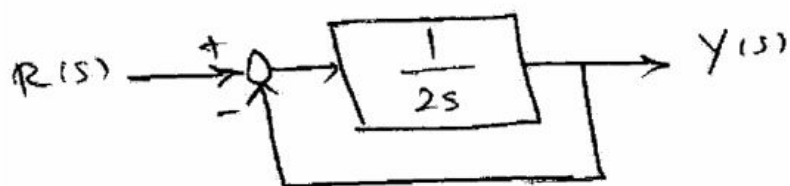
$$X_4 X_5 < 0, \quad X_1 X_2 > 0 \quad (2)$$

$$X_4 X_5 < 0 \quad (1)$$

$$X_3 X_4 > 0 \quad (4)$$

$$X_3 > 0, \quad X_7 < 0 \quad (3)$$

۳- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. کدام یک از شکل‌های زیر در مورد سیستم حلقه بسته صحیح است؟



(۲) ب و ج

(۱) فقط د

(۴) هر چهار شکل صحیح است.

(۳) الف و ب

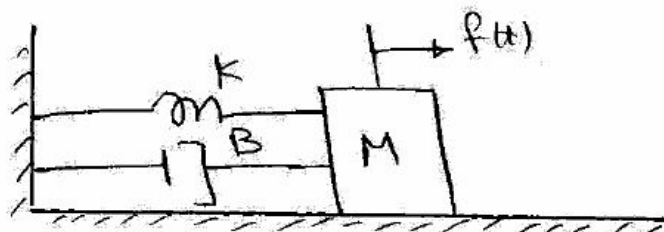
۴- در سیستم مکانیکی شکل زیر در لحظه $t = 0$ نیروی ضربه واحد به جرم M وارد می‌شود. اگر $B = 2\sqrt{M}$ و $k = 1$ باشد مسافت طی شده توسط جرم M تا توقف کامل کدام گزینه خواهد بود؟ (جرم M در $t < 0$ در حال سکون بوده است)

(۱) $\frac{2\sqrt{M}}{e}$

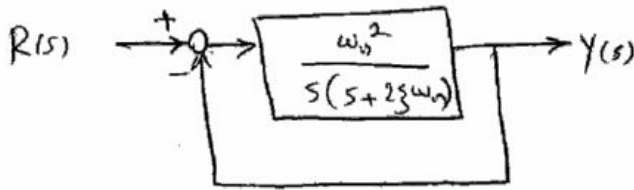
(۲) $\frac{\sqrt{M}}{e}$

(۳) $\frac{2}{e\sqrt{M}}$

(۴) $\frac{1}{e\sqrt{M}}$



۵- در سیستم کنترل شکل زیر با فرض $0 < \xi < 1$ تحت شرایط کدام گزینه نسبت دو بیشینه متوالی پاسخ ضربه واحد چهار به یک خواهد بود؟ $(\theta = \cos^{-1} \xi)$



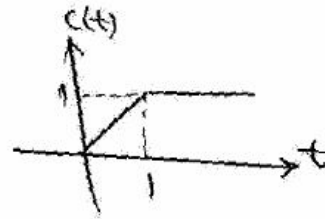
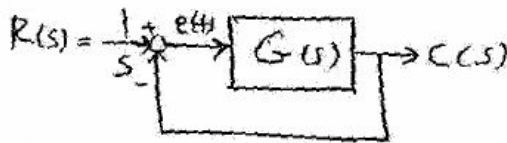
$$\tan \theta = \frac{\pi}{\ln 2}$$

$$\tan \theta = \frac{2\pi}{\ln 2} \quad (1)$$

$$\tan \theta = \frac{\pi}{\ln 2} \quad (2)$$

$$\tan \theta = \frac{4\pi}{\ln 2} \quad (3)$$

۶- در سیستم کنترل شکل زیر پاسخ به ازای ورودی پله واحد داده شده است. کدام گزینه صحیح نیست؟



$$\int_0^{\infty} |e(t)| dt = 3 \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \quad (2)$$

$$\int_0^{\infty} t |e(t)| dt = 2 \int_0^{\infty} t e^{\gamma}(t) dt \quad (1)$$

$$\int_0^{\infty} t |e(t)| dt = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{\gamma}(t) dt \quad (4)$$

$$\int_0^{\infty} |e(t)| dt + \int_0^{\infty} e^{\gamma}(t) dt = \frac{1}{6} \quad (3)$$

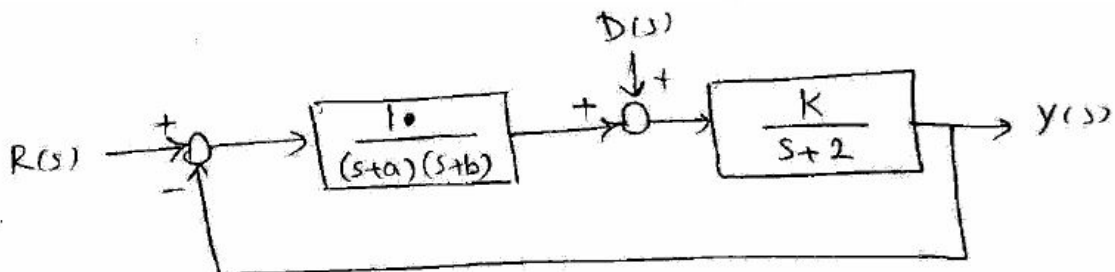
۷- کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

(الف) با نزدیک شدن قطب‌های سیستم مرتبه دوم استاندارد به محور $j\omega$ فراچرخش سیستم همواره افزایش می‌یابد.

(ب) در سیستم کنترل سرعت افزایش ضریب تناسبی کنترلر PD باعث کاهش خطای حالت دائمی به ورودی شیب می‌شود.

(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۸- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر اثر اغتشاش $d(t) = e^{-t} u(t)$ در حالت ماندگار خروجی صفر شود و خروجی ورودی مرجع پله واحد را با فرض $D(s) = 0$ ردیابی نماید کدام گزینه در مورد مقادیر k درست است؟



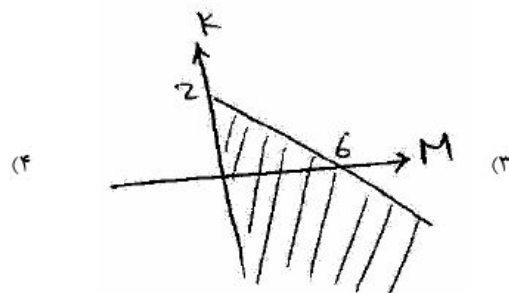
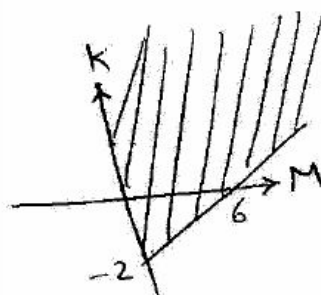
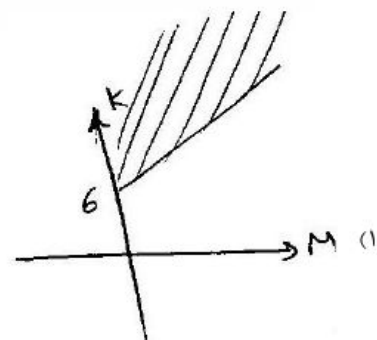
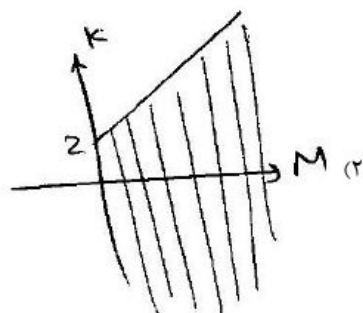
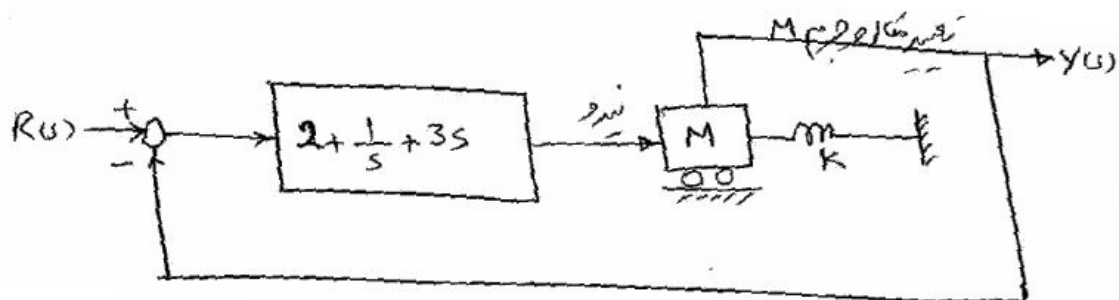
$$0 < k < 10 \quad (2)$$

$$0 < k < 0.6 \quad (1)$$

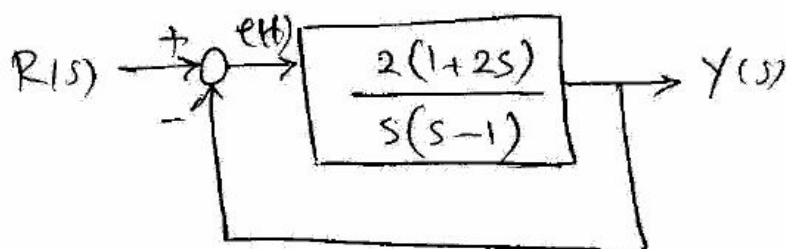
(۴) هیچ مقدار k

(۳) بدون دانستن مقادیر a و b نمیتوان اظهار نظر کرد.

۹- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. ناحیه پایداری حلقه بسته در کدام گزینه صحیح رسم شده است؟



۱۰- در سیستم کنترل شکل زیر چند ثابته مشتق خطابه ورودی پله واحد منفی است؟ $(e(t) < 0)$



(۱) $\ln 2$ ثابته

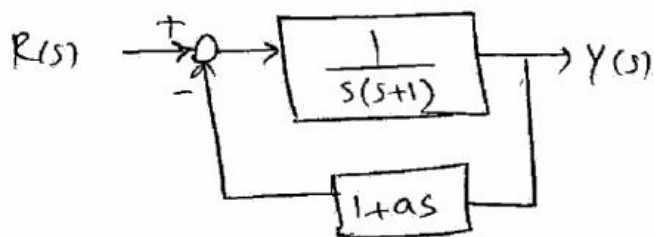
(۲) $\ln 3$ ثابته

(۳) $\ln \frac{3}{2}$ ثابته

(۴) مشتق خطا هیچ گاه منفی نمی شود.

۱۱- در سیستم کنترل شکل زیر حساسیت خطای حالت ماندگار به ورودی شیب واحد نسبت به پارامتر a کدام است؟

$$(e = r - y)$$



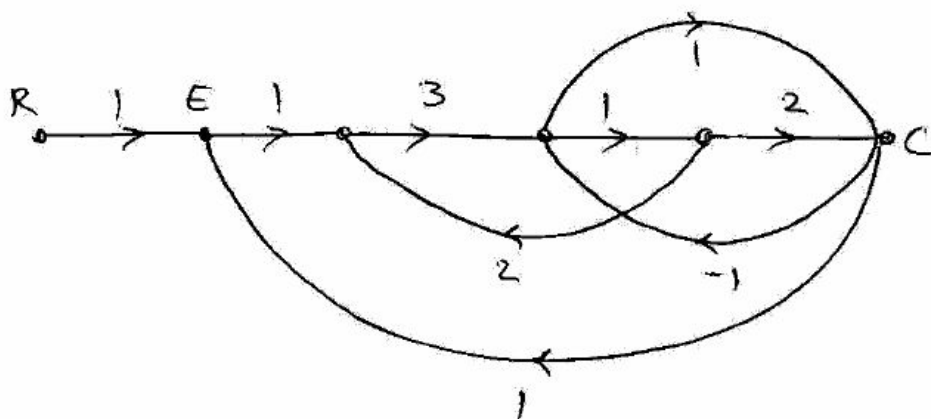
$$\frac{a+1}{a} \quad (1)$$

$$\frac{a}{a+1} \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-1 \quad (4)$$

۱۲- در گراف گذر سیگنال شکل زیر مقدار $\frac{E}{R}$ کدام است؟



$$\frac{3}{13} \quad (1)$$

$$\frac{2}{11} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{4}{13} \quad (4)$$

سیستم‌های کنترل خطی

۱- پاسخ: گزینه «۲» صحیح است.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^r}{s^r + r\xi\omega_n s + \omega_n^r}$$

$$\xi = 1, \quad R(s) = \frac{1}{s}$$

$$C(t) = 1 - e^{-\omega_n t} - \omega_n t e^{-\omega_n t}$$

$$e(t) = e^{-\omega_n t} + \omega_n t e^{-\omega_n t}$$

$$S_{\omega_n}^{e(t)} = \frac{\partial e(t)}{\partial \omega_n} \times \frac{\omega_n}{e(t)} = \left[\cancel{-te^{-\omega_n t}} + \cancel{te^{-\omega_n t}} - t^r \omega_n e^{-\omega_n t} \right] \frac{\omega_n}{e(t)}$$

$$S_{\omega_n}^{e(t)} \Big|_{t=1} = -\omega_n e^{-\omega_n} \times \frac{\omega_n}{e^{-\omega_n} + \omega_n e^{-\omega_n}} = \frac{-\omega_n^r}{1 + \omega_n}$$

۲- گزینه «۳» صحیح است.

$\begin{array}{c} S^{\circ} \\ \text{سطر صفر} \quad S^{\Delta} \\ S^{\epsilon} \\ S^r \\ S^r \\ \text{سطر صفر} \quad S^1 \\ S^{\circ} \end{array} \left \begin{array}{l} X_1 > 0 \\ X_2 > 0 \\ X_3 > 0 \\ X_4 > 0 \\ X_5 < 0 \\ X_6 < 0 \\ X_7 > 0 \end{array} \right.$	$\begin{array}{c} S^{\circ} \\ \text{سطر صفر} \quad S^{\Delta} \\ S^{\epsilon} \\ S^r \\ S^r \\ \text{سطر صفر} \quad S^1 \\ S^{\circ} \end{array} \left \begin{array}{l} X_1 < 0 \\ X_2 < 0 \\ X_3 < 0 \\ X_4 < 0 \\ X_5 > 0 \\ X_6 > 0 \\ X_7 < 0 \end{array} \right.$
--	--

۳- گزینه «۴» صحیح است.

$$h(t) = \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}} u(t) \quad h'(\circ^+) = -\frac{1}{T^r}$$

$$s(t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) u(t) \quad s'(\circ^+) = \frac{1}{T} \quad e(t) = e^{-\frac{t}{T}} u(t)$$

$$e'(\circ^+) = -\frac{1}{T}$$

$$r(t) = \left(t - T + T e^{-\frac{t}{T}} \right) u(t) \quad e(t) = \left(T - T e^{-\frac{t}{T}} \right) u(t)$$

$$e'(\circ^+) = 1$$

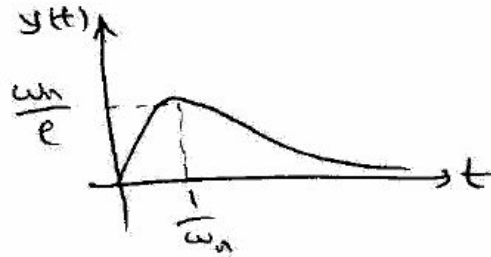
۴- گزینه «۳» صحیح است.

$$T(s) = \frac{1}{MS^2 + BS + K} = \frac{1}{MS^2 + BS + 1}$$

$$B^2 = 4M \Rightarrow \text{میرای بحرانی}$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{M}}$$

$$\text{مسافت طی شده تا توقف کامل} = \frac{2\omega_n}{e} = \frac{2}{e\sqrt{M}}$$



۵- گزینه «۴» صحیح است.

$$h(t) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin \omega_d t$$

$$h'(t) = 0 \rightarrow t_p = \frac{n\pi + \theta}{\omega_d}$$

$$h(t_p) = \omega_n e^{-\frac{\theta}{\tan \theta}} \Rightarrow e^{-\frac{2\pi}{\tan \theta}} = \frac{1}{4}$$

$$h(t_{p_r}) = \omega_n e^{-\frac{\theta+2\pi}{\tan \theta}}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\tan \theta} = \ln 4$$

$$\tan \theta = \frac{2\pi}{\ln 4} = \frac{\pi}{\ln 2}$$

۶- گزینه «۳» صحیح است.

$$e(t) = r(t) - c(t) = \begin{cases} 1-t & 0 < t < 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases}$$

$$\int_0^{\infty} t e^{\gamma(t)} dt = \int_0^1 t (1-t)^{\gamma} dt = \frac{1}{1+\gamma}$$

$$\int_0^{\infty} t |e(t)| dt = \int_0^1 t (1-t) dt = \frac{1}{6}$$

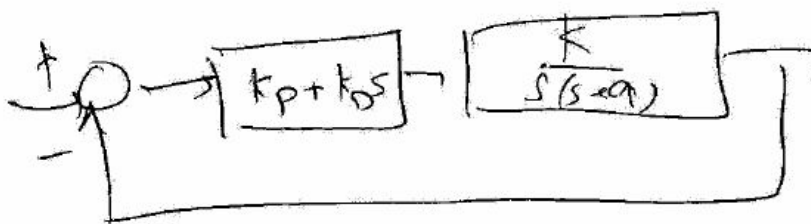
$$\int_0^{\infty} |e(t)| dt = \int_0^1 (1-t) dt = \frac{1}{2}$$

$$\int_0^{\infty} e^{\gamma(t)} dt = \int_0^1 (1-t)^{\gamma} dt = \frac{1}{\gamma+1}$$

۷- گزینه «۲» صحیح است.

در گزاره الف ممکن است فراجش کاهش یابد.

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \frac{k_p k}{a} \quad e_{ss} = \frac{a}{k k_p}$$



۸- گزینه «۱» صحیح است.

$$\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\Delta(s) = s(s+1)(s+2) + 1 \cdot k = 0 \Rightarrow s^3 + 3s^2 + 2s + 1 \cdot k = 0$$

$$\begin{array}{l|ll} s^3 & 1 & 2 \\ s^2 & 3 & 1 \cdot k \\ s^1 & 6 - 1 \cdot k & \\ s^0 & 1 \cdot k & \end{array}$$

$$0 < k < 6$$

۹- گزینه «۴» صحیح است.

$$G_C(s) = \frac{1 + 2s + 3s^2}{s}$$

$$G_P(s) = \frac{1}{Ms^2 + K}$$

$$\Delta(s) = Ms^2 + 3s^2 + (K+2)s + 1$$

$$\begin{array}{l|ll} s^2 & M & K+2 \\ s^1 & 3 & 1 \\ s^0 & 3k+6-M & 1 \end{array}$$

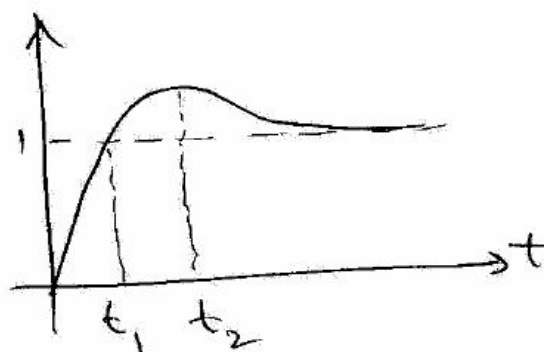
شرایط پایداری حلقه بسته

$$\begin{cases} M > 0 \\ 3k+6-M > 0 \Rightarrow k > \frac{M}{3} - 2 \end{cases}$$

۱۰- گزینه «۲» صحیح است.

$$T(s) = \frac{2(1+2s)}{s^2 + 3s + 2}$$

$$y(s) = \frac{2(1+2s)}{s(s+1)(s+2)} = \frac{1}{s} + \frac{2}{s+1} - \frac{3}{s+2}$$



$$y(t) = 1 + re^{-t} - re^{-rt}$$

$$y(t) = 0 \Rightarrow re^{-t} = re^{-rt}$$

$$e^t = \frac{r}{r} \rightarrow t_1 = \ln \frac{r}{r}$$

$$y'(t) = 0 \rightarrow -re^{-t} + re^{-rt} = 0$$

$$e^t = r \rightarrow t_r = \ln r$$

در بازه (t_1, t_r) مشتق خطا منفی است.

$$t_r - t_1 = \ln r - \ln \left(\frac{r}{r} \right) = \ln r$$

۱۱- گزینه «۲» صحیح است.

$$T(s) = \frac{1}{s(s+1)+1+aS} = \frac{1}{s^2 + (a+1)s + 1}$$

$$G_u(s) = \frac{1}{s(s+a+1)} \quad K_V = \frac{1}{a+1} \Rightarrow e_{ss} = a+1$$

$$S_a^{e_{ss}} = \frac{\partial(e_{ss})}{\partial a} \times \frac{a}{e_{ss}} = \frac{a}{a+1}$$

۱۲- گزینه «۲» صحیح است.

$$P_1 = 1 \rightarrow \Delta_1 = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) = -2$$

$$L_1 = (1)(3)(1)(2)(1) = 6$$

$$L_2 = (3)(1)(2) = 6$$

$$L_3 = (1)(2)(-1) = -2$$

$$L_4 = (1)(-1) = -1$$

$$L_5 = (1)(3)(1)(1) = 3$$

$$\frac{E}{R} = \frac{P_1 \Delta_1}{1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5)} = \frac{-2}{-11} = \frac{2}{11}$$