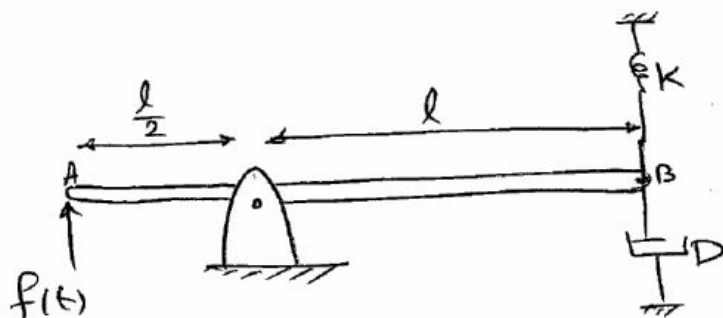


سیستم های کنترل خطی

۱- در سیستم مکانیکی شکل زیر اگر نیروی پله واحد به نقطه A وارد شود نقطه B نهایتاً چقدر جابه جا می شود؟



(۱) $2K$

(۲) $\frac{1}{2K}$

(۳) $2D$

(۴) $\frac{1}{2}D$

۲- معادلات حالت سیستمی به صورت $\dot{x} = Ax + Bu$ است. اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ و $u=0$ و بردار حالت $x(t)$ در لحظه

$t = \ln 2$ به صورت $x(\ln 2) = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ باشد، شرایط اولیه چگونه بوده است؟

(۲) $\begin{cases} x_1(0) = -6 \\ x_2(0) = 14 \end{cases}$

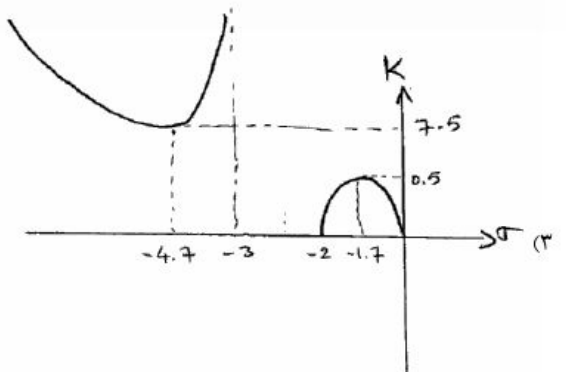
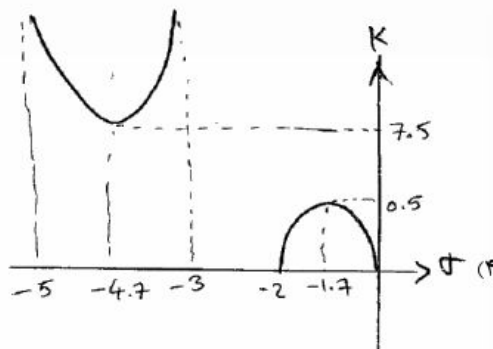
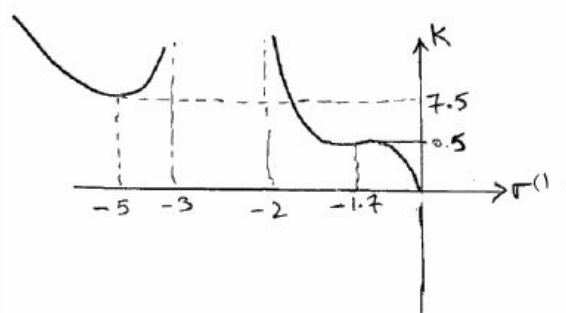
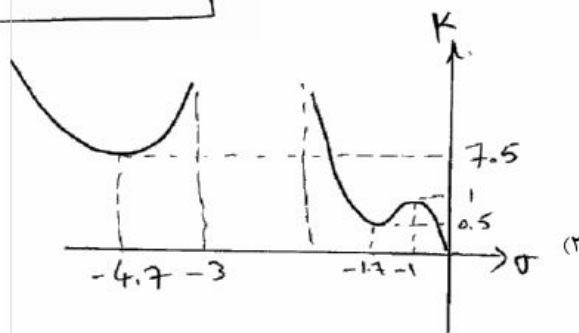
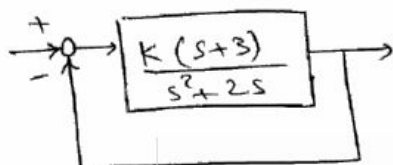
(۱) $\begin{cases} x_1(0) = 6 \\ x_2(0) = -14 \end{cases}$

(۴) $\begin{cases} x_1(0) = 1 \\ x_2(0) = -1 \end{cases}$

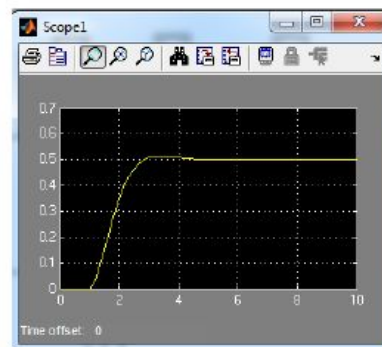
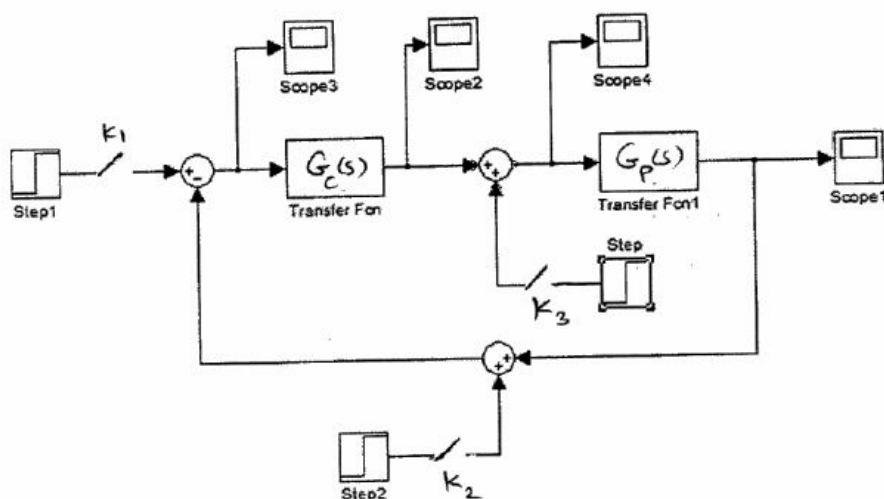
(۳) $\begin{cases} x_1(0) = 0 \\ x_2(0) = -\frac{1}{2} \end{cases}$

۳- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. کدام گزینه نمودار K برحسب σ را به درستی نشان می دهد.

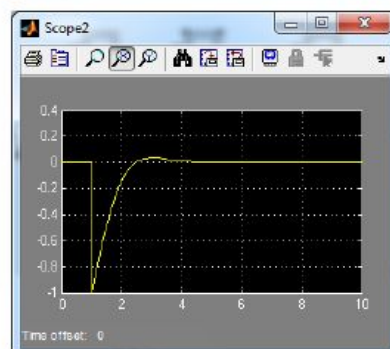
($\sigma = \text{Re}\{s\}$ که s محل قطب های حلقه بسته سیستم است) $0 < K < \infty$



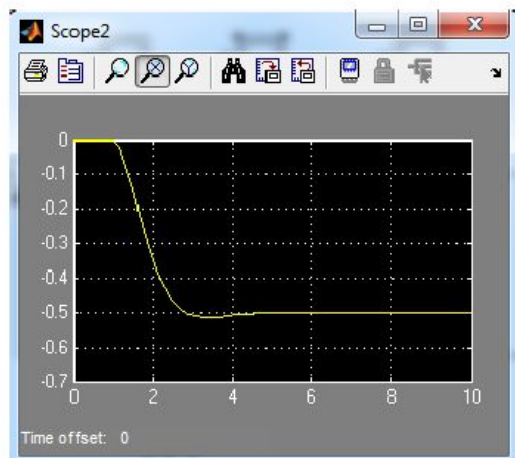
۴ - سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر کلید k_1 بسته و کلیدهای k_2, k_3 باز باشند، به صورت شکل الف خواهد بود. اگر کلید k_2 بسته و کلیدهای k_1, k_3 باز باشند، به صورت شکل ب خواهد بود حال اگر کلید k_3 بسته و کلیدهای k_1, k_2 باز باشند کدام گزینه صحیح است؟



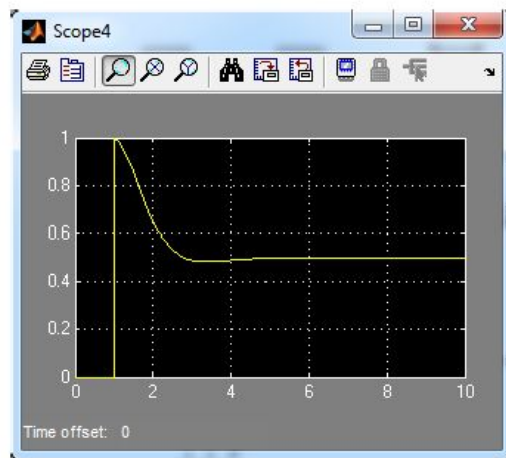
شکل الف



شکل ب

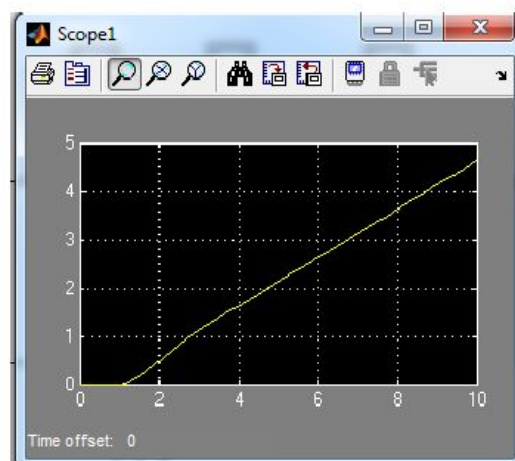


(۲)



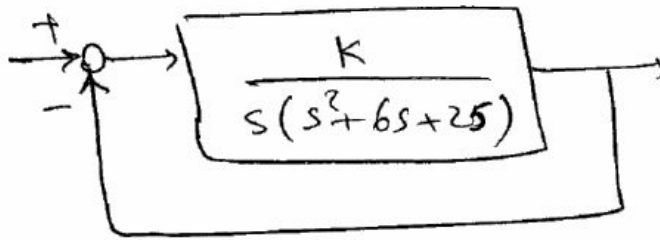
(۱)

(۴) هر سه گزینه صحیح است.



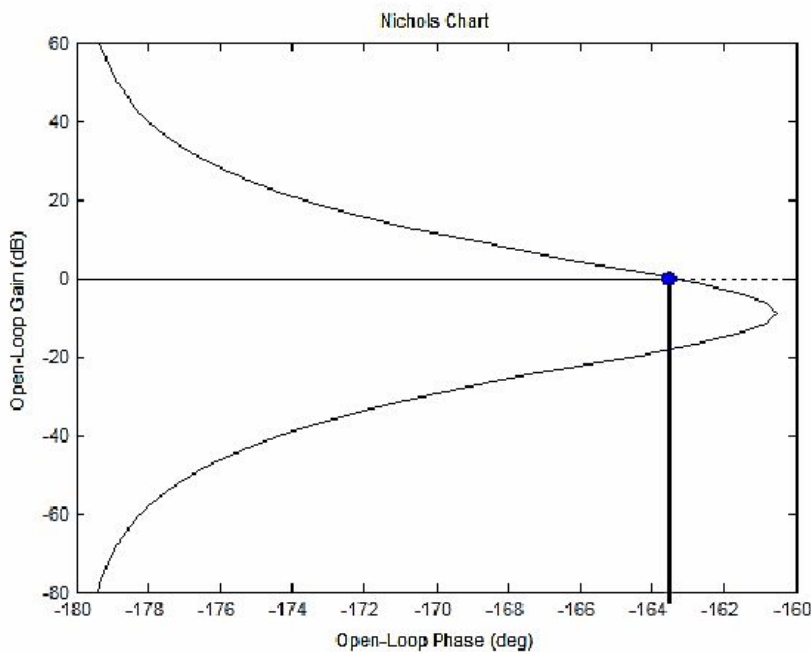
(۳)

- ۵ - در سیستم کنترل شکل زیر به ازای چه مقدار از k ثابت خطای سرعت بزرگتر از یک و حد بهره سیستم بزرگتر از 14 dB خواهد بود؟



- (۱) ۲۷
(۲) ۳۲
(۳) ۳۴
(۴) ۳۶

- ۶ - نمودار $\log \text{ magnitude-phase}$ سیستم حلقه باز پایداری به صورت زیر است. در مورد سیستم حلقه بسته با فیدبک منفی واحد کدام گزینه صحیح است؟



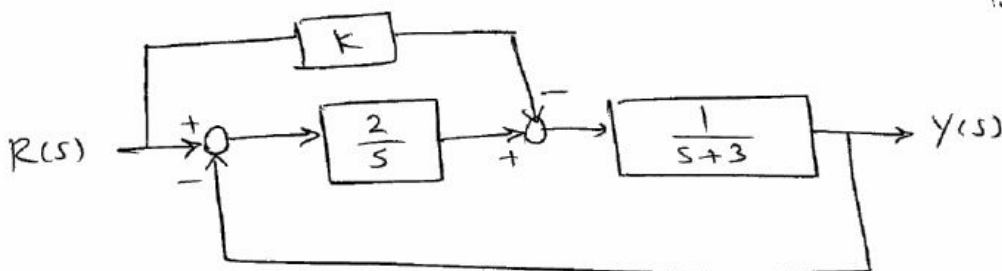
(۱) پایدار با حد بهره بی‌نهایت و حد فاز $16/5^\circ$ است.

(۲) خطای حالت دایمی به ورودی‌های پله و شیب واحد صفر است.

(۳) مکان هندسی ریشه‌های این سیستم هیچ‌گاه با محور $j\omega$ برخورد نخواهد کرد.

(۴) هر سه گزینه صحیح است.

- ۷ - در سیستم کنترل شکل زیر اگر $e(t) = r(t) - y(t)$ تعریف شود به ازای کدام مقدار k حاصل $\int_0^\infty e^T(t) dt$ به ورودی پله واحد حداقل خواهد شد؟



(۴) -۳

(۳) ۳

(۲) -۲

(۱) ۲

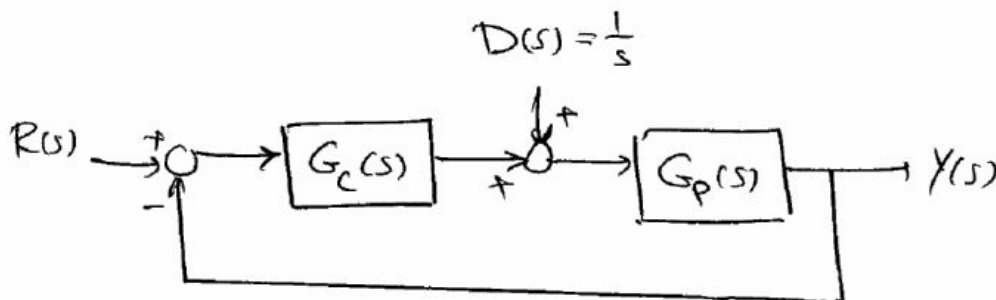
۸- اگر تابع $S(s)$ تابع تبدیل حساسیت سیستم زیر باشد. اثر اغتشاش پله‌ای $D(s)$ در حالت ماندگار خروجی کدام گزینه است؟ (فرض کنید سیستم حلقه بسته پایدار است).

(۱) $S(0)$

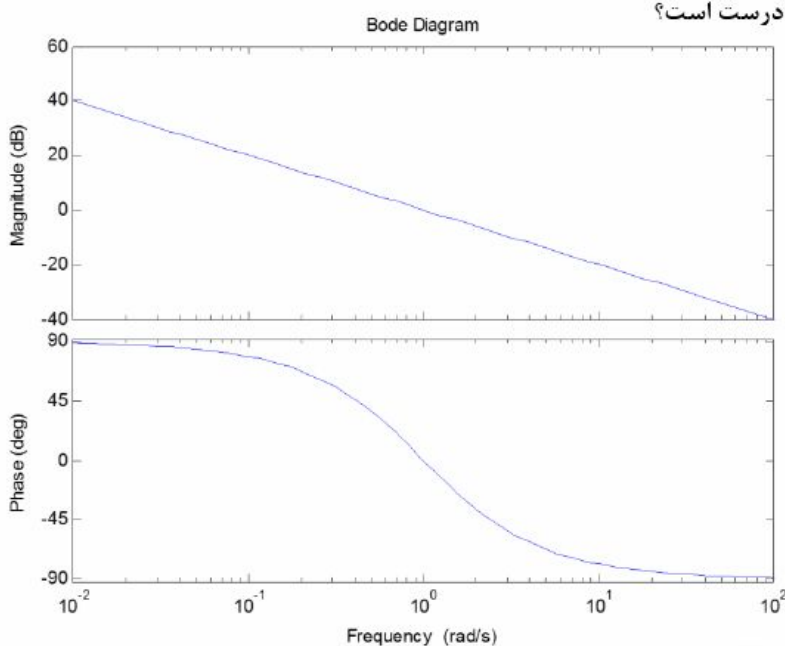
(۲) $G_c(0) S(0)$

(۳) $\frac{S(0)}{G_c(0)}$

(۴) $G_p(0) S(0)$



۹- یک سیستم فیدبک واحد با تابع تبدیل $G(s)$ که دیاگرام بودی آن در شکل نشان داده شده است را در نظر بگیرید. کدام گزینه در مورد پایداری حلقه بسته به ازای $-\infty < k < \infty$ درست است؟



(۱) همواره پایدار

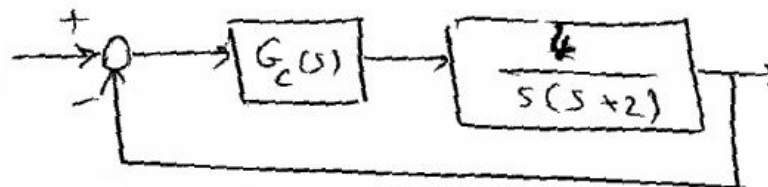
(۲) پایدار به ازای $k > 0$ و ناپایدار با یک قطب RHP به ازای $k < 0$

(۳) پایدار به ازای $-1 < k < 0$

(۴) همواره ناپایدار با یک قطب RHP به ازای $-\infty < k < \infty$

۱۰- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. کدام کنترلر می‌تواند مشخصات مطلوب زیر را برآورده سازد؟

$$\begin{cases} k_v = 20 \\ PM > 50^\circ \end{cases}$$



P (۴)

PI (۳)

Lag (۲)

Lead (۱)

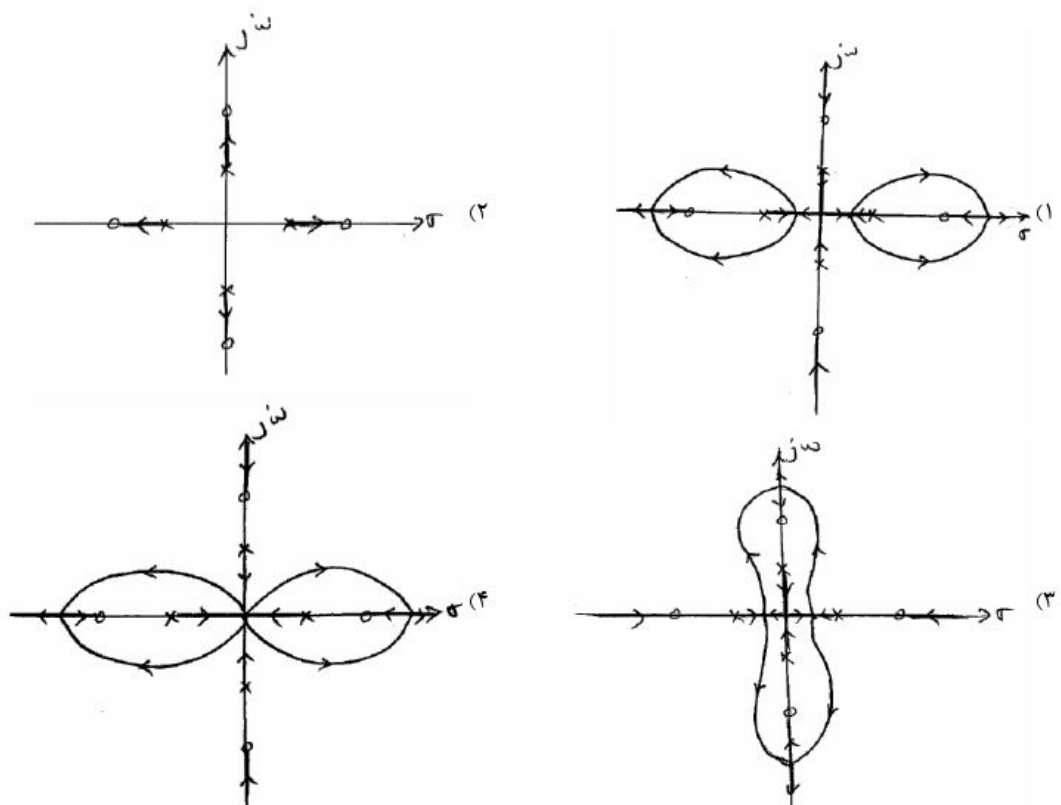
۱۱- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر جدول راث متناظر با معادله مشخصه سیستم به صورت داده شده باشد مکان هندسی ریشه‌های سیستم در کدام گزینه به‌درستی آمده است؟ ($k < 0$)



s^4	$1+k$	$-(21+27k)$	$-(100+324k)$
s^3	$4(1+k)$	$-2(21+27k)$	
s^2	$-0.5(21+27k)$	$-(100+324k)$	
s^1	F		
s^0	$-(100+324k)$		

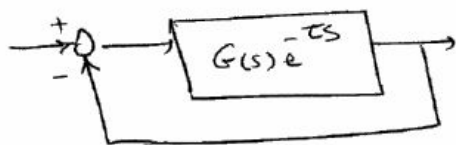
$$F = \frac{2025k^2 + 2830k + 841}{-0.5(21+27k)}$$

ریشه‌های معادله $2025k^2 + 2830k + 841 = 0$ برابر $k = -0.968$ و $k = -0.428$ است.



۱۲ - سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. داده‌های پاسخ فرکانسی $G(s)$ در جدول نشان داده شده است. ماکزیمم مقدار تأخیر τ

که سیستم حلقه بسته به ازای آن پایدار است کدام گزینه است؟



(۱) ۱۷۴ msec

(۲) ۱/۲۲ sec

(۳) ۴۳۶ msec

(۴) ۲ sec

Omega (rad/s)	Mag (db)	Phase (deg)
۰/۰۱	۳۹/۰۲	-۹۲
۰/۱	۲۲/۲۳	-۱۰۰
۰/۵	۱۳/۵۴	-۱۰۳
۱	۰/۰۱	-۱۱۰
۱/۵	-۴/۳۵	-۱۲۰
۲	-۰/۰۱	-۱۳۰
۲/۵	۰/۵۵	-۱۴۰
۳	۰/۰۱	-۱۵۰
۴	-۵	-۱۶۲
۶	-۱۰	-۱۷۸
۱۰	-۴۰	-۲۲۰
۲۰	-۸۰	-۲۶۰
۱۰۰	-۱۰۰	-۲۶۸

سیستم‌های کنترل خطی

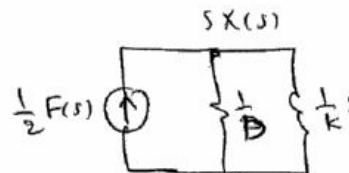
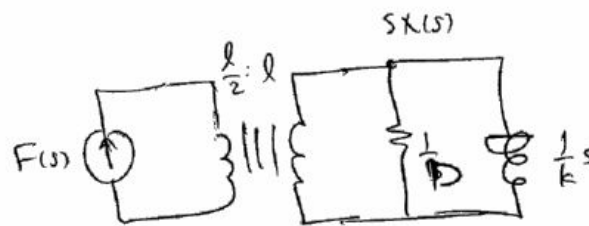
۱- گزینه «۲» صحیح است.

$$SX(s) = \frac{\frac{s}{Dk}}{\frac{1}{D} + \frac{s}{k}} \cdot \frac{1}{r} F(s)$$

$$SX(s) = \frac{s}{k + Ds} \cdot \frac{1}{r} F(s)$$

$$X(s) = \frac{1}{k + Ds} \cdot \frac{1}{r} F(s)$$

$$F(s) = \frac{1}{s} \rightarrow x_{ss} = \frac{1}{rk}$$



۲- گزینه «۱» صحیح است.

$$x(\ln r) = \varphi(+\ln r) x(\circ)$$

$$x(\circ) = \varphi(-\ln r) x(\ln r)$$

$$\varphi(-\ln r) = \begin{bmatrix} re^{\ln r} - e^{r \ln r} & e^{\ln r} - e^{r \ln r} \\ -re^{\ln r} + re^{r \ln r} & -e^{\ln r} + re^{r \ln r} \end{bmatrix}$$

$$\varphi(-\ln r) = \begin{bmatrix} \circ & -r \\ r & r \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x(\circ) = \begin{bmatrix} \circ & -r \\ r & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ -1r \end{bmatrix}$$

۳- گزینه «۳» صحیح است.

$$S_{b_1} = -1/r \rightarrow K_{b_1} = \circ / \Delta$$

$$S_{b_r} = -r / \gamma \rightarrow K_{b_r} = \gamma / \Delta$$

۴- گزینه «۴» صحیح است.

۵- گزینه «۱» صحیح است.

$$k_v = \lim_{s \rightarrow \circ} G(s) = \frac{k}{r\Delta} > 1 \rightarrow k > r\Delta$$

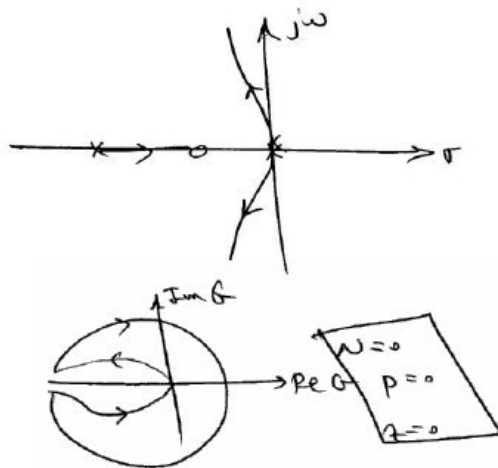
$$a = \Delta \rightarrow GM = r \log a = 1r \text{ db}$$

$$\Delta(s) = s^r + \epsilon s^r + r\Delta s + ak$$

$$\begin{array}{l|ll} s^r & 1 & r\Delta \\ s^r & \epsilon & ak \\ s^1 & 1\Delta - ak & = \circ \\ s^0 & ak & \end{array} \rightarrow a = \frac{1\Delta}{k} > \Delta \Rightarrow k < r.$$

۶- گزینه «۴» صحیح است.

$$G(s) = \frac{s+1}{s^2(s+2)}$$



$$N = 0$$

$$P = 0$$

$$\lambda = 0$$

سیستم حلقه بسته هر ذره پایدار است

۷- گزینه «۴» صحیح است.

$$T(s) = \frac{\frac{2}{s(s+2)} - \frac{k}{s+2}}{1 + \frac{2}{s(s+2)}} = \frac{2 - ks}{s^2 + 2s + 2} = \frac{2+k}{s+1} - \frac{2+2k}{s+2}$$

$$E(s) = (1 - T(s)) R(s) = \frac{s^2 + 2s + 2 - 2 - ks}{s^2 + 2s + 2} R(s)$$

$$R(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow E(s) = \frac{s+2+k}{(s+1)(s+2)} = \frac{2+k}{s+1} - \frac{1+k}{s+2}$$

$$e(t) = (2+k)e^{-t} - (1+k)e^{-2t}$$

$$e^r(t) = (2+k)^r e^{-rt} + (1+k)^r e^{-2rt} - 2(1+k)(2+k) e^{-rt}$$

$$\begin{aligned} \int_0^\infty e^r(t) dt &= \frac{1}{r} (2+k)^r + \frac{1}{r} (1+k)^r - \frac{2}{r} (1+k)(2+k) \\ &= \frac{1}{r} (k^r + 2rk + 2) + \frac{1}{r} (k^r + rk + 1) - \frac{2}{r} (k^r + rk + 2) \\ &= \frac{1}{12} k^r + \frac{1}{2} k + \frac{11}{12} \end{aligned}$$

به ازای $k = -3$ مقدار فوق حداقل می شود.

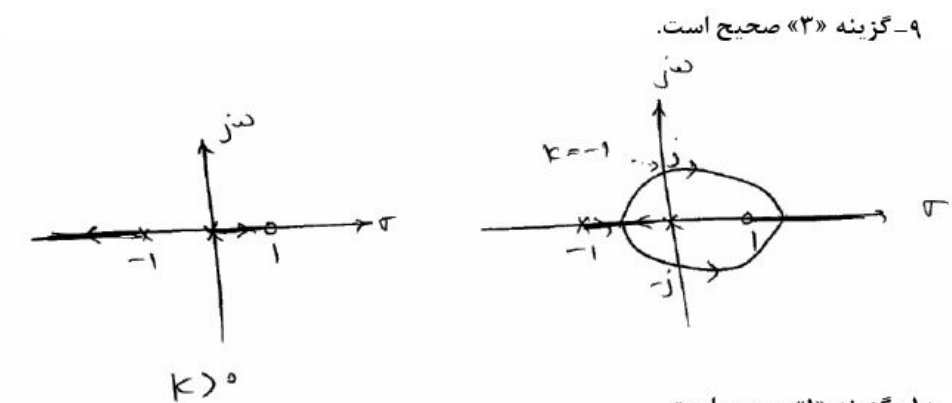
۸- گزینه «۴» صحیح است.

$$S(s) = \frac{1}{1 + G_c(s)G_p(s)}$$

$$\frac{y(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} \rightarrow y_{ss} = \frac{G_p(0)}{1 + G_c(0)G_p(0)} = G_p(0) S(0)$$

$$G(s) = \frac{s-1}{s(s+1)}$$

$$\Delta(s) = s^2 + (k+1)s - k$$



$$T_{\max} = \frac{\gamma_{\min}}{\omega_g} = \frac{30 \times \frac{\pi}{180}}{3} = \frac{\pi}{18} = 0.174$$