

## ماشین‌های الکتریکی

۱ - دو ترانسفورماتور سه فاز اولی به قدرت  $300 \text{ KVA}$  و امپدانس درصد  $5\%$  و دیگری به قدرت  $600 \text{ KVA}$  و امپدانس درصد  $6\%$  با یکدیگر موازی و باری را تغذیه می‌کنند. اگر حداکثر اضافه بار مجاز ترانسفورماتورها  $10\%$  باشد مجموعاً چند  $\text{KVA}$  می‌توان از این مجموعه موازی شده اخذ نمود تا به ترانسفورماتورها آسیب نرسد؟

- (۱)  $800 \text{ KVA}$  (۲)  $900 \text{ KVA}$  (۳)  $880 \text{ KVA}$  (۴)  $990 \text{ KVA}$

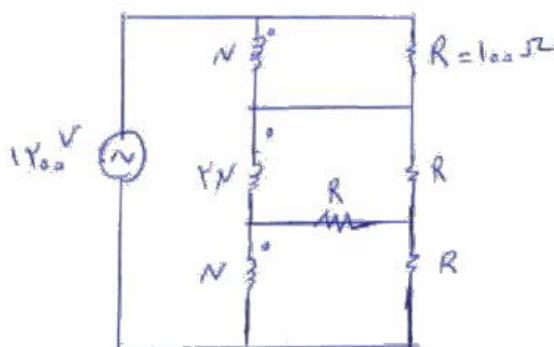
۲ - دو ترانسفورماتور تکفاز به طور موازی بار سلفی با راکتانس  $1 \Omega$  را تغذیه می‌کنند. ترانسفورماتور اول دارای امپدانس اتصال کوتاه  $1 \Omega$  و ترانسفورماتور دوم دارای امپدانس اتصال کوتاه  $0.5 \Omega$  است اگر نسبت تبدیل ترانسفورماتور اول و دوم به ترتیب ۲ و  $2/1$  باشند هنگامی که اولیه ترانسفورماتورها به شبکه تکفاز  $420 \text{ V}$  متصل می‌گردد چند آمپر جریان چرخشی بین دو ترانسفورماتور جاری می‌گردد؟

- (۱) ۵ (۲)  $6/5$  (۳) ۸ (۴)  $9/5$

۳ - دو ترانسفورماتور تکفاز با قدرت مشابه و دارای نسبت تبدیل مشابه به طور موازی باری را تغذیه می‌کنند. اگر امپدانس اتصال کوتاه ترانسفورماتور اول  $Z_{eqA} = 10 + j20 \Omega$  و امپدانس اتصال کوتاه ترانسفورماتور دوم  $Z_{eqB} = 4 + j8 \Omega$  باشند، راکتانس سلفی موردنیاز جهت تقسیم بار یکسان بین این دو ترانسفورماتور باید چند اهم باشد؟

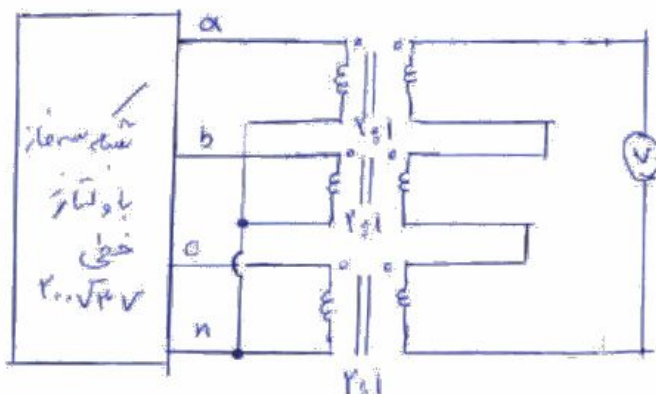
- (۱) ۱۴ (۲) ۲۲ (۳) ۱۰ (۴) ۱۸

۴ - در اتو ترانسفورماتور شکل زیر تمامی مقاومت‌ها  $100 \Omega$  هستند. چند وات توان به واسطه ارتباط مغناطیسی به بار منتقل می‌شود؟



- (۱)  $5100 \text{ W}$   
(۲)  $450 \text{ W}$   
(۳)  $4650 \text{ W}$   
(۴)  $750 \text{ W}$

۵ - سه ترانسفورماتور تکفاز مشابه دارای نسبت تبدیل  $2:1$  مطابق شکل زیر به یکدیگر و به شبکه سه فاز متصل شده‌اند و ولت متر



- این شکل چند ولت را نشان می‌دهد؟  
(۱)  $300 \text{ V}$   
(۲)  $300\sqrt{3} \text{ V}$   
(۳)  $100\sqrt{3} \text{ V}$   
(۴)  $0 \text{ V}$

۶ - در یک موتور القایی  $50 \text{ Hz}$  به قدرت  $43 \text{ KW}$  تلفات آهنی نصف تلفات مکانیکی بوده و تلفات مسی استاتور برابر تلفات آهنی

است. رتور این موتور با چه سرعتی بچرخد تا تلفات مسی رتور آن  $\frac{1}{3}$  تلفات مکانیکی گردد. (فرض کنید در سرعت مورد بحث راندمان موتور  $86\%$  است).

- (۱)  $\frac{41}{45} N_S$  (۲)  $\frac{46}{47} N_S$  (۳)  $\frac{41}{47} N_S$  (۴)  $\frac{46}{45} N_S$

۷- در یک موتور القایی ۵۰ Hz دارای ۸ قطب محور با سرعت ۶۷۵ rpm در حال گردش است. سرعت میدان دوار ناشی از جریان رتور نسبت به سرعت محور رتور چند rpm است؟

- (۱) ۷۵ (۲) -۷۵ (۳) ۶۰۰ (۴) -۶۰۰

۸- یک موتور القایی ۸ قطب ۵۰ Hz در بار کامل دارای لغزش ۵٪ است. در این موتور اگر بین دو لحظه مفروض میدان دوار استاتور

در فاصله هوایی به اندازه  $60^\circ$  (درجه الکتریکی) بچرخد محور رتور در این بازه چند درجه مکانیکی خواهد چرخید؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۱۵ (۳) ۷/۵ (۴) ۳۰

۹- استاتور یک ماشین القایی رتور سیم پیچی شده ۶ قطب به شبکه سه فاز ۵۰ Hz متصل شده و رتور آن نیز توسط یک محرک خارجی (نظیر توربین بادی) با سرعت دورانی متغیری که بین ۱۱۰۰ rpm تا ۱۳۰۰ rpm تغییر می کند می چرخد. در این ماشین محدوده تغییرات فرکانس ولتاژ القایی در سیم پیچی رتور در حالت مدار باز کدام است؟ (فرض شود جهت گردش رتور در خلاف جهت میدان استاتور است)

- (۱) ۱۰ Hz (۲) ۱۵ Hz (۳) ۵ Hz (۴) ۲۰ Hz

۱۰- یک موتور القایی سه فاز ۴ قطب هنگامی که توسط منبع ۴۰۰ V و ۴۰ Hz تغذیه می گردد با سرعت ۱۱۴۰ دور بر دقیقه باری که گشتاور آن متناسب با سرعت است را می چرخاند. اگر ولتاژ تغذیه موتور به ۵۰۰ V و فرکانس آن به ۵۰ Hz تغییر نماید سرعت گردش در حالت پایدار چند rpm خواهد بود؟

- (۱) ۱۱۴۰ (۲) ۱۳۵۰ (۳) ۱۴۲۵ (۴) ۱۴۰۰

۱۱- یک موتور القایی ۴ قطب ۵۰ Hz باری که گشتاور آن متناسب با عکس سرعت چرخش است را با سرعت ۱۳۵۰ rpm می چرخاند. رؤستای تنظیم کننده رتور این موتور را طوری تغییر می دهیم که مقاومت اهمی رتور در کل ۲ برابر حالت اول گردد. با انجام این عمل سرعت گردش محور برابر چند دور بر دقیقه می گردد؟

- (۱) ۱۲۰۰  
(۲) ۱۱۵۵  
(۳) ۱۰۷۰  
(۴) ۱۳۸۰

۱۲- در یک موتور القایی سه فاز گشتاور حداکثر ۳ P.U و گشتاور راه اندازی ۱/۵ P.U است. اگر ولتاژ و فرکانس تغذیه این موتور طوری افزایش یابد که همواره شار فاصله هوایی ثابت بماند گشتاور حداکثر و راه اندازی به ترتیب چه مقادیری خواهند بود؟

- (۱)  $T_{\max} = 3 \text{ P.U}$   $T_{\text{st}} = 1/5 \text{ P.U}$  (۲)  $T_{\max} < 3 \text{ P.U}$   $T_{\text{st}} = 1/5 \text{ P.U}$  (۳)  $T_{\max} > 3 \text{ P.U}$   $T_{\text{st}} > 1/5 \text{ P.U}$  (۴)  $T_{\max} = 3 \text{ P.U}$   $T_{\text{st}} < 1/5 \text{ P.U}$

## ماشین‌های الکتریکی

۱- گزینه «۳» صحیح است.

از آنجایی که امپدانس درصد ترانسفورماتور ۳۰۰ KVA کمتر از ترانسفورماتور ۶۰۰ KVA است لذا این ترانسفورماتور بیشتر در معرض اضافه بار شدن است پس باید توان عبوری از آن را در مقدار مجاز که طبق صورت تست ۱۰٪ بیشتر از قدرت نامی ترانسفورماتور است تثبیت نموده و از روی آن بار حداکثر را محاسبه نمود لذا:

$$\begin{cases} S_1 = S_{n_1} \frac{S_L}{\sum S_n} \frac{V_{K_{eq}}}{V_{K_1}} \\ V_{K_{eq}} = \frac{\sum S_n}{\frac{S_{n_1}}{V_{K_1}} + \frac{S_{n_2}}{V_{K_2}}} = \frac{300 + 600}{\frac{300}{5} + \frac{600}{6}} = \frac{90}{16} \end{cases} \Rightarrow 1/1 \times 300 = 300 \times \frac{S_L}{300 + 600} \times \frac{15}{5}$$

$$\Rightarrow S_L = 88 \text{ KVA}$$

۲- گزینه «۱» صحیح است.

رابطه جریان گردشی بین ترانسفورماتورها به صورت زیر است.

$$\begin{cases} I_c = \frac{\bar{E}_{ra} - \bar{E}_{rb}}{Z_{eqa} + Z_{eqb} + \frac{Z_{eqa} Z_{eqb}}{Z_L}} \\ E_{ra} = \frac{420}{2} = 210 \text{ V} \\ E_{rb} = \frac{420}{2/1} = 210 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow I_c = \frac{210 - 200}{j + 0.5j + \frac{j \times 0.5j}{j}} = \frac{10}{2j} = 5 \angle -90^\circ$$

۳- گزینه «۱» صحیح است.

ابتدا باید ببینیم کدام ترانسفورماتور نیاز به راکتانس خارجی دارد پس باید اندازه امپدانس آنها را محاسبه کنیم:

$$Z_{eqA} = \sqrt{10^2 + 20^2} = \sqrt{500} = 10\sqrt{5} \Omega$$

$$Z_{eqB} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80} \Omega$$

چون  $Z_{eqB} < Z_{eqA}$  به دست آمده پس ترانسفورماتور B نیاز به راکتانس خارجی دارد لذا:

$$\frac{|I_A|}{|I_B|} = \frac{|Z_{eqB} + Z_{ex}|}{|Z_{eqA}|}$$

هدف برابر جریان‌ها است ( $|I_A| = |I_B|$ ) لذا:

$$|Z_{eqB} + Z_{ex}| = |Z_{eqA}| \Rightarrow |4 + j8 + jX_{ex}| = |10 + j20|$$

$$16 + (8 + X_{ex})^2 = 10^2 + 20^2 \Rightarrow X_{eq} = 14 \Omega$$

۴- گزینه «۲» صحیح است.

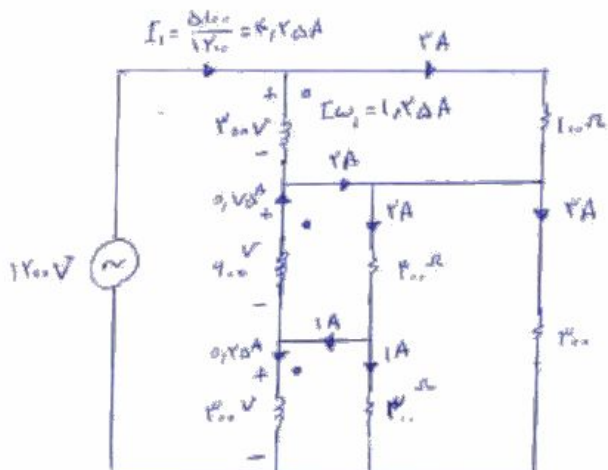
اگر ولتاژ دو سر سیم‌بندی‌های N دوری را V بنامیم ولتاژ دو سر سیم‌بندی ۲N دوری برابر ۲ V است. لذا با توجه به پلاریته (علامت‌های نقطه‌گذاری) داریم:

$$1200 = V + 2V + V \Rightarrow V = 300 \text{ V}$$

همچنین با تبدیل اتصال ستاره به مثلث داریم:

$$I_1 = \frac{5100}{1200} = 4.25 \text{ A}$$

$$S_p = 3^2 \times 100 + 3^2 \times 300 + 2^2 \times 300 + 1^2 \times 300 = 5100 \text{ W} = S_1$$



با توجه به جریان به دست آمده برای سیم‌بندی‌ها و جهت آنها دیده می‌شود که سیم‌بندی‌های بالایی و پایینی مصرف کننده و سیم‌بندی وسطی تولید کننده است لذا:

$$P_T = 600 \times 0.75 = 450 \text{ W}$$

یا

$$P_T = (300 \times 1/25) + (300 \times 0.75) = 450 \text{ W}$$

۵- گزینه «۴» صحیح است.

واضح است که ولت متر مدار اندازه جمع برداری ولتاژ القایی در ثانویه سه ترانس را نشان می‌دهد. پس باید بردار ولتاژ القایی در ثانویه‌ها را محاسبه نمود.

چون اتصال اولیه به صورت ستاره است لذا ولتاژ فازی در اولیه هر ترانسفورماتور تکفاز برابر  $\frac{200\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$  است. در نتیجه اندازه ولتاژ القایی در ثانویه هر

ترانسفورماتور تکفاز با توجه به نسبت تبدیل ۲ به ۱ آنها برابر ۱۰۰ V است. دقت به این موضوع بسیار مهم است که با اینکه دامنه ولتاژ القایی در هر سه

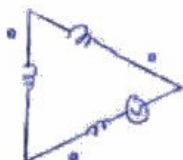
ثانویه برابر هستند اما اختلاف فاز  $120^\circ$  بین آنها وجود دارد لذا ولتاژ دو سر ولت متر برابر است با:

$$\vec{V} = 100 \angle 0^\circ + 100 \angle -120^\circ + 100 \angle -240^\circ = 0 \text{ V}$$

یعنی ولت متر صفر را نشان می‌دهد

روش دوم: با دقت در شکل می‌بینیم که ثانویه‌ها به صورت مثلث

به یکدیگر متصل هستند و چون ولت متر در حلقه مثلث واقع شده است لذا صفر را نشان می‌دهد.



ع- گزینه «۲» صحیح است.

در مواردی که تلفات‌های مختلف برحسب یکدیگر بیان می‌شوند باید ابتدا تمامی تلفات را برحسب یکی از تلف‌ها (معمولاً برحسب  $P_{Cu_r}$ ) نوشت لذا:

$$\begin{cases} P_{fe} = \frac{1}{2} \Delta P_{mec} \\ P_{cu_s} = P_{fe} \\ P_{cu_r} = \frac{1}{3} \Delta P_{mec} \end{cases} \Rightarrow \Delta P = P_{fe} + P_{cu_s} + P_{cu_r} + \Delta P_{mec}$$

$$= \frac{3}{2} P_{cu_r} + \frac{3}{2} P_{cu_r} + P_{cu_r} + P_{cu_r} + 3 P_{cu_r}$$

$$\Rightarrow \Delta P = 7 P_{cu_r}$$

از طرفی با توجه به راندمان داده شده داریم:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{P_2}{\eta} - P_2 = \frac{43}{0.86} - 43 = 7 \text{ kw} \Rightarrow P_{cu_r} = 1 \text{ kw}$$

از طرفی طبق دیاگرام توازن قدرت می‌توان نوشت:

$$S = \frac{P_{cu_r}}{P_{ag}} = \frac{P_{cu_r}}{P_1 - P_{fe} - P_{cu_r}} = \frac{1}{50 - \frac{3}{2} \times 1 - \frac{3}{2} \times 1} = \frac{1}{47}$$

$$N_m = N_s (1 - S) = \frac{46}{47} N_s$$

۷- گزینه «۴» صحیح است.

سرعت میدان دوار استاتور نسبت به بدنه آن برابر است با:

$$N_s = \frac{120 \times 50}{8} = 750 \text{ rpm}$$

سرعت محور رتور نسبت به بدنه استاتور (مربع ساکن) برابر است با:

$$N_m = 675 \text{ rpm}$$

سرعت میدان دوار رتور ناشی از جریان آن نسبت به بدنه استاتور برابر است با:

$$N'_r + N_m = N_s \Rightarrow N'_r = 750 - 675 = 75 \text{ rpm}$$

چون در این تست سرعت میدان دوار رتور ناشی از جریان آن نسبت به محور رتور خواسته شده داریم:

$$N'_r - N_m = 75 - 675 = -600 \text{ rpm}$$

روش دوم:

$$\begin{cases} N'_r - N_m = N_s (2S - 1) \\ S = \frac{750 - 675}{750} = 0.1 \end{cases} \Rightarrow N'_r - N_m = 750 \cdot (0.2 - 1) = -600 \text{ rpm}$$

۸- گزینه «۲» صحیح است.

ارتباط بین زاویه چرخش الکتریکی با زاویه چرخش مکانیکی، تعداد زوج قطب‌های ماشین است به طوری که اگر زاویه الکتریکی را با  $\theta_e$  و مکانیکی را با

$\theta_m$  نشان دهیم همواره رابطه زیر برقرار است:

$$\theta_m = \frac{\theta_e}{\frac{P}{2}} = \frac{60}{\frac{8}{2}} = 15^\circ$$



۹- گزینه «۳» صحیح است.

سرعت میدان دوار استاتور با توجه به تعداد قطب‌ها و فرکانس تغذیه برابر است با:

$$N_s = \frac{120 \times 50}{6} = 1000 \text{ rpm}$$

در حالتی که سرعت محور ۱۱۰۰ rpm است داریم:

$$S_1 = \frac{1000 + 1100}{1000} = 2/2 \Rightarrow f_{r1} = 50 \times 2/2 = 110 \text{ Hz}$$

در حالتی که سرعت محور ۱۳۰۰ rpm است داریم:

$$S_2 = \frac{1000 + 1300}{1000} = 2/3 \Rightarrow f_{r2} = 50 \times 2/3 = 115 \text{ Hz}$$

یعنی اگر سرعت محور بین ۱۱۰۰ rpm تا ۱۳۰۰ rpm (در خلاف جهت میدان استاتور) تغییر کند تغییرات فرکانس ولتاژ القایی در رتور آن  $115 - 110 = 5 \text{ Hz}$  است.

۱۰- گزینه «۳» صحیح است.

با صرف نظر نمودن از امپدانس استاتور (به دلیل مشخص نبودن) گشتاور تولیدی موتور با عبارت زیر محاسبه می‌گردد:

$$T_{\text{mech}} = \frac{3}{\omega_s} \frac{V_s^2}{R_{r'}} S \xrightarrow{\text{نسبت}} T_{\text{mech}} \sim \frac{V_s^2}{f_s} S$$

گشتاور بار نیز طبق گفته مسئله متناسب با سرعت است لذا:

$$T_{\text{Load}} \sim \omega_m \sim (1-S) f_s$$

با توجه به برابری گشتاور بار و موتور داریم:

$$\frac{T_{\text{Load}_1}}{T_{\text{Load}_2}} = \frac{T_{\text{mech}_1}}{T_{\text{mech}_2}} \Rightarrow \frac{(1-S_1)f_{s1}}{(1-S_2)f_{s2}} = \left(\frac{V_{s1}}{f_{s1}}\right)^2 \left(\frac{f_{s2}}{f_{s1}}\right) \frac{S_1}{S_2}$$

به جهت حل سریع‌تر معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} \frac{1}{1-S_2} = \left(\frac{V_{s1}}{V_{s2}} \frac{f_{s2}}{f_{s1}}\right)^2 \frac{S_1}{1-S_1} \\ \frac{1}{S_2} = \left(\frac{400 \times 50}{500 \times 40}\right)^2 \frac{0.05}{1-0.05} \Rightarrow \\ S_1 = \frac{1200 - 1140}{1200} = 0.05 \\ \frac{1}{S_2} - 1 = 19 \Rightarrow S_2 = \frac{1}{20} = 0.05 \end{cases}$$

با اینکه لغزش تغییر نکرده اما چون سرعت سنکرون موتور تغییر کرده داریم:

$$N_{m_2} = N_{s_2} (1-S_2) = 1500 (1-0.05) = 1425 \text{ rpm}$$

۱۱- گزینه «۲» صحیح است.

در محدوده کار پایدار موتور القایی می‌توان رابطه گشتاور تولیدی موتور را به صورت زیر فرموله نمود:

$$T_{\text{mech}} = T_{\text{conv}} = \frac{3}{\omega_s} \frac{V_{th}^2}{R_{r'}} S \xrightarrow{\text{نسبت}} T_{\text{mech}} \sim \frac{S}{R_{r'}}$$

طبق گفته صورت تست گشتاور بار نیز متناسب با عکس سرعت است لذا:

$$T_{\text{Load}} \sim \frac{1}{\omega_m} \sim \frac{1}{1-S}$$

با توجه به برابری گشتاور بار و موتور داریم:

$$\frac{T_{Load_1}}{T_{Load_2}} = \frac{1-S_2}{1-S_1} = \frac{T_{mech_1}}{T_{mech_2}} = \frac{S_1}{S_2} \frac{R'_r}{R'_r}$$

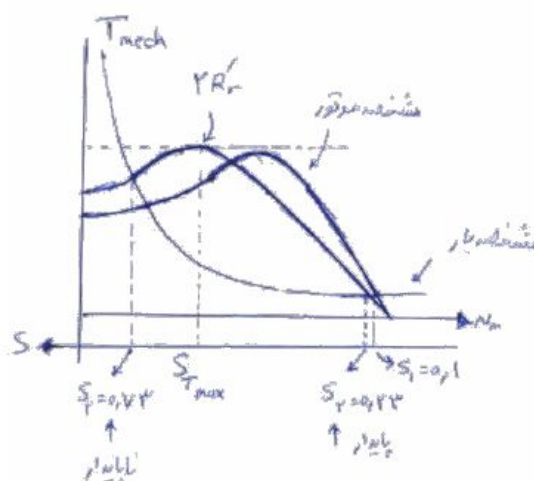
لغزش  $S_1$  که مربوط به حالت اول است برابر  $\frac{1500-1350}{1500} = 0.1$  است. مقدار  $R'_r$  نیز طبق گفته مسئله ۲ برابر  $R'_r$  است لذا:

$$\frac{1-S_2}{1-0.1} = \frac{0.1}{S_2} \times \frac{2R'_r}{R'_r} \Rightarrow S_2(1-S_2) = 0.18$$

$$S_2^2 - S_2 + 0.18 = 0 \Rightarrow S = \frac{1 + \sqrt{1 - 4 \times 0.18}}{2} = 0.23, 0.76$$

با اینکه هر دو لغزش به دست آمده بین صفر و یک هستند (که این امر عموماً در بارهایی که گشتاور آنها عکس سرعتشان است رخ می‌دهد) همواره لغزش کوچکتر ملاک محاسبات است زیرا لغزش دوم (بزرگتر) همواره خارج از محدوده کار پایدار موتور است. حال که لغزش جدید به دست آمده داریم:

$$N_{m_2} = N_s(1-S_2) = 1500(1-0.23) = 1155 \text{ rpm}$$



۱۲- گزینه «۴» صحیح است.

در صورتی شار فاصله هوایی ثابت می‌ماند که تغییرات ولتاژ و فرکانس تغذیه به یک نسبت باشد یعنی  $\frac{V}{f}$  ثابت بماند لذا:

$$\frac{T_{max_1}}{T_{max_2}} = \left( \frac{V_1}{f_1} \frac{f_2}{V_2} \right)^2 \xrightarrow{\frac{V_1}{f_1} = \frac{V_2}{f_2}} T_{max_2} = T_{max_1}$$

$$\frac{T_{st_1}}{T_{st_2}} = \left( \frac{V_1^2}{f_1^2} \frac{f_2^2}{V_2^2} \right) = \left( \frac{V_1^2}{f_1^2} \frac{f_2^2 f_1}{V_2^2} \right) = \frac{f_2}{f_1} \Rightarrow T_{st_2} = \frac{f_1}{f_2} T_{st_1} \xrightarrow{f_2 > f_1} T_{st_2} < T_{st_1}$$