

سیستم های کنترل خطی

۱- کدامیک از گزاره های زیر صحیح است؟

الف) اگر در سیستمی حذف صفر و قطب رخ دهد، آن سیستم نمی تواند پایدار باشد و حداقل یکی از سیگنال های داخل آن کراندار نیست.

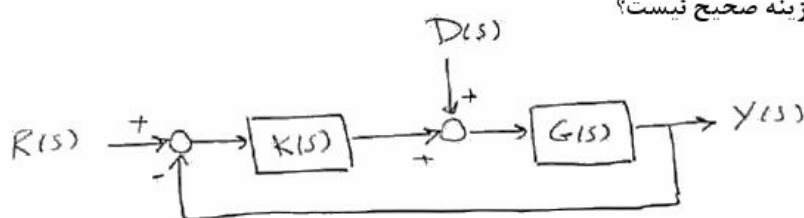
ب) اگر در سیستمی حذف صفر و قطب رخ ندهد، سیستم همواره پایدار است و تمامی سیگنال های داخل آن کراندارند.

(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۲- سیستم حلقه بسته زیر را در نظر بگیرید. $G(s) = \frac{s+4}{s^2+5s+6}$ و کنترل کننده $K(s)$ چنان طراحی شده است که

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{s^2 + 9s + 20}{s^2 + 6s^2 + 15s + 20}$$

کدام گزینه صحیح نیست؟



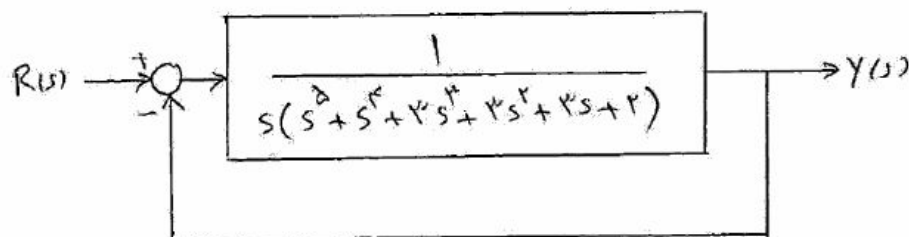
(۱) خطای حالت دایم به ورودی مرجع پله واحد با $D(s) = 0$ صفر است.

(۲) خطای حالت دایم به اغتشاش $d(t) = e^{-t}u(t)$ صفر است.

(۳) خطای حالت دایم به اغتشاش پله $D(s) = \frac{1}{s}$ صفر است.

(۴) سیستم حلقه بسته ناپایدار است و خطای حالت ماندگار به ورودی مرجع پله واحد بی نهایت است.

۳- در سیستم کنترل شکل زیر خطای حالت ماندگار به ورودی شیب واحد کدام است؟



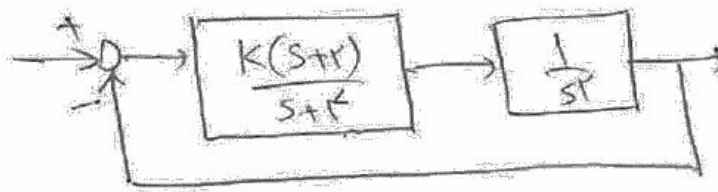
(۱) $e_{ss} = 2$ (۲) $e_{ss} = 0$ (۳) $e_{ss} = \frac{1}{2}$ (۴) $e_{ss} = \infty$

۴- دو سطر اول آرایه راث معادله مشخصه سیستمی به صورت زیر است. چه تعداد از گزاره های زیر در مورد محل قطبهای حلقه

	a	b	c	d	بسته سیستم صحیح است؟
s^5	a	b	c	d	
s^4	e	f	g		
s^3	x	x	x		الف) اگر $e = f = g = 0$ سیستم قطعاً ریشه سمت راست دارد.
s^2	x	x			ب) اگر $bc = 0$ سیستم قطعاً ریشه سمت راست دارد.
s^1	x	x			ج) اگر $bg < 0$ سیستم قطعاً ریشه سمت راست دارد.
s^0	x				د) اگر تمام ضرایب دو سطر اول منفی باشند سیستم قطعاً ریشه سمت راست دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۵ - سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. به ازای چه مقادیری از k سیستم حلقه بسته نوسانات پایدار خواهد داشت؟ فرکانس نوسان در این صورت کدام است؟



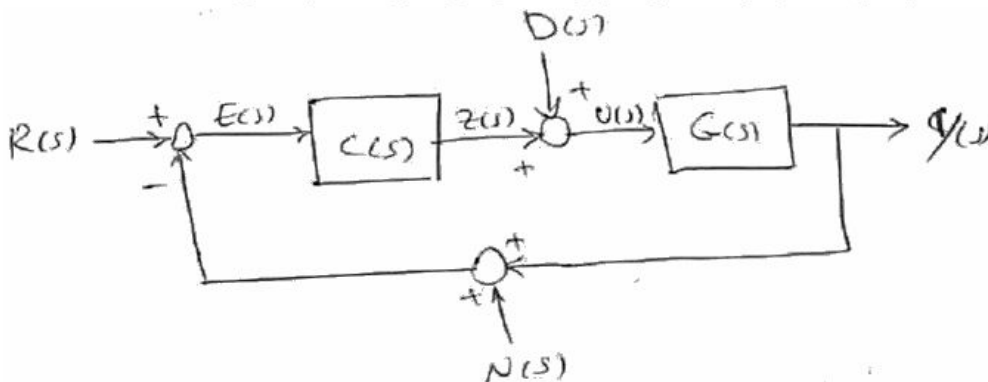
$$w = \frac{1}{2\sqrt{2}} r/s, \quad k = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$w = \frac{1}{2} r/s, \quad k = 2 \quad (2)$$

$$w = \frac{\sqrt{2}}{2} r/s, \quad k = 2 \quad (3)$$

(۴) به ازای هیچ مقدار k سیستم حلقه بسته نوسانی نمی‌شود.

- ۶ - سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. کدام گزینه در مورد کران سیگنال‌های داخل سیستم صحیح است؟



$$G(s) = \frac{s^2 + 1}{s^2 + 8s^2 + 19s + 13}$$

$$C(s) = \frac{s+1}{s^2 + 2s^2 + s + 2}$$

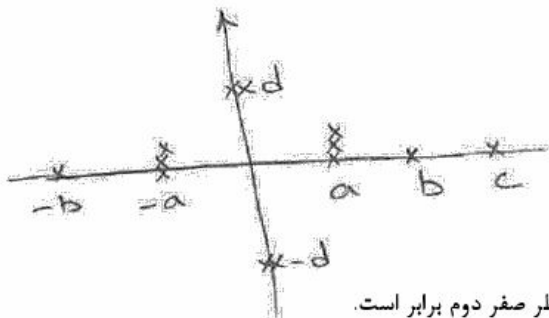
(۱) به ازای $R(s) = N(s) = D(s) = \frac{1}{s}$ سیستم حلقه بسته پایدار است و کلیه سیگنال‌های آن کراندارند.

(۲) به ازای $R(s) = N(s) = 0, d(t) = \sin t$ سیستم ناپایدار است و $y(t)$ بی‌کران است.

(۳) به ازای $r(t) = n(t) = \sin t, D(s) = \frac{1}{s}$ سیستم ناپایدار است و $e(t)$ بی‌کران است.

(۴) به ازای $R(s) = N(s) = \frac{1}{s}, d(t) = \cos t$ سیستم ناپایدار است و $y(t)$ بی‌کران است.

- ۷ - محل قطب‌های معادله مشخصه سیستمی به صورت زیر است کدام گزینه در مورد آرایه راث نظیر معادله مشخصه سیستم صحیح نیست؟



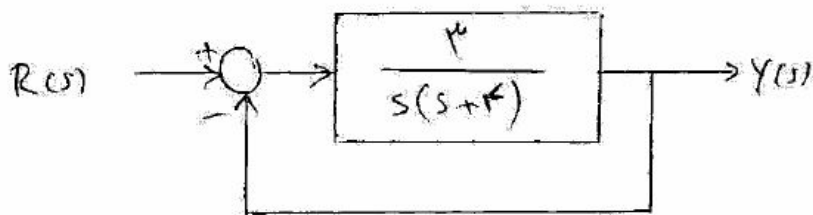
(۱) خارج قسمت تقسیم معادله کمکی اول بر معادله کمکی دوم درجه ۶ است.

(۲) خارج قسمت تقسیم معادله کمکی اول بر معادله کمکی سوم درجه ۱۰ است.

(۳) خارج قسمت تقسیم معادله مشخصه بر معادله کمکی دوم درجه ۸ است.

(۴) تعداد تغییر علامت بین سطر صفر اول و دوم با مجموع تعداد تغییر علامتهای بعد از سطر صفر دوم برابر است.

۸ - در سیستم کنترل شکل زیر معیار عملکرد $ISTE = \int_0^{\infty} t^2 e(t) dt$ به ورودی پله واحد کدام است؟



- (۱) صفر (۲) $\frac{82}{27}$ (۳) $\frac{80}{27}$ (۴) $\frac{40}{27}$

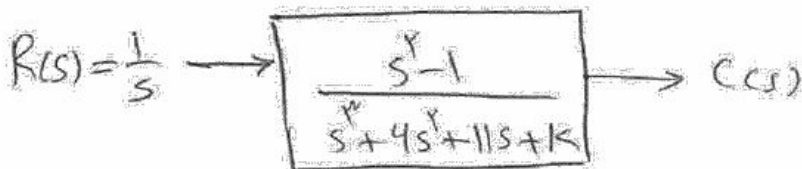
۹ - کدام گزینه در مورد محل ریشه‌های معادله $P(s) = s^6 + s^5 - 6s^4 - s^3 - s + 6 = 0$ صحیح است؟

- (۱) دو ریشه در RHP و چهار ریشه در LHP
(۲) دو ریشه در RHP و چهار ریشه روی محور $j\omega$
(۳) یک ریشه در RHP و سه ریشه در LHP و دو ریشه روی محور $j\omega$
(۴) دو ریشه در RHP و دو ریشه در LHP و دو ریشه روی محور $j\omega$

۱۰ - کدامیک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

- (الف) اگر در آرایه راث معادله مشخصه سیستمی اولین درایه یک سطر صفر شود، ممکن است سیستم پایدار مجانبی شود.
(ب) اگر در آرایه راث معادله مشخصه سیستمی بیش از یک سطر تمام صفر رخ دهد، همواره سیستم حلقه بسته ناپایدار خواهد بود.
(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۱۱ - سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. به ازای کدام مقادیر K ، سرعت همگرایی پاسخ پله سیستم از سیگنال $e^{-t}u(t)$ سریع‌تر است؟



- (۱) $K > 6$ (۲) $K < 12$ (۳) $6 < K < 12$ (۴) $K > 12$

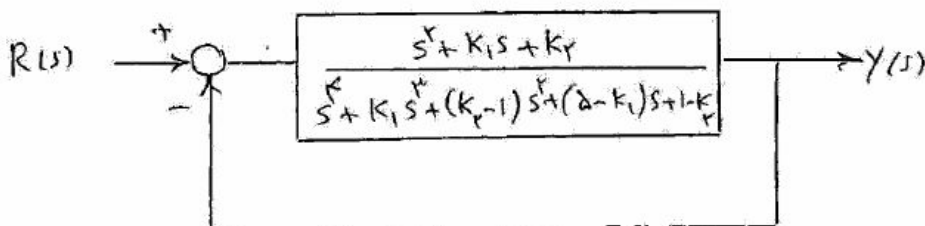
۱۲ - در سیستم کنترل شکل زیر به ازای چه مقادیری از K_1 و K_2 سیستم حلقه بسته پایدار مجانبی خواهد بود؟

(۱) $0 < K_1 < \sqrt{5K_2} - 25$

(۲) $0 < K_1 < \sqrt{5K_1K_2} + 25$

(۳) $0 < K_1 < \sqrt{5K_1K_2} - 25$

(۴) $0 < K_1 < \sqrt{5K_1} + 25$



سیستم‌های کنترل خطی

۱- گزینه «۴» صحیح است.

الف غلط است. ممکن است حذف سمت چپ رخ دهد و بقیه قطب‌های همه توابع تبدیل سیستم سمت چپ باشند.

ب غلط است. ممکن است قطب‌های سیستم سمت راست باشد.

۲- گزینه «۴» صحیح است.

$$T(S) = \frac{Y(S)}{R(S)} = \frac{S^r + 9S + 20}{S^r + 6S^r + 15S + 20}$$

$$K(S)G(S) = \frac{S^r + 9S + 20}{S^r + 15S + 6} = \frac{S + 4}{S^r + 15S + 6} K(S)$$

$$\Rightarrow K(S) = \frac{S + 4}{S}$$

۳- گزینه «۴» صحیح است.

سیستم حلقه بسته ناپایدار است و $e_{ss} = \infty$

۴- گزینه «۲» صحیح است.

الف غلط است. ممکن است ۶ ریشه روی $j\omega$ داشته باشیم.

ب صحیح است.

ج صحیح است.

د غلط است ممکن است در سطرها S^* تا S^0 تغییر علامت رخ ندهد.

۵- گزینه «۴» صحیح است.

$$\Delta(S) = S^r(S + 4) + K(S + 2) = S^r + 4S^r + KS + 2K$$

S^r	1	K
S^r	4	2K
S^1	2K	
S^0	2K	

۶- گزینه «۱» صحیح است.

سیستم حلقه بسته پایدار BIBO است ولی صفر و قطب روی $j\omega$ بین پلنت و کنترلر حذف می‌شود.

گزینه «۱» صحیح است چون ورودی‌های داده شده قطب‌های حذف شده روی $j\omega$ را تحریک نمی‌کنند.

گزینه «۲» غلط است به ازای ورودی $D(S) = \frac{1}{S^r + 1}$ همه سیگنال‌ها کراندارند.

گزینه «۳» غلط است. به ازای $R(S) = N(S) = \frac{1}{S^r + 1}$ سیگنال‌های $z(t)$ و $u(t)$ بی‌کرانند.

گزینه «۴» غلط است. به ازای ورودی‌های داده شده همه سیگنال‌ها کراندار خواهد بود.

۷- گزینه «۳» صحیح است.

معادله مشخصه از درجه ۱۳ است. اولین سطر صفر سطر S^{11} است پس معادله کمکی اول درجه ۱۲ است. دومین سطر صفر S^0 است پس معادله کمکی دوم درجه ۶ است. سومین سطر صفر S^1 است پس معادله کمکی سوم درجه ۲ است. قبل از S^{11} یک تغییر علامت و بعد از S^{11} دو تغییر علامت و بعد از S^0 یک تغییر علامت و بعد از S^1 نیز یک تغییر علامت داریم.

۸- گزینه «۴» صحیح است.

$$E(S) = \frac{1}{1+G(S)} R(S) = \frac{1}{1+\frac{3}{S(S+4)}} \cdot \frac{1}{S} = \frac{S+4}{S^2+4S+3}$$

$$E(S) = \frac{S+4}{(S+1)(S+3)} = \frac{\frac{3}{2}}{S+1} - \frac{\frac{1}{2}}{S+3}$$

$$e(t) = \left(\frac{3}{2} e^{-t} - \frac{1}{2} e^{-3t} \right) u(t)$$

$$ISTE = \int_0^\infty \left(\frac{3}{2} t^r e^{-t} - \frac{1}{2} t^r e^{-3t} \right) dt = \left[\frac{3}{2} \frac{t^r}{S^r} \right]_{S=1} - \left[\frac{1}{2} \frac{t^r}{S^r} \right]_{S=3} = \frac{80}{27}$$

۹- گزینه «۴» صحیح است.

ریشه‌های معادله $S = -1, 1, \pm j, 2, -3$ هستند.

۱۰- گزینه «۲» صحیح است.

الف غلط است. چون اگر اولین درایه صفر شود حتماً یا ریشه سمت راست داریم یا ریشه روی $j\omega$ که در هیچ صورت پایدار مجانبی نخواهد بود.

ب به وضوح صحیح است.

۱۱- گزینه «۳» صحیح است.

باید همه قطبهای تابع تبدیل در سمت چپ خط $\sigma = -1$ باشد.

$$\Delta(S-1) = (S-1)^r + 6(S-1)^r + 11(S-1) + K$$

$$\Delta(S-1) = S^r + 3S^r + 2S - 6 + K$$

$$\begin{array}{l|ll} S^r & 1 & 2 \\ S^r & 3 & K-6 \\ S^1 & 12-K > 0 & \\ S^0 & K-6 > 0 & \end{array} \rightarrow 6 < K < 12$$

۱۲- گزینه «۳» صحیح است.

$$\Delta(S) = S^f + K_1 S^r + K_2 S^v + \Delta S + 1$$

$$\begin{array}{c|ccc} S^f & 1 & K_2 & 1 \\ S^r & K_1 & 5 & \\ S^v & \frac{K_1 K_2 - \Delta}{K_1} & 1 & \\ S^1 & * & & \\ S^0 & 1 & & \end{array} \quad * = \frac{K_1^2 - \Delta K_1 K_2 + 2\Delta}{\Delta - K_1 K_2}$$

شرایط پایداری:

$$K_1 K_2 > \Delta$$

$$K_1^2 + 2\Delta < \Delta K_1 K_2 \rightarrow 0 < K_1^2 < \Delta K_1 K_2 - 2\Delta \Rightarrow 0 < K_1 < \sqrt{\Delta K_1 K_2 - 2\Delta}$$

$$K_1 > 0$$